This page intentionally left blank.

mathématiques et physiques : l'empereur Dom Pedro d'Alcantara, né à Rio-de-Janeiro le 2 décembre 1825, décédé à Paris le 5 de ce mois.

MM. Van Beneden, père et fils, font ressortir les brillantes qualités d'esprit et de cœur dont l'illustre défunt était doué.

CORRESPONDANCE.

LL. MM. le Roi et la Reine font savoir qu'Elles se trouvent dans l'impossibilité d'assister à la séance publique de la Classe des sciences.

M. le Ministre de l'Intérieur et de l'Instruction publique regrette que les travaux parlementaires et la discussion de son budget ne lui permettent pas de s'associer à ladite solennité.

« J'eusse été heureux, ajoute-t-il, de pouvoir donner à votre savante Compagnie un témoignage du haut intérêt que je lui porte. »

M. le Ministre des Finances et M. le Ministre de la Guerre remercient pour l'invitation qui leur a été faite.

JUGEMENT DU CONCOURS ANNUEL

Deux Mémoires ont été envoyés en réponse à la première question du programme pour 1891 :

Déterminer la somme de la série de Lambert :

$$\frac{x}{1-x}+\frac{x^2}{1-x^2}+\frac{x^3}{1-x^3}+\cdots;$$

ou, si cette somme n'est pas exprimable sous forme finie, trouver l'équation différentielle dont elle dépend.

Rapport de M. Catalan, premier Commissaire.

Mémoire n° 1 (devise grecque).

« L'auteur représente par $\mathfrak{L}(x)$ la somme de la série de Lambert :

$$\frac{x}{1-x} + \frac{x^2}{1-x^2} + \frac{x^3}{1-x^3} + \cdots$$

Comme la lettre $\mathfrak{L}$ exprime, fort souvent, un *logarithme népérien,* je crois pouvoir lui proposer de la remplacer par λ (*).

Ce mémoire, fort bien *écrit* (sous le rapport *calligraphique*) contient quelques idiotismes, sur lesquels l'auteur s'excuse. On doit les lui pardonner, attendu qu'il paraît être Hongrois.

L'auteur ne va pas *droit au but.* Il démontre, chemin faisant, un certain nombre de théorèmes qui ne se rattachent guère (à ce qu'il me semble) à la question proposée par l'Académie. Il en est ainsi de ceux qui sont contenus dans le paragraphe 3. Au contraire, la *figure* qui se rapporte à la discussion de $\lambda(x)$, est fort curieuse. Dans les paragraphes 5 et 6, l'auteur se lance dans des calculs et des formules d'une complication telle, que les uns et les autres sont presque illisibles. Dans le paragraphe 2, il donne le *théorème d'Euler,* exprimé par la célèbre égalité :

$$\begin{aligned}&(1-x)(1-x^2)(1-x^3)(1-x^4)\cdots\\ &= 1 - x - x^2 + x^5 + x^7 - x^{11} - x^{15} + \cdots,\end{aligned}$$

(*) Cette *demande* s'adresse également à l'auteur du mémoire n° 2. Faisons observer, en passant, que *lambda* rappelle *Lambert.*

qu'il a *trouvée par induction.* Cet intelligent Géomètre n'a donc pas lu l'*Introduction à l'Analyse,* ni le *Calcul différentiel* de M. Bertrand, ni les *Recherches sur quelques produits indéfinis?* L'esprit d'invention ne suffit pas : il y faut joindre un peu d'érudition.

De l'égalité d'Euler, l'auteur conclut, naturellement, certains théorèmes d'arithmétique *connus*.

En résumé, le Mémoire n° 1 ne résout pas la Question proposée. Mais comme il contient des parties intéressantes, et que l'auteur semble animé du feu sacré, je crois qu'il y a lieu de remettre, au Concours, cette même question.

Mémoire n° 2 (citation latine).

Ce Mémoire, ou plutôt cette Note, en *cinq* pages, est un simple programme, qui m'a vivement intéressé : s'il était *développé* et *corrigé,* il formerait, je pense, une œuvre remarquable, peut-être digne du prix.

L'auteur a eu l'heureuse idée de chercher des relations entre les fonctions de Jacobi et les quantités $\lambda(q)$, $\lambda(q^2)$, etc. Je crois que, *pressé par le temps,* il a commis des fautes de calcul (*).

La note se termine par la belle formule

$$\lambda(q) = \frac{1}{2p} \mathcal{L} \frac{1}{1 - e^{-p}} - \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \frac{du}{e^{\pi u} + 1} \frac{\sin up}{\cos ip - \cos up},$$

dans laquelle, à ce que je crois :

$$q = e^{-2p}, \qquad i = \sqrt{-1}.$$

(*) En partant de quelques-unes de ces relations, je trouve l'égalité
$$(1 + q^2 + q^6 + q^{12} + \cdots)^4 = 1 + q + 2q^2 + q^3 + 2q^4 + 2q^5 + \cdots,$$
évidemment *fausse*.

Cette formule, qui résoudrait partiellement la question proposée, est-elle exacte? Je le souhaite.

Quoi qu'il en soit, considérant que l'auteur n'a pas eu, paraît-il, le temps de développer sa note, je demande à la Classe qu'elle veuille bien proroger le Concours. »

Rapport de M. P. Mansion, second commissaire.

« Le mémoire n° 2, ayant pour devise : *Est modus in rebus, sunt certi denique fines,* ne contient que cinq pages divisées en deux paragraphes. Dans le premier, l'auteur essaie d'exprimer la série de Lambert

$$\mathfrak{L}(x) = \frac{x}{1-x} + \frac{x^2}{1-x^2} + \frac{x^3}{1-x^3} + \text{etc.},$$

au moyen de diverses séries elliptiques données par Jacobi dans les *Fundamenta.* Mais il n'y réussit pas, comme il l'a reconnu dans une lettre reçue au secrétariat de l'Académie, le 10 octobre 1891 : par suite d'une erreur de notation, il a confondu la série de Lambert avec d'autres développements analogues. Le second paragraphe n'a qu'une dizaine de lignes : l'auteur y donne, sans démonstration, et sans en tirer aucune conséquence, une expression de $\mathfrak{L}(x)$ en intégrale définie.

Le mémoire n° 1, porte la devise grecque : Οἱ ἐν σταδίῳ τρέχοντες πάντες μεν τρέχουσιν, εἷς δὲ λαμβάνει τὸ βραβεῖον, empruntée à un passage célèbre de saint Paul. C'est une étude beaucoup plus étendue, où l'on trouve quelques résultats nouveaux et intéressants, solidement établis.

Dans le premier chapitre (30 pages), l'auteur étudie