De l'intégrale définie qui représente la somme des p + 1 *premiers termes du développement de* $(\alpha + \beta)^m$; par M. E. Catalan, associé de l'Académie.

Pour établir la relation

$$\alpha^m + \frac{m}{1}\alpha^{m-1}\beta + \ldots + C_{m,p}\,\alpha^{m-p}\beta^p$$

$$= (p+1)\,C_{m,p+1}\,\beta^{p+1}\int_0^\alpha \frac{\theta^{m-p-1}d\theta}{(\beta+\theta)^{m+1}} \;(1),$$

Poisson commence (*) par démontrer que le premier membre équivaut à

$$\left[1 + \frac{q}{1}\beta + \frac{q(q+1)}{1\,.\,2}\beta^2 + \ldots + C_{m-1,p}\,\beta^p\right]\alpha^q.$$

Ce lemme préliminaire, qui pourrait être vérifié directement, est inutile.

En effet, de l'identité

$$d.\frac{t^{m-p}}{(1+t)^m} = (m-p)\frac{t^{m-p-1}}{(1+t)^{m+1}}dt - p\frac{t^{m-p}}{(1+t)^{m+1}}dt \;(2),$$

on conclut

$$\frac{k^{m-p}}{(1+k)^m} = (m-p)\int_0^k \frac{t^{m-p-1}dt}{(1+t)^{m+1}} - p\int_0^k \frac{t^{m-p}dt}{(1+t)^{m+1}};$$

(*) *Recherches sur la probabilité des jugements*, p. 189. Dans les équations (1) et suivantes, $\alpha + \beta = 1$, $p + q = m$.

puis, en multipliant les deux membres par

$$\frac{m}{1}\cdot\frac{m-1}{2}\cdots\frac{m-p+1}{p}=C_{m,p}:$$

$$C_{m,p}\frac{k^{m-p}}{(1+k)^m}=(p+1)C_{m,p+1}\int_0^k\frac{t^{m-p-1}dt}{(1+t)^{m+1}}$$

$$-pC_{m,p}\int_0^k\frac{t^{m-p}dt}{(1+t)^{m+1}}\ (*)\ (3).$$

Maintenant, si l'on change p en $p-1$, $p-2$, ... 2, 1, 0, et que l'on ajoute *membre à membre* les $p+1$ équations ainsi formées, on trouve

$$\frac{k^m+\frac{m}{1}k^{m-1}+\ldots+C_{m,p}k^{m-p}}{(1+k)^m}=(p+1)C_{m,p+1}\int_0^k\frac{t^{m-p-1}dt}{(1+t)^{m+1}}\ (4);$$

et cette équation ne diffère pas, au fond, de l'équation (1).

Note sur deux lambeaux du terrain crétacé dans la province de Namur, par M. Edmond Gonthier, ingénieur.

Dans la contrée occupée par le massif dévonien dont les divers termes s'étendent en plis nombreux au midi de la grande fracture où coulent la Sambre et la Meuse, de Maubeuge à Liége, on trouve à peine quelques traces des terrains secondaires et tertiaires qui ont pu s'y former.

(*) On a ainsi une relation simple entre deux intégrales définies très-complexes : chacune d'elles serait exprimée par un polynôme ou par une série.