



<http://www.biodiversitylibrary.org/>

**Bulletins de l'Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique.**

Bruxelles.

<http://www.biodiversitylibrary.org/bibliography/5550>

**ser.3:t.27 (1894):** <http://www.biodiversitylibrary.org/item/110794>

Article/Chapter Title: Sur les lignes de courbure

Author(s): Eugène Catalan

Page(s): Page 240, Page 241, Page 242

Contributed by: Missouri Botanical Garden, Peter H. Raven Library

Sponsored by: Missouri Botanical Garden

Generated 25 November 2015 7:03 AM

<http://www.biodiversitylibrary.org/pdf4/045707800110794>

This page intentionally left blank.

Nous pouvons enfin supposer le cas de fluides soumis à de hautes pressions ou encore des liquides. Lorsque la matière est prise dans ces conditions, un accroissement de pression a pour résultat de déterminer à la fois une diminution de compressibilité et de dilatabilité.

Donc  $P\Delta v$  diminuera par suite d'un accroissement de pression; quant au produit  $\pi\Delta v$ , il croîtra si l'accroissement de  $\pi$  l'emporte sur la diminution de  $\Delta v$ ; mais l'inverse peut avoir lieu. Quoi qu'il en soit, une diminution de la chaleur spécifique, lorsque la pression s'élève, devient ici possible et même probable. C'est, en effet, ce que nos expériences ont vérifié.

La loi qui régit les variations de la chaleur spécifique avec la pression est donc analogue à celle qui régit les variations de la compressibilité avec ce facteur. *D'abord peu variable, la chaleur spécifique croît lorsque la pression s'élève, puis diminue à partir d'une certaine limite.*

—

*Sur les lignes de courbure; par E. Catalan,*  
Associé de l'Académie.

1. On sait que toute surface donnée appartient à un système triplement orthogonal (\*).

Il y a quelques jours, réfléchissant à cette question controversée, je me suis proposé le problème suivant :

*Par une courbe C, faire passer une surface S, dont C soit une ligne de courbure.*

---

(\*) Académie de Belgique, *Mémoires des Savants étrangers*; 1865, p. 16. *Bulletin*, tome XXVI, p. 181; *Mémoires de la Société des Sciences* (Liège), 1895, *Lettre à M. Hermite*, etc.

2. CAS PARTICULIER. *La courbe C est plane.*

La solution est presque évidente.

En effet, considérons :

1° Le plan  $P$ , de  $C$ , et les plans  $P'$ ,  $P''$ , ... parallèles à  $P$ ;

2° Le cylindre droit ayant  $C$  pour base, et les cylindres parallèles à celui-ci;

3° Les plans normaux à  $C$ .

Nous avons ainsi le système orthogonal demandé, *si la surface  $S$  est le plan  $P$ .*

Mais cette solution est loin d'être unique; car, d'après le beau théorème de Joachimsthal, *si une surface  $S_1$  contient  $C$  et qu'elle coupe  $S$  sous un angle constant,  $C$  est une ligne de courbure de  $S_1$ .*

Soit donc  $P_1$  un plan tangent à  $C$  et coupant  $P$  sous un angle  $\theta$  constant : l'enveloppe  $\Sigma$  de  $P_1$ , *surface développable à pente constante*, satisfait à la question.

Enfin, toute surface  $\Sigma_1$ , passant par  $C$ , et tangente à tous les plans  $P_1$ , y satisfait encore.

3. CAS GÉNÉRAL. Il m'a conduit à des calculs compliqués, que je n'ai pas eu le loisir (ou le courage) d'effectuer.

J'ai songé alors à soumettre la difficulté à M. Mannheim, mon élève au Lycée Charlemagne en 1848, et l'une des lumières de la Géométrie. Ainsi que je l'avais pensé, une considération très simple a permis à M. Mannheim de supprimer ces calculs. Elle est résumée dans la lettre suivante, du 17 janvier :

- « Prenons une des développées de  $C$ . Elle est tangente
- » à une suite de normales à cette courbe, et ces normales
- » forment une surface développable.
- » Les plans élevés perpendiculairement à ces normales,
- » à partir des pieds de ces droites, sur  $C$ , enveloppent

- » une surface développable, pour laquelle C est une ligne  
» de courbure. »

MANNHEIM (\*).

4. ADDITION (lettre de M. M., du 20 janvier). *Une ligne quelconque C est ligne de courbure d'une infinité de surfaces (\*\*).*

5. AUTRE THÉORÈME. *Les intersections de deux surfaces parallèles  $S, S_1$  par une normale commune mobile sont deux courbes parallèles.*

En effet, en deux points correspondants N, P, elles ont même normale (\*\*\*)).

6. COROLLAIRE. Sur le système triple défini ci-dessus (3), *les lignes de courbure sont parallèles deux à deux.*

Liège, 24 janvier 1894.

*Note sur le phénomène des battements des vibrations lumineuses ; par le D<sup>r</sup> J. Verschaffelt, préparateur adjoint à l'Université de Gand.*

M. Righi a démontré (<sup>IV</sup>) que si l'on pouvait faire interférer deux rayons dont les nombres de vibrations seraient légèrement différents, on obtiendrait des franges se déplaçant avec une vitesse telle, qu'en chaque point de l'écran sur lequel le phénomène est projeté, il en passerait un nombre égal à la différence des nombres de vibrations.

---

(\*) J'aurais dû *me rappeler* cette démonstration, que j'ai donnée jadis à l'Université de Liège (1877).

(\*\*) Voir le n<sup>o</sup> 2.

(\*\*\*) Ce théorème évident a-t-il été signalé ?

(<sup>IV</sup>) RIGHI, *Nuovo Cimento*, terza serie, t. III, p. 212; 1878. — *Journal de Physique*, 2<sup>e</sup> série, t. II, p. 457; 1883.