

9.3 Le théorème de Wiener-Khintchin

Dans notre cas, ce théorème stipule tout simplement que la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle (see Eq. (9.2.2.9)) est la fonction d'autocorrélation de la distribution de l'amplitude complexe dans le plan pupille

$$TF(|h(p,q)|^2)(a,b) = \iint P^*(x,y) P(x-a,y-b) dx dy$$

Démonstration (1/2):

Evaluons ce que vaut: $\iint P^*(x, y) P(x - a, y - b) dx dy$

Pour rappel:

$$h(p, q) = \iint P(x, y) \exp(-i2\pi(px + qy)) dx dy$$

et donc (transformée de Fourier inverse),

$$P(x, y) = \iint h(p, q) \exp(i2\pi(px + qy)) dp dq, \text{ et aussi}$$

$$P^*(x, y) = \iint h^*(p', q') \exp(-i2\pi(p'x + q'y)) dp' dq'$$

On trouve alors que

$$\iint P^*(x, y) P(x - a, y - b) dx dy =$$

$$\iint \iint h^*(p', q') h(p, q) \exp(-i2\pi(ap + bq)) dp dq$$

$$\iint \exp(-i2\pi((p' - p)x + (q' - q)y)) dx dy dp' dq'$$

Démonstration (2/2):

Etant donné que

$$\iint \exp(-i2\pi((p'-p)x + (q'-q)y)) dx dy =$$

$\delta(p'-p)\delta(q'-q)$, on trouve alors que

$$\iint P^*(x,y)P(x-a,y-b) dx dy =$$

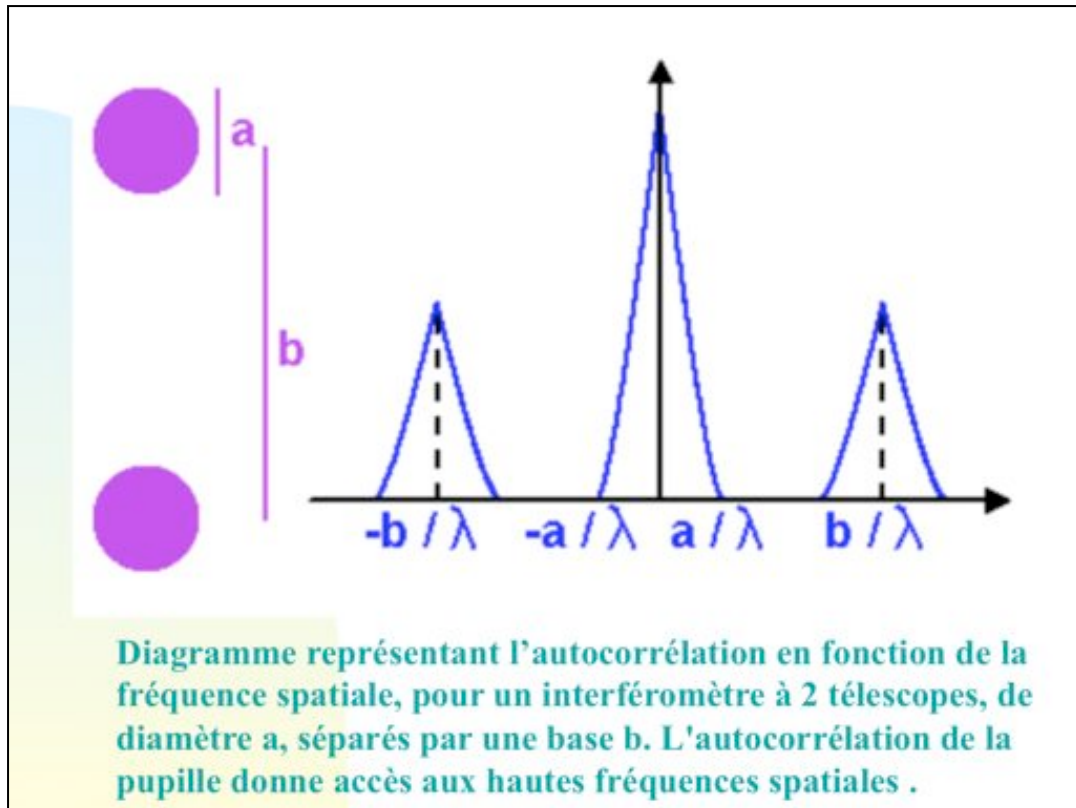
$$\iint \iint h^*(p',q')h(p,q)\delta(p'-p)\delta(q'-q)$$

$$\exp(-i2\pi(ap + bq)) dp dq dp' dq' \text{ et enfin}$$

$$\iint P^*(x,y)P(x-a,y-b) dx dy =$$

$$\iint |h(p,q)|^2 \exp(-i2\pi(ap + bq)) dp dq =$$

$$= TF(|h(p,q)|^2)(a,b), \text{ c.q.f.d.}$$



9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

- 9.3.1 Télescopes optiques
- 9.3.2 Télescopes couplés
- 9.3.3 Télescopes à rayons X
- 9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques

9.3.2 Télescopes couplés

9.3.3 Télescopes à rayons X

9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

Jusqu'à présent, nous avons établi que l'expression de la visibilité V des franges d'interférence dues à un objet distant, vu au travers de deux trous de Young (ouvertures infiniment petites), valait le module de la transformée de Fourier de sa brillance de surface normalisée I suivant la direction des trous (résultat 1: $V = |TF_I|$).

Ensuite, nous avons démontré le théorème fondamental suivant lequel, à une constante multiplicative près, la distribution d'amplitude dans le plan focal $h(p,q)$ est égale à la transformée de Fourier de la distribution d'amplitude dans le plan pupillaire $A(x,y)$ ($h(p,q) \propto TF_A(x,y)$). Ainsi, la réponse impulsionnelle d'un objet ponctuel ($|h(p,q)|^2$) est proportionnelle au carré de la transformée de Fourier de la fonction pupille éclairée uniformément (résultat 2: $|h(p,q)|^2 \propto (TF_A(x,y))^2$).

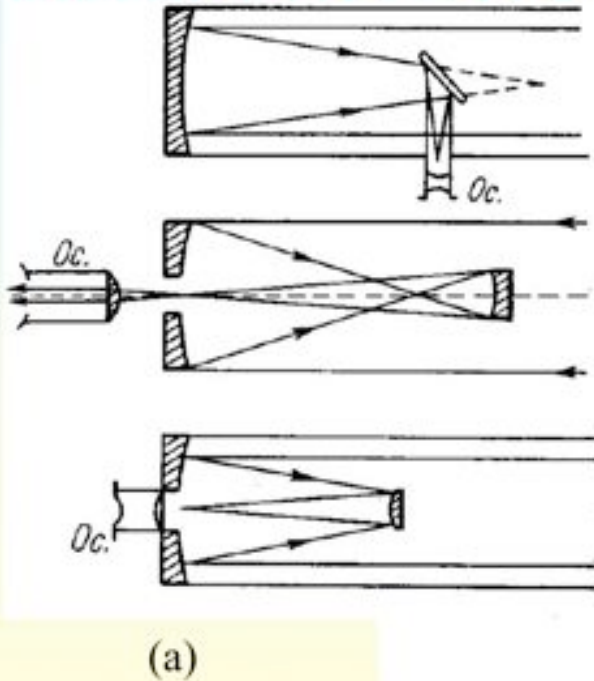
Par ailleurs, le théorème de convolution nous a tout simplement appris que l'éclairement $e(p,q)$ d'un objet dans le plan focal était donné par la convolution (\otimes) de l'objet $O(p,q)$ (image idéale) par la réponse impulsionnelle $|h(p,q)|^2$ de l'instrument. Donc, résultat 3: $e(p,q) = O(p,q) \otimes |h(p,q)|^2$.

Nous comprendrons très bientôt comment il est possible de retrouver le résultat (1), approximatif, à partir du résultat (3) (et aussi du (2)) tout à fait rigoureux.

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques



9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques

Au moyen des éléments d'optique de Fourier, nous avons établi l'expression de la réponse impulsionnelle pour le cas d'une ouverture circulaire (Eq. (9.1.5.17)). Cette fonction d'étalement du point (PSF ou "Point Spread Function" en anglais) correspond en fait à la tache d'Airy.

Dans cette section, nous allons décrire les différents types de montures et de foyers des télescopes optiques utilisés dans les grands observatoires astronomiques.

Remarquons tout d'abord que la pièce optique maîtresse d'un télescope est *l'objectif* prévu pour recueillir la lumière et construire l'image de l'objet ou d'une région du ciel.

L'objectif est lié au dispositif de réception par un tube.

La construction mécanique qui porte le tube et qui assure son pointage s'appelle *monture*.

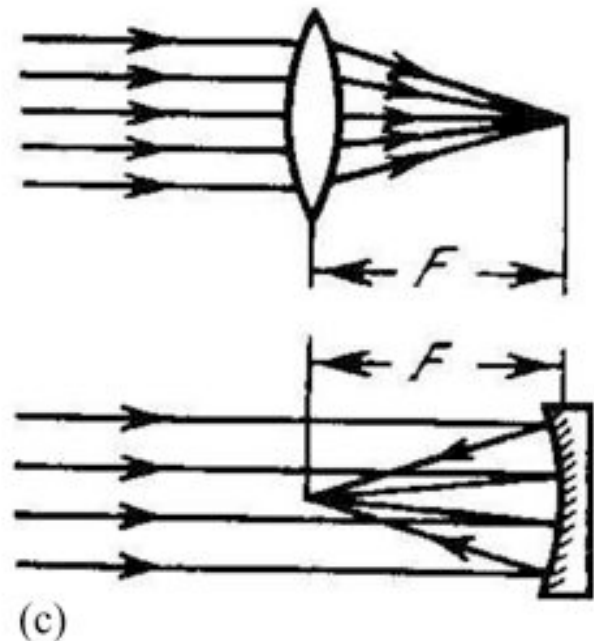
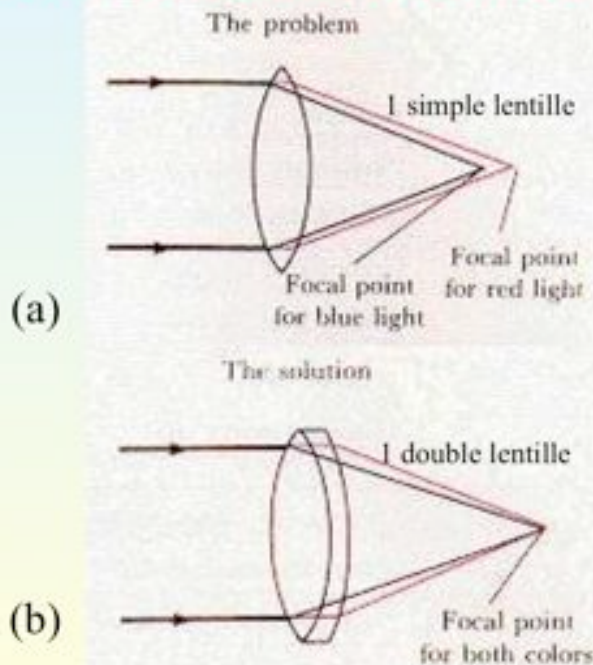
Si le récepteur de lumière est l'oeil (dans les observations visuelles), le télescope doit être muni d'un *oculaire* (i.e. une loupe) prévu pour observer l'image construite par l'objectif (cf. Fig. (a) ci-dessus). Dans les observations avec une caméra directe, fente d'un spectrographe, etc.), l'oculaire est bien évidemment inutile. Le détecteur (CCD, plaque photographique, etc.), la fente du spectro, etc. se montent directement dans le plan focal du télescope.

Le télescope muni d'un objectif à lentilles s'appelle *réfracteur* (cf. Fig. (b)).

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques



9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques

Les rayons lumineux de diverses longueurs d'onde étant réfractés d'une façon différente, l'utilisation d'une seule lentille conduit à la formation d'une image irisée (Fig. (a)). Ce phénomène s'appelle *aberration chromatique*. L'aberration chromatique est sensiblement réduite dans les objectifs composés de deux lentilles de différents coefficients de réfraction (objectif achromatique, Fig. (b)).

Les lois de la réflexion ne dépendent pas de la longueur d'onde; on a donc eu l'idée de remplacer l'objectif à lentilles par un miroir sphérique concave (cf. Fig. (c)). Un télescope équipé d'un tel objectif s'appelle *réflecteur*. Un des premiers réflecteurs, de diamètre d'ouverture de seulement 3cm et d'une focale de 15cm, a été construit par Newton en 1671. Il semblerait que Zucchi a construit le tout premier réflecteur dès 1616.

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques: le Galiléoscope



$D = 5\text{cm}$, $F/D = 10$, $G = 25, 50$; coût: 18 €

9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques: le Galiléoscope



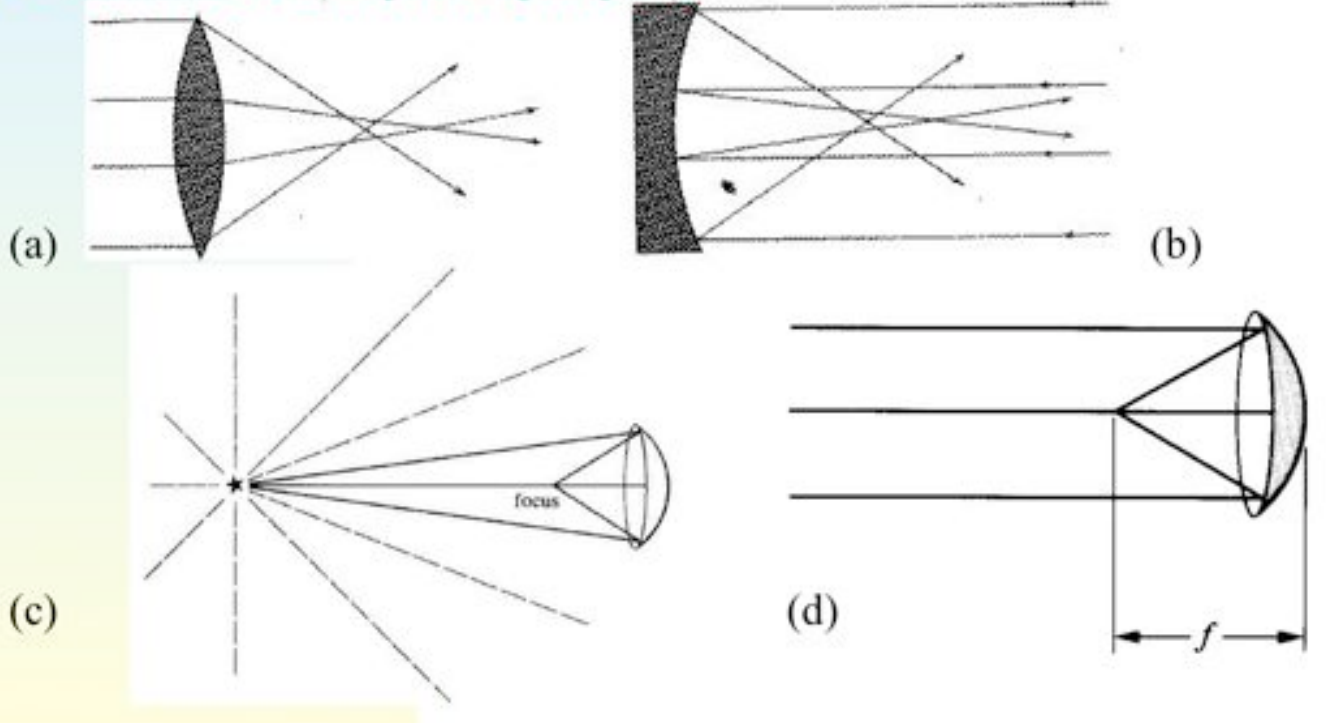
9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques



9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques

Un miroir sphérique ne fait pas converger le faisceau de rayons parallèles exactement au foyer (Fig. (b), pouvoir le démontrer géométriquement et/ou analytiquement -foyer proche du demi rayon de courbure du miroir-!); la tache qu'il y forme est quelque peu floue. Cette perturbation s'appelle *aberration sphérique*. La même aberration est observée pour le cas des réfracteurs (Fig. (a)). Si l'on donne au miroir la forme d'un paraboloïde de révolution, l'aberration sphérique disparaît (Figs. (c) et (d)). Un faisceau parallèle dirigé suivant l'axe d'un tel paraboloïde converge au foyer pratiquement sans perturbation (aussi pouvoir le démontrer!). C'est pourquoi les réflecteurs modernes ont des miroirs paraboliques.

Les collecteurs de lumière en usage actuel sont principalement des miroirs. Les miroirs concaves et convexes ont remplacé les lentilles convergentes en raison des nombreux avantages qu'ils présentent sur ces dernières:

- possibilité d'obtenir des éléments optiques de grande taille (posés sur de grands supports surfaciques); la nécessité d'homogénéité du verre limitait celle des lentilles;
- il suffit de polir une seule surface pour un réflecteur, caractérisé par l'absence d'aberrations chromatiques, au lieu de quatre surfaces pour un réfracteur avec doublet achromatique;
- domaine spectral utilisable étendu à l'ultraviolet et à l'infra-rouge;

Les miroirs sont généralement en verre. Un pouvoir réflecteur élevé (> 85%, attention s'il y a un grand nombre de réflexions!) est obtenu par dépôt d'une très mince couche d'aluminium. Une nouvelle technologie de fabrication de miroirs liquides au mercure, peu coûteuse, a vu le jour très récemment. Le principe de fonctionnement des télescopes à miroir liquide sera décrit un peu plus

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

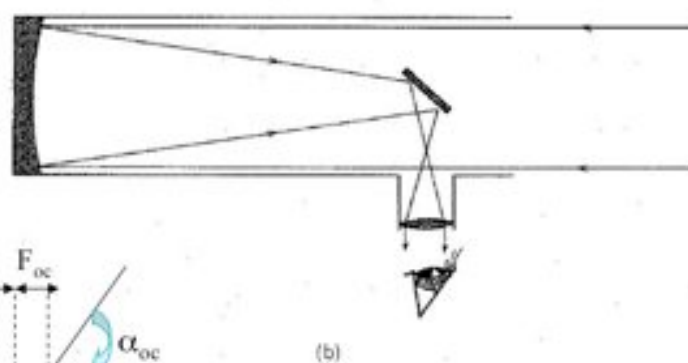
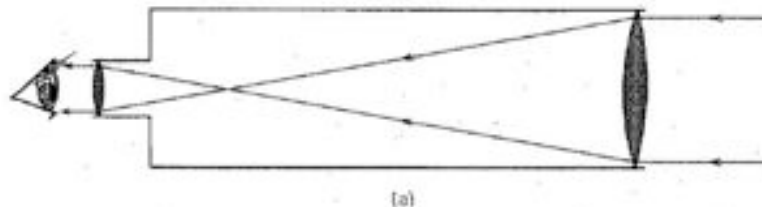
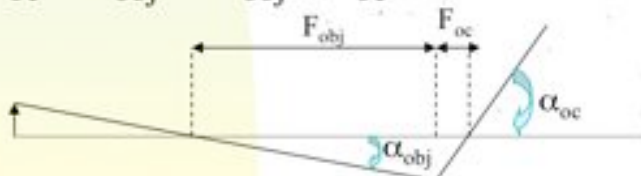
9.3.1 Télescopes optiques

$$\phi = E S = \pi D^2 E / 4,$$

$$f = F / D,$$

$$E' \sim f^2.$$

$$G = \alpha_{oc} / \alpha_{obj} = F_{obj} / F_{oc}.$$



9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques

Pour rappel, les caractéristiques principales d'un télescope sont le diamètre D et la distance focale F de l'objectif. Plus le diamètre est grand, plus la quantité d'énergie lumineuse ϕ recueillie par l'instrument est grande

$$\phi = E S = \pi D^2 E / 4,$$

où E est l'éclairement de l'objectif et S sa surface.

Une autre caractéristique importante est le rapport d'ouverture $f = F / D$ tel que l'éclairement E' produit dans le plan focal par un objet étendu: $E' \sim f^2$.

Il s'ensuit que pour photographier des objets étendus faibles (nébuleuses, comètes, etc.), le rapport d'ouverture $f (= F / D)$ doit être petit. Pour des raisons d'encombrement (coût de la coupole, etc.), il est aussi avantageux de fabriquer des instruments avec des petits rapports d'ouverture. Cependant, la diminution de ce rapport d'ouverture fait accroître rapidement les distortions optiques.

Enfin, une caractéristique importante d'un instrument prévu pour l'observation visuelle est le grossissement G , égal au rapport des distances focales de l'objectif F_{obj} et de l'oculaire F_{oc}

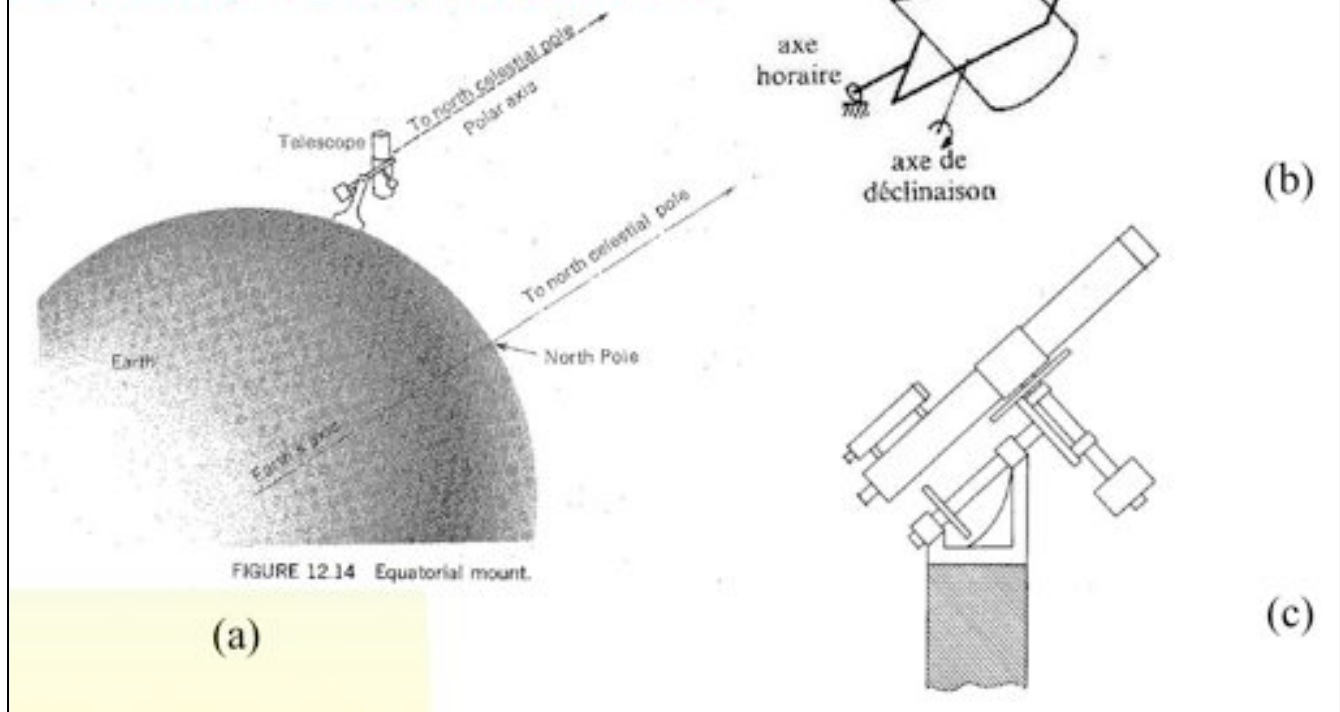
$$G = \alpha_{oc} / \alpha_{obj} = F_{obj} / F_{oc}.$$

Si on peut discerner à l'oeil nu deux étoiles se trouvant l'une de l'autre à une distance angulaire égale ou supérieure à $2'$, un télescope réduit cette limite de G fois. Toutefois, on ne pourra pas augmenter indéfiniment le grossissement G car la turbulence atmosphérique deviendra très vite perceptible et empêchera toute amélioration au niveau du pouvoir de résolution angulaire de l'instrument.

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques



9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques

9.3.1.1 Montures des télescopes optiques:

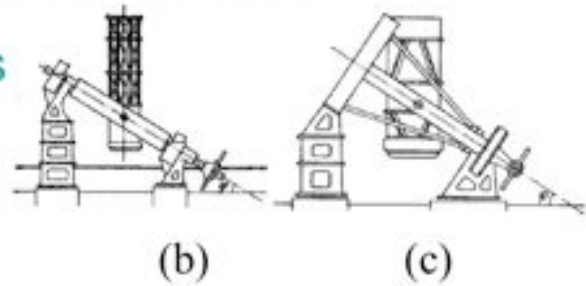
Décrivons maintenant les principaux types de montures utilisées pour les télescopes optiques. La monture d'un instrument comporte toujours deux axes réciproquement perpendiculaires qui assurent le pointage de l'instrument dans n'importe quelle direction du ciel (e.g. Figs. (a) et (b)).

Monture équatoriale: la monture équatoriale (cf. Figs. (a) et (b)), qui comprend un axe horaire (parallèle à l'axe de rotation de la Terre) et un axe de déclinaison perpendiculaire au premier, a été jusqu'il y a peu de temps, le support habituel des télescopes terrestres. Une rotation régulière d'un tour par jour sidéral autour de l'axe horaire permet de maintenir fixe la direction de l'axe optique du télescope par rapport à la sphère celeste (Fig. (a)). Il existe plusieurs types de montures équatoriales. Les instruments modestes (inférieurs à 100cm de diamètre) sont établis souvent sur une monture allemande (cf. Fig. (c)) dans laquelle l'axe polaire et l'axe des déclinaisons forment une tête parallactique qui repose sur une colonne. L'axe des déclinaisons porte d'un côté de la colonne le tube et de l'autre, un contreponds pour l'équilibre.

9 Elements d'optique de Fourier

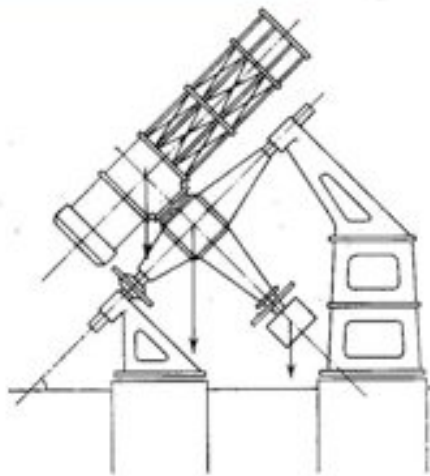
9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques



(b)

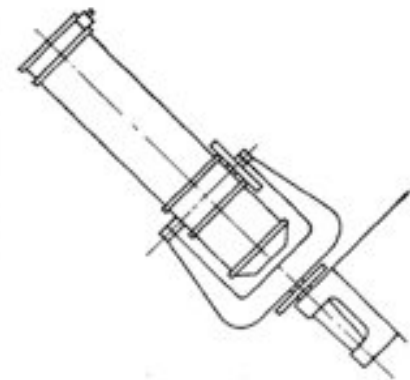
(c)



(a)



(d)



(e)

9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques

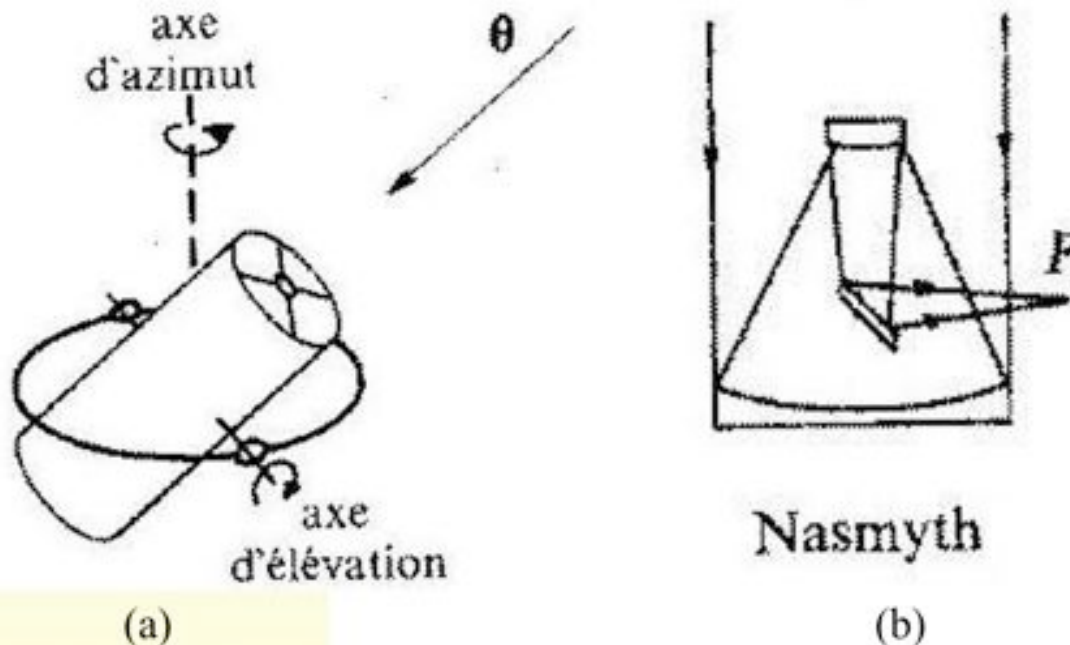
9.3.1.1 Montures des télescopes optiques:

La monture anglaise (cf. Figs. (a)-(c)) se distingue de la monture allemande par l'axe polaire qui repose par ses extrémités sur deux colonnes, celle du Nord et celle du Sud, ce qui lui assure une assiette supplémentaire. Parfois dans la monture anglaise, l'axe polaire est remplacé par un cadre rectangulaire dit berceau de façon que le tube se trouve à l'intérieur de ce berceau (Figs. (b) et (c)). Cette construction rend impossible la visée de la zone voisine du pôle. Si le pivot Nord (supérieur dans l'hémisphère Nord) de l'axe polaire se fait en forme de fer à cheval (Fig. (d)), cet inconvénient disparaît. Enfin, on peut supprimer la colonne Nord et son pivot. On obtient alors une monture à fourche (Fig. (e)).

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques



9.3 Applications aux télescopes: 9.3.1 Télescopes optiques

9.3.1.1 Montures des télescopes optiques:

Le fonctionnement du mécanisme d'horloge qui régule l'entraînement du télescope n'est pas toujours bien régulier. Pour obtenir des clichés avec des poses durant parfois des heures, on est obligé de contrôler la précision du pointage de l'instrument et d'y apporter des corrections. Cette opération s'appelle *guidage*. Le guidage est assuré par un petit instrument auxiliaire dit lunette de guidage, placé sur la même monture que le télescope principal.

Monture azimutale (aussi appelée alt-az pour altitude-azimutale): avec l'avènement récent des micro-ordinateurs et le poids contraignant croissant des miroirs des tout grands télescopes (cf. le télescope russe de 6m, le VLT de l'ESO (Fig. (a)), etc.), une préférence existe aujourd'hui pour les montures de type azimutal (cf. Fig. (a)). Dans la monture dite azimutale, l'un des axes est dirigé vers le zénith, l'autre repose dans le plan horizontal. Le micro-ordinateur, couplé avec un système de guidage automatique, permet à l'instrument de suivre avec une très grande précision les astres lors de leur rotation diurne. Cependant, tout comme pour le cas du champ accessible au foyer Coudé avec un télescope à monture équatoriale (voir les descriptions qui suivent), le champ au foyer Nasmyth d'un télescope à monture azimutale est affecté du mouvement de rotation diurne. Des systèmes opto-mécaniques complexes existent cependant au foyer Nasmyth des télescopes à monture azimutale pour compenser cette rotation du champ (Fig. b).

Contrairement aux deux types de montures précédentes qui sont mobiles et qui permettent donc de pointer un télescope suivant n'importe quelle direction de la sphère céleste, la monture d'un télescope à miroir liquide est fixe. Cette dernière est donc moins coûteuse que les précédentes mais aussi beaucoup moins versatile ... au moins en apparence!