

UNIVERSITE DE LIEGE  
FACULTE DES SCIENCES APPLIQUEES



Schémas d'approximation  
pour la conception optimale  
de structures en matériaux composites

Michaël BRUYNEEL

Ingénieur civil mécanicien (FPMs 1995)  
Maître en Sciences Appliquées (ULg 1996)

Thèse présentée en vue de l'obtention du grade de  
Docteur en Sciences Appliquées de l'Université de Liège

Année académique 2001-2002

# Résumé

Grâce à leur rapport raideur/poids élevé et à l'anisotropie de leurs propriétés mécaniques, les matériaux composites à renforts de fibres présentent de grandes possibilités d'utilisation dans de nombreux domaines de l'ingénierie.

Compte tenu du nombre important de paramètres caractérisant les structures faites de tels matériaux, l'utilisation des techniques d'optimisation semble être indiquée pour leur conception.

Cependant, l'effort de recherche effectué dans ce domaine est bien moins important que celui fourni dans le cas des structures en matériau isotrope. La raison principale est due au comportement particulier fortement non linéaire des réponses structurales en fonction de l'orientation des fibres, et au caractère non convexe du problème d'optimisation. De plus, ces performances mécaniques sont, la plupart du temps, mixtes monotones/non monotones en termes des épaisseurs des plis et des directions de fibres. Ceci complique davantage l'utilisation des techniques d'optimisation qui idéalement devraient pouvoir tenir compte de ces différences de comportements.

L'objectif principal poursuivi dans cette thèse consiste à adapter des méthodes d'optimisation existantes en vue de les rendre performantes dans la résolution de tels problèmes.

Compte tenu de son efficacité constatée depuis des années dans les différents domaines de l'optimisation de structures en matériau isotrope, l'approche par concept d'approximations est utilisée ici. Cette technique consiste à remplacer la solution du problème d'optimisation initial par celle d'une séquence de sous-problèmes explicites et convexes. Le sous-problème d'optimisation est construit sur la base d'approximations explicites et convexes du premier ordre des réponses structurales.

Sur la base de schémas d'approximation existants, il est montré que la sélection d'une approximation adaptée au problème améliore la vitesse de convergence du processus d'optimisation. De plus, la qualité d'une approximation dépend du nombre de paramètres qu'elle contient et/ou de la façon dont ceux-ci sont calculés. C'est dans cette optique que plusieurs modifications sont apportées à certains schémas existants. La qualité de l'approximation non monotone est améliorée par l'utilisation des dérivées premières et/ou de la valeur de chaque fonction structurale en deux itérations successives. Une généralisation au cas monotone/non monotone est également présentée ; elle permet de tenir compte des comportements particuliers des variables de conception de natures différentes intervenant dans le problème. L'intérêt de la sélection automatique du type d'approximation – soit monotone, soit non monotone, soit mixte – en fonction du problème traité et des variables de conception retenues est illustré.

Les méthodes développées montrent leur avantage par rapport aux approximations existantes sur une application à caractère industriel, ainsi que sur de nombreux exemples académiques. Outre les structures en matériaux composites, la configuration optimale de treillis et l'optimisation topologique de milieux continus avec prise en compte du poids propre sont également traitées. Par ailleurs, ce dernier point fait l'objet d'une étude plus approfondie.

Ce travail donne également l'occasion de s'intéresser aux différentes paramétrisations des structures stratifiées composites, aux problèmes liés à leur modélisation et au rôle clé de l'orientation des fibres dans la conception.

# Abstract

With their high stiffness to weight ratio and their anisotropic properties, fibers reinforced composite materials show high potential capabilities in many fields of engineering.

Because of a huge number of parameters, the design of structures made of such materials naturally calls for optimization algorithms.

However, the amount of work that has been done for their optimization is weak compared to the effort dedicated to problems involving isotropic materials. The main reason is linked to the unusual behaviors of the structural responses, which are highly non linear over fibers orientations, and to the non convex character of the optimization problem. Besides, when fibers orientations and ply thickness design variables are simultaneously considered in the design problem, the mechanical performances present, most of the time, a mix of non monotonous and monotonous behaviors. The use of optimization techniques is then still more difficult, because they should be able to consider such different characteristics of the problem.

The main objective of this thesis consists in adapting existing optimization methods to make them efficient in the solution of such problems.

For many years, the approximation concepts approach showed to be efficient in all the fields of structural optimization including isotropic materials. It is used here for anisotropic ones. This procedure consists in replacing the solution of the initial optimization problem by a sequence of approximated explicit and convex sub-problems. The sub-problem is composed of first order explicit and convex approximations of the structural responses.

Based on existing schemes, it is shown that the right selection of an approximation improves the convergence speed of the optimization process. Besides, its accuracy increases with the number of parameters it contains and/or the way those are computed. Based on this, modifications of existing approximations are then performed. The accuracy of the non monotonous approximation is improved by taking into account the first order derivatives and/or the functions values at two successive iterations. A generalization for a mix of monotonous and non monotonous behaviors is also presented, for efficiently considering the different natures of the involved design variables. The advantage of an automatic selection of the approximation – either monotonous, or non monotonous, or mixed – according to the problem and the design variables is illustrated.

The efficiency of the developed methods, compared to existing ones, is shown on an industrial application and on many academic examples including anisotropic materials. The optimal configurations of trusses and topology optimization problems of continuum media including their self-weight are also studied. The latter is deeply investigated.

Existing parameterizations of composite structures, the problems linked to their modelization, and the key role of the fibers orientations in the design are also discussed.

# Table des matières

<b>Chapitre 1. Introduction</b>	<b>1.1</b>
1.1 Objectifs et exposé succinct du problème	1.1
1.2 Cadre de la recherche	1.4
<b>Chapitre 2. Position du problème</b>	<b>2.1</b>
2.1 Optimisation des structures	2.2
2.2 Structures en matériaux composites	2.6
2.2.1 Généralités	2.6
2.2.2 Analyse des structures en matériaux composites	2.7
2.2.3 Paramétrisations des structures composites	2.13
2.3 Conception des structures en matériaux composites	2.19
2.3.1 Problèmes liés à la modélisation	2.19
2.3.2 Rôle clé de l'orientation des fibres	2.23
2.3.3 Problèmes traités dans la littérature	2.30
2.3.4 Formulation du problème d'optimisation	2.30
2.4 Approche retenue	2.31
2.4.1 Choix de la paramétrisation	2.31
2.4.2 Choix de la formulation du problème	2.31
2.4.3 Choix de la technique d'optimisation	2.32
2.5 Conclusions	2.32
<b>Chapitre 3. Schémas d'approximation en optimisation structurale</b>	<b>3.1</b>
3.1 Introduction	3.2
3.2 Approximations en optimisation structurale	3.5
3.2.1 Approximations du type MMA	3.5
3.2.2 Approximations du type GMMA	3.13
3.2.3 Approximations quadratiques	3.15
3.2.4 Approximations en deux points	3.18
3.3 Modifications des schémas d'approximation	3.19
3.3.1 Modifications des approximations de type MMA	3.19
3.3.2 Modifications des approximations de type GMMA	3.21
3.3.3 Synthèse des développements	3.27
3.4 Comparaison des schémas d'approximation	3.28
3.4.1 Orientation optimale dans un unidirectionnel	3.28
3.4.2 Fonction à deux variables	3.33
3.4.3 Epaisseurs et orientations dans un stratifié	3.37
3.4.4 Discussion et sélection des schémas d'approximation	3.39
3.5 Généralisation des schémas d'approximation	3.41
3.5.1 Particularités des réponses structurales	3.41
3.5.2 Un schéma d'approximation mixte de type MMA	3.42
3.5.3 Un schéma d'approximation mixte de type GMMA	3.46
3.6 Applications numériques de validation	3.48
3.6.1 Orientation des fibres	3.49

3.6.2	<i>Mise en évidence du caractère mixte</i>	3.55
3.6.3	<i>Stratifié symétrique à 16 plis</i>	3.57
3.6.4	<i>Conception d'un cylindre composite</i>	3.59
3.6.5	<i>Problème multi-objectifs</i>	3.62
3.6.6	<i>Comparaison des temps de calcul</i>	3.66
3.7	Conclusions	3.67
<b>Chapitre 4. Algorithme de résolution</b>		<b>4.1</b>
4.1	Introduction	4.2
4.2	Approche duale	4.3
4.2.1	<i>Fonction lagrangienne</i>	4.3
4.2.2	<i>Conditions de Kuhn-Tucker</i>	4.4
4.2.3	<i>Interprétation des conditions de Kuhn-Tucker</i>	4.5
4.2.4	<i>Notion de point de selle</i>	4.7
4.2.5	<i>Dualité lagrangienne</i>	4.10
4.2.6	<i>Cas des approximations de type MMA</i>	4.20
4.2.7	<i>Cas des approximations de type GMMA</i>	4.21
4.2.8	<i>Mise en œuvre de l'optimiseur dual</i>	4.22
4.2.9	<i>Généralisation au cas multi-objectifs</i>	4.31
<b>Chapitre 5. Optimisation de structures en matériaux composites</b>		<b>5.1</b>
5.1	Stratégie d'optimisation et limitations	5.2
5.2	Applications numériques	5.3
5.2.1	<i>Membrane composite non homogène</i>	5.3
5.2.2	<i>Boîte multicellulaire soumise à une pression uniforme</i>	5.10
5.2.3	<i>Avant projet d'un wagon de tram</i>	5.15
5.3	Conclusions	5.22
<b>Chapitre 6. Illustration du champ d'application des méthodes développées</b>		<b>6.1</b>
6.1	Introduction	6.2
6.2	Configuration de treillis	6.2
6.2.1	<i>Généralités</i>	6.2
6.2.2	<i>Mise en évidence du caractère mixte</i>	6.3
6.2.3	<i>Applications numériques</i>	6.5
6.2.4	<i>Conclusions</i>	6.12
6.3	Optimisation topologique avec poids propre	6.14
6.3.1	<i>Formulation du problème</i>	6.14
6.3.2	<i>Analyse de sensibilité</i>	6.15
6.3.3	<i>Difficultés liées au poids propre et solutions</i>	6.17
6.3.4	<i>Applications et comparaison des approximations</i>	6.26
6.3.5	<i>Conclusions</i>	6.36
<b>Chapitre 7. Conclusions générales</b>		<b>7.1</b>
<b>Références</b>		<b>R.1</b>
<b>Table des matières</b>		<b>T.1</b>