Bulletins de l'Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique.

Bruxelles.
http://www.biodiversitylibrary.org/bibliography/5550

ser.2:t.27 (1869): http://www.biodiversitylibrary.org/item/28490

Article/Chapter Title: Sur les roulettes et les podaires
Author(s): Eugène Catalan
Page(s): Page 144, Page 145

This page intentionally left blank.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

Sur les roulettes et les podaires; par M. E. Catalan, associé de l'Académie.

Soit une courbe ACB, roulant sur une droite fixe DE, en entraînant un point M, de manière à lui faire décrire une *roulette* MM'M''.... Soit ensuite PP'P''... le lieu des projections du point M sur les tangentes DCE, D'C'E',... à la courbe ACB, c'est-à-dire la *podaire* du point M (supposé fixe) relativement à cette courbe (supposée fixe).

Comme le fait Legendre (*), rapportons la podaire au point M, pris pour pôle, et à un certain axe Mx; soit $u=f(\omega)$ l'équation de cette ligne. Désignons par ρ, r, R les rayons de courbure des trois courbes, aux points *correspondants* C, M, P. Désignons encore par v la droite MC. On trouve aisément

$$\rho = u + u'', \qquad R = \frac{(u^2 + u'^2)^{\frac{3}{2}}}{uu'' - u'^2}.$$

D'ailleurs,

$$r = \frac{(u^2 + u'^2)^{\frac{3}{2}}}{u^2 + 2u'^2 - uu''}.$$

La comparaison des deux dernières valeurs donne la

(*) *Traité des fonctions elliptiques*, t. II, p. 588.

relation suivante, qui n'a peut-être pas été remarquée :

$$\frac{1}{r}+\frac{1}{R}=\frac{1}{v}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (A)$$

On a donc ce théorème :

La somme (*) *des courbures de la roulette et de la podaire, en deux points correspondants, est égale à l'inverse de la distance comprise entre le point décrivant la roulette et le point où la courbe roulante touche la droite fixe.*

Les applications de la formule (A) sont nombreuses. On en conclut, par exemple, le théorème de Steiner, retrouvé par MM. Mannheim et Paul Serret, puis généralisé par notre confrère M. Lamarle (**).

Sur l'addition des fonctions elliptiques de première espèce; par M. E. Catalan, associé de l'Académie.

Legendre fait observer qu' « *une application fort simple de la trigonométrie sphérique aurait suffi pour trouver l'intégrale algébrique complète de l'équation transcendante*

$$\frac{d\varphi}{\Delta(\varphi)}+\frac{d\psi}{\Delta(\psi)}=0 \text{ » } (***).$$

(*) Il s'agit ici, bien entendu, de *somme algébrique.*

(**) *Journal de l'École polytechnique*, 40^{me} cahier; Bulletins de l'Académie royale de Belgique, 2^{e} série, t. IV.

(***) *Traité des fonctions elliptiques*, t. I, p. 21.