This page intentionally left blank.

Sur un cas particulier de la formule du binôme;
par E. Catalan, associé de l'Académie.

Soit

$$S_n = 1 + C_{p,1}x + C_{p+1,2}x^2 + \cdots + C_{p+n-2,n-1}x^n$$

la somme des n premiers termes du développement de $(1 - x)^{-p}$, p étant un *nombre entier;* soit R_n le reste correspondant.

On trouve, assez facilement :

$$\left.\begin{aligned}(1-x)^{p-1}S_n+\left[C_{n,n-1}\,C_{n+1,n-1}(1-x)+\cdots+C_{n+p-2,n-1}(1-x)^{p-2}\right]x^n \\ =\frac{1-x^n}{1-x},\end{aligned}\right\}\text{(A)}$$

$$(1-x)^pR_n=\left[C_{n-1,n-1}+C_{n,n-1}(1-x)+\cdots+C_{n+p-2,n-1}(1-x)^{p-1}\right]x^n. \text{(B)}$$

Remarques. — 1° La relation (A), que nous croyons nouvelle, ramène le calcul de Sn à celui d'un polynôme composé de $p - 1$ termes : Si n est beaucoup plus grand que p, le second calcul sera bien plus simple que le premier;

2° *L'équation*

$$\frac{1-x^n}{1-x}-\left[C_{n,n-1}+C_{n+1,n-1}(1-x)+\cdots+C_{n+p-2,n-1}(1-x)^{p-2}\right]x^n=0,$$

a p — 1 *racines égales à* 1;

3° *Le reste* R_n *est le produit de la fonction proposée,* $(1 - x)^{-p}$, *par un polynôme entier.*

—