This page intentionally left blank.

Sur la méthode de Brisson pour l'intégration des équations linéaires, par M. Paul Mansion.

Rapport de M. Catalan.

L'objet du mémoire présenté à l'Académie est clairement indiqué par les lignes suivantes, tirées du préambule de l'auteur : « Cauchy a fait connaître, dans les anciens » *Exercices de mathématiques*, deux méthodes remar- » quables d'intégration des équations *à coefficients con-* » *stants*, dues au géomètre français Brisson. La première, » dont on peut retrouver le germe dans Laplace, a pour » caractère essentiel de ramener l'intégration de cette » classe d'équations à celles d'un système d'équations li- » néaires, du premier ordre, que l'on peut aborder direc- » tement, comme si elles étaient indépendantes.... » .... « Dans cette Note, nous appliquons la première méthode » de Brisson aux équations linéaires les plus simples, dans » les cas qui n'ont pas été examinés par Cauchy.... Nous » donnons, en outre, quelques applications de la même » méthode aux équations linéaires à *coefficients varia-* » *bles.* »

Considérons, pour fixer les idées, une équation du deuxième ordre, à coefficients constants :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + A\frac{dy}{dx} + By = X \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

En comparant le premier membre au polynôme

$$a^2 + Aa + B,$$

supposé décomposé en

$$(a - a_1)\ (a - a_2),$$

on est conduit à écrire l'équation (1) sous la *forme symbolique :*

$$(\mathrm{D} - a_1)\ (\mathrm{D} - a_2)\, y = \mathrm{X}; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

et l'on voit alors que cette même équation (1) peut être remplacée par les deux équations du premier ordre :

$$\frac{dy}{dx} - a_1 y = 0, \quad \frac{dy_1}{dx} - a_1 y_1 = \mathrm{X} \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Telle est, en peu de mots, l'indication de la première des deux méthodes dues à Brisson.

Une première rédaction, retirée par l'auteur, commençait ainsi : « Dans ce travail, nous montrons, par une » méthode *nouvelle*, les analogies qui existent entre les » équations algébriques et certaines équations linéaires... » Cette méthode conduit, d'une manière très-simple, à » l'intégration de ces équations. »

Il résulte, de ces paroles de M. Mansion, qu'il *réinventait*, il y a quelques mois, la *méthode des facteurs symboliques.* De même, ainsi qu'il nous l'apprend dans son nouveau travail, le célèbre géomètre Boole a *réinventé* la seconde méthode de Brisson (*). Pour se consoler de cette petite mésaventure, bien honorable pour lui, M. Mansion a généralisé la première méthode : il considère, successivement, les équations linéaires à coefficients variables, les

(*) Des recherches bibliographiques auxquelles M. Mansion s'est livré, il conclut que les travaux de Brisson, analysés par Cauchy, n'ont pas été publiés. Si cette assertion était prouvée, elle expliquerait l'oubli profond dans lequel sont tombées ces ingénieuses et fécondes méthodes.

équations aux dérivées partielles, puis les équations aux différences. Pour les équations linéaires à coefficients variables, le jeune professeur explique, sur un exemple particulier (celui des équations de quatrième ordre), comment la connaissance de l'intégrale générale permet de transformer le premier membre de l'équation en

$$(\mathrm{D} - t_4)\ (\mathrm{D} - t_3)\ (\mathrm{D} - t_2)\ (\mathrm{D} - t_1)\, y.$$

Ce procédé, appliqué à l'intégrale

$$y = c_1 y_1 + c_2 y_2,$$

donne :

$$t_1 = \frac{1}{y_1}\frac{dy_1}{dx}, \quad \theta = \frac{dy_2}{dx} - t_1 y_2, \quad t_2 = \frac{1}{\theta}\frac{d\theta}{dx},$$

puis

$$(\mathrm{D} - t_1)\ (\mathrm{D} - t_2)\, y = o,$$

c'est-à-dire

$$\frac{d^2y}{dx^2} - (t_1 + t_2)\frac{dy}{dx} + \left(t_1 t_2 - \frac{dt_2}{dx}\right) y = o.$$

Au lieu de conclure, de l'intégrale générale, la décomposition en facteurs symboliques, ne pourrait-on, comme dans le cas où les coefficients sont constants, effectuer directement cette décomposition, pour la faire servir à la recherche de l'intégrale ? C'est là une question intéressante, que je soumets à M. Mansion, et à laquelle, j'en suis persuadé, il est très-capable de répondre.

Non content d'avoir traité les différents problèmes dont nous avons essayé de donner une idée, M. Mansion applique la *méthode des facteurs symboliques* à la recherche des intégrales communes à plusieurs équations. Il retrouve ainsi, avec la plus grande facilité, les théorèmes de D'Alembert et de Lagrange.

En résumé, le mémoire de M. Mansion me paraît très-digne de l'attention des géomètres, et, en conséquence, j'ai l'honneur de proposer à l'Académie d'en ordonner la publication. »

Conformément aux conclusions de ce rapport, auquel ont souscrit MM. Steichen et Gilbert, la classe vote l'impression du travail de M. Mansion.

Matériaux pour la faune belge : Crustacés isopodes terrestres, par M. Félix Plateau.

Rapport de M. Van Beneden.

« Le travail que M. Plateau a communiqué à la dernière séance a pour objet les Isopodes terrestres qui vivent en Belgique. M. Plateau avoue ne pas faire du neuf en zoologie et fait connaître l'existence dans le pays de trois espèces d'*Armadillidium*, d'une espèce d'*Oniscus*, de quatre *Porcellio*, d'un *Ligidium* et d'une *Philoscia*. Nous sommes persuadé que l'auteur a mis dans ses recherches toute l'attention qu'exige ce sujet, et comme il n'est pas sans utilité de connaître notre faune carcinologique, nous n'hésitons pas à demander l'impression de la notice de M. Plateau.

Nous voudrions que l'Académie s'assurât si M. Plateau tient à ce que le nom des genres qui n'ont point de représentants fût conservé dans cette énumération? Nous ne croyons pas que la notice perdrait à cette suppression. »
