

PRESERVATION DES MODES RIGIDES ET CONDITIONS SUR LES

DEPLACEMENTS AU VOISINAGE DE L'AXE DANS LES COQUES

TRONC-CONIQUES DE REVOLUTION

J.F. DEBONGNIE

Préservation des modes rigides et conditions sur les déplacements au voisinage de l'axe dans les coques tronconiques de révolution

Introduction

Les équations d'une coque de révolution ont été développées dans un rapport antérieur [1]. Suivant une approche classique, après un calcul exact des déformations, on y négligeait tous les termes de l'énergie de déformation dont le coefficient est en $\frac{h}{R}$. Le présent rapport montre que cette façon de faire détruit la représentation exacte des modes rigides de rotation. Partant des expressions exactes des déformations, on les développe directement en séries de puissances. La troncature des développements est alors faite en portant toute l'attention sur la conservation des modes rigides. En fait, un raisonnement très simple permet de déterminer de façon générale les termes que l'on peut négliger. Pour illustrer les résultats, on calcule les déformations pour les six modes rigides.

La seconde partie de ce rapport est consacrée à l'étude des conditions à respecter sur l'axe de symétrie. Cette étude est basée sur le fait que les déformations doivent rester finies. On obtient ainsi un certain nombre de relations à vérifier sur l'axe. Ici aussi, le fait de négliger tous les termes en $\frac{h}{R^2}$ des déformations conduit à des conditions trop restrictives puisqu'elles reviennent à bloquer toutes les rotations, sauf si la coque coupe l'axe en lui étant perpendiculaire.

Section 1. Préservation des modes rigides

1. Le calcul exact des déformations a été fait de façon complète dans [1] et nous nous limiterons à en rappeler les résultats : si s est la direction définie par l'intersection du feuillet moyen avec le plan méridien, θ la direction azimutale et S la direction orthogonale aux deux premières (figure 1) on obtient l'expression suivante des déformations :

$$\epsilon_{ss} = D_s u_s$$

$$\epsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{R + S \cos\phi} (D_\theta u_\theta + u_s \sin\phi + u_S \cos\phi)$$

$$\epsilon_{SS} = D_S u_S$$

$$\gamma_{s\theta} = \frac{1}{R + S \cos\phi} (D_\theta u_s - u_\theta \sin\phi) + D_s u_\theta$$

$$\gamma_{sS} = D_s u_S + D_S u_s$$

$$\gamma_{\theta S} = D_S u_\theta + \frac{1}{R + S \cos\phi} (D_\theta u_S - u_\theta \cos\phi)$$

Dans ces formules, R représente le rayon du feuillet moyen : c'est une fonction de s seulement.

2. Les déplacements seront régis par les hypothèses classiques :

$$u_s = u + S\alpha$$

$$u_\theta = v + S\beta$$

$$u_S = w$$

Il vient donc

$$\epsilon_{ss} = D_s u + S D_s \alpha$$

$$\epsilon_{\theta\theta} = (R + S \cos\phi)^{-1} (D_\theta v + S D_\theta \beta + (u + S\alpha) \sin\phi + w \cos\phi)$$

$$\epsilon_{SS} = 0$$

$$\gamma_{s\theta} = (R + S \cos\phi)^{-1} (D_\theta u + S D_\theta \alpha - v \sin\phi - S\beta \sin\phi) + D_s (v + S\beta)$$

$$\gamma_{sS} = \alpha + D_s w$$

$$\gamma_{\theta S} = \beta + (R + S \cos\phi)^{-1} (D_\theta w - (v + S\beta) \cos\phi)$$

3. Si l'on fait l'hypothèse que l'épaisseur h vérifie l'inégalité

$$\left| \frac{h}{R_\theta} \right|^2 \ll 1,$$

avec, $R_\theta = R/\cos\phi$, on peut écrire sans grande erreur

$$\left(1 + \frac{S \cos\phi}{R}\right)^{-1} \approx 1 - \frac{S \cos\phi}{R}.$$

Introduisant ce développement dans les déformations, on est conduit aux expressions approchées

$$\epsilon_{ss} = D_s u + S D_s \alpha$$

$$\epsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{R} (D_\theta v + u \sin\phi + w \cos\phi) + \frac{S}{R} \left[(D_\theta \beta + \alpha \sin\phi) - \frac{\cos\phi}{R} (D_\theta v + u \sin\phi + w \cos\phi) \right]$$

$$\epsilon_{SS} = 0$$

$$\gamma_{s\theta} = D_s v + \frac{1}{R}(D_\theta u - v \sin\phi) + S(D_s \beta + \frac{1}{R}(D_\theta \alpha - \beta \sin\phi) - \frac{\cos\phi}{R^2}(D_\theta u - v \sin\phi))$$

$$\gamma_{SS} = \alpha + D_s w$$

$$\gamma_{\theta S} = \beta + \frac{1}{R}(D_\theta w - v \cos\phi) - \frac{S \cos\phi}{R} (\beta + \frac{1}{R}(D_\theta w - v \cos\phi))$$

4. Dans le cas où la condition

$$\left| \frac{h}{R_\theta} \right| \ll 1,$$

plus restrictive que la précédente, est vérifiée, on est tenté de négliger tous les termes en $\frac{S \cos\phi}{R^2}$ que l'on voit apparaître. Mais ce faisant, on néglige des termes à ce point importants que les modes rigides cessent d'être dépourvus d'énergie. Examinons ce problème de plus près.

Lors d'un déplacement rigide, les déformations sont nulles partout. Pour une valeur donnée de s , les fonctions constante et linéaire sont indépendantes, ce qui entraîne que les coefficients de ces deux fonctions doivent s'annuler indépendamment, et ce pour chaque déformation.

Ceci posé, on remarquera d'autre part que pour toutes les déformations, sauf $\gamma_{s\theta}$, le coefficient de $\frac{S \cos\phi}{R^2}$ n'est autre que la déformation du feuillet moyen. Ce terme est donc nul pour un mode rigide et on peut le négliger. Par contre, dans l'expression de $\gamma_{s\theta}$, le coefficient de $\frac{S \cos\phi}{R^2}$ n'est qu'une partie de la déformation du feuillet moyen. Il n'y a aucune raison que ce terme s'annule et, en général, il ne s'annule pas. Négliger ce terme équivaut donc à renoncer à une représentation exacte des modes rigides.

Tenant compte de cette remarque, on peut finalement écrire

$$\epsilon_{ss} = \bar{\epsilon}_{ss} + S \bar{X}_{ss}$$

$$\epsilon_{\theta\theta} = \bar{\epsilon}_{\theta\theta} + S \bar{X}_{\theta\theta}$$

$$\gamma_{s\theta} = \bar{\gamma}_s + \bar{\gamma}_\theta + S(\bar{\delta}_s + \bar{\delta}_\theta)$$

$$\gamma_{ss} = \bar{\gamma}_{ss}$$

$$\gamma_{\theta s} = \bar{\gamma}_{\theta s},$$

avec

$$\bar{\epsilon}_{ss} = D_s u$$

$$\bar{\epsilon}_{\theta\theta} = \frac{1}{R} (D_\theta v + u \sin\phi + w \cos\phi)$$

$$\bar{\gamma}_s = D_s v$$

$$\bar{\gamma}_\theta = \frac{1}{R} (D_\theta u - v \sin\phi)$$

$$\bar{\gamma}_{ss} = \alpha + D_s w$$

$$\bar{\gamma}_{\theta s} = \beta + \frac{1}{R} (D_\theta w - v \cos\phi)$$

$$\bar{X}_{ss} = D_s \alpha$$

$$\bar{X}_{\theta\theta} = \frac{1}{R} (D_\theta \beta + \alpha \sin\phi)$$

$$\bar{\delta}_s = D_s \beta$$

$$\bar{\delta}_\theta = \frac{1}{R} (D_\theta \alpha - \beta \sin\phi) - \frac{\cos\phi}{R^2} (D_\theta u - v \sin\phi)$$

Le découpage de $\bar{\gamma}_{s\theta}$ en $\bar{\gamma}_s + \bar{\gamma}_\theta$ et de $\bar{X}_{s\theta}$ en $\bar{\delta}_s + \bar{\delta}_\theta$ correspond aux deux dérivées covariantes. On peut en effet montrer qu'en coordonnées curvilignes orthogonales, chaque dérivée covariante ne contient qu'une fois chaque composante. Cette particularité présente un grand intérêt pour l'organisation pratique des calculs.

Pour illustrer l'importance du terme en $\frac{1}{R^2}$ dans $\bar{\delta}_\theta$, nous calculerons la déformation $\bar{X}_{s\theta} = \bar{\delta}_s + \bar{\delta}_\theta$ pour chacun des six modes rigides : pour faciliter les calculs, notons dès à présent que (figure 2) les axes cartésiens $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ s'expriment en fonction des axes des coordonnées polaires $\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z$ par

$$\vec{e}_x = \vec{e}_r \cos\theta - \vec{e}_\theta \sin\theta$$

$$\vec{e}_y = \vec{e}_r \sin\theta + \vec{e}_\theta \cos\theta$$

$$\vec{e}_z = \vec{e}_z$$

Les axes $\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z$ s'expriment eux-mêmes en termes des vecteurs $\vec{e}_s, \vec{e}_\theta, \vec{e}_s$ par les relations (figure 3)

$$\vec{e}_r = \vec{e}_s \cos\phi + \vec{e}_s \sin\phi$$

$$\vec{e}_z = \vec{e}_s \sin\phi - \vec{e}_s \cos\phi$$

$$\vec{e}_\theta = \vec{e}_\theta$$

a) Mode rigide de translation selon \vec{e}_z

$$\vec{u} = \vec{e}_z = \vec{e}_s \sin\phi - \vec{e}_\theta \cos\phi ,$$

$$\text{soit } w = \sin\phi , u = -\cos\phi , v = \alpha = \beta = 0$$

Il est clair que $X_{s\theta} = 0$

b) Mode rigide de translation selon \vec{e}_x

$$\vec{u} = \vec{e}_x = \vec{e}_r \cos\theta - \vec{e}_\theta \sin\theta$$

$$= \vec{e}_s \cos\phi \cos\theta + \vec{e}_\theta \sin\phi \cos\theta - \vec{e}_\theta \sin\theta ,$$

soit

$$w = \cos\theta \cos\phi$$

$$u = \cos\theta \sin\phi$$

$$v = -\sin\theta$$

$$\alpha = \beta = 0$$

Il vient donc

$$\bar{\delta}_s = 0$$

$$\bar{\delta}_\theta = -\frac{\cos\phi}{R^2} (-\sin\theta \sin\phi + \sin\theta \sin\phi) = 0.$$

c) Translation rigide selon \vec{e}_y

Le développement est identique

d) Rotation autour de \vec{e}_z

$$\vec{u} = (R + S \cos\phi) \vec{e}_\theta,$$

$$\text{soit } v = R$$

$$\beta = \cos\phi$$

$$u = w = \alpha = 0,$$

ce qui donne

$$\bar{\delta}_s = 0$$

$$\bar{\delta}_\theta = -\frac{1}{R} \sin\phi \cos\phi + \frac{\cos\phi}{R^2} R \sin\phi$$

On constate que si l'on négligeait le terme en $\frac{\cos\phi}{R^2}$, on obtiendrait

$$\bar{\delta}_\theta = -\frac{1}{R} \sin\phi \cos\phi \neq 0.$$

Le mode rigide ne serait pas représenté de façon exacte.

e) Rotation autour de \vec{e}_x

$$\begin{aligned} \vec{u} &= \vec{e}_x \wedge (x \vec{e}_x + y \vec{e}_y + z \vec{e}_z) = y \vec{e}_z - z \vec{e}_y \\ &= r \sin\theta \vec{e}_z - z \sin\theta \vec{e}_r - z \cos\theta \vec{e}_\theta \end{aligned}$$

Or (figure 4)

$$r = R + S \cos\phi$$

$$z = Z + S \sin\phi$$

On en déduit :

$$\begin{aligned}
 \vec{u} &= (R + S \cos\phi)(\vec{e}_S \sin\phi - \vec{e}_s \cos\phi) \sin\theta - (Z + S \sin\phi)(\vec{e}_S \cos\phi + \vec{e}_s \sin\phi) \\
 &\hspace{20em} \sin\theta - (Z + S \sin\phi) \vec{e}_\theta \cos\theta \\
 &= [(R \sin\phi - Z \cos\phi) + S (\sin\phi \cos\phi - \sin\phi \cos\phi)] \vec{e}_S \sin\theta \\
 &\quad - [(R \cos\phi + Z \sin\phi) + S (\cos^2\phi + \sin^2\phi)] \vec{e}_s \sin\theta \\
 &\quad - (Z + S \sin\phi) \vec{e}_\theta \cos\theta
 \end{aligned}$$

et

$$u = - (R \cos\phi + Z \sin\phi) \sin\theta$$

$$v = - Z \cos\theta$$

$$w = (R \sin\phi - Z \cos\phi) \sin\theta$$

$$\alpha = - \sin\theta$$

$$\beta = - \sin\phi \cos\theta$$

Il vient donc

$$\bar{\delta}_s = 0$$

$$\begin{aligned}
 \bar{\delta}_\theta &= -\frac{1}{R} \cos\theta \cos^2\phi - \frac{\cos\phi}{R^2} (-R \cos\phi \cos\theta - Z \sin\phi \cos\theta + Z \sin\phi \cos\theta) \\
 &= -\frac{1}{R} \cos^2\phi \cos\theta + \frac{R}{R^2} \cos^2\phi \cos\theta
 \end{aligned}$$

A nouveau, on observe que $\bar{\delta}_\theta$ n'est nul que grâce au terme en $\frac{\cos\phi}{R}$.

Le fait de le négliger aurait donc aussi détruit la représentation de ce mode rigide.

b) Rotation autour de \vec{e}_y : les développements et les conclusions sont identiques.

Section 2. Conditions au voisinage de l'axe

1. Proposons-nous de déterminer sous quelles conditions les déformations restent finies au voisinage de l'axe. Le cas de $\bar{\delta}_\theta$ est particulier, et nous le traiterons en dernier lieu. Pour toutes les autres déformations, la règle est simple: lorsqu'il existe un terme en $\frac{1}{R}$, le coefficient de $\frac{1}{R}$ doit être de la forme $C R$, où C ne contient que des puissances positives ou nulles de R . On obtient donc les conditions

$$D_\theta v + u \sin\phi + w \cos\phi = E_{\theta\theta} R \quad (1)$$

$$D_\theta u - v \sin\phi = G_\theta R \quad (2)$$

$$D_\theta w - v \cos\phi = G_{\theta S} R \quad (3)$$

$$D_\theta \beta + \alpha \sin\phi = C_{\theta\theta} R \quad (4)$$

Au voisinage de l'axe, chacun des premiers membres doit donc être nul.

Considérons à présent $\bar{\delta}_\theta$: on a

$$\bar{\delta}_\theta = \frac{1}{R^2} [R (D_\theta \alpha - \beta \sin\phi) - \cos\phi (D_\theta u - v \sin\phi)]$$

Il faut donc que

$$R (D_\theta \alpha - \beta \sin\phi) - \cos\phi (D_\theta u - v \sin\phi) = C_\theta R^2$$

soit encore, en tenant compte de (2), que

$$R (D_\theta \alpha - \beta \sin\phi) - \cos\phi G_\theta R = C_\theta R^2$$

ou

$$D_{\theta} \alpha - \beta \sin \phi - \cos \phi G_{\theta} = C_{\theta} R \quad (5)$$

Pour des déplacements de la forme

$$u(s, \theta) = u(s) \cos(n\theta + m \frac{\pi}{2})$$

$$v(s, \theta) = v(s) \sin(n\theta + m \frac{\pi}{2})$$

$$w(s, \theta) = w(s) \cos(n\theta + m \frac{\pi}{2})$$

$$\alpha(s, \theta) = \alpha(s) \cos(n\theta + m \frac{\pi}{2})$$

$$\beta(s, \theta) = \beta(s) \sin(n\theta + m \frac{\pi}{2}),$$

les équations (1) à (5) deviennent :

$$n v + u \sin \phi + w \cos \phi = E_{\theta\theta} R \quad (1')$$

$$-n u - v \sin \phi = G_{\theta} R \quad (2')$$

$$-n w - v \cos \phi = G_{\theta S} R \quad (3')$$

$$n \beta + \alpha \sin \phi = C_{\theta\theta} R \quad (4')$$

$$-n \alpha - \beta \sin \phi - G_{\theta} \cos \phi = C_{\theta} R \quad (5')$$

2. Conditions sur les déplacements du feuillet moyen

Les équations (1') à (3') seront compatibles en $R = 0$ si le déterminant

$$\begin{vmatrix} \sin \phi & n & \cos \phi \\ -n & -\sin \phi & 0 \\ 0 & -\cos \phi & -n \end{vmatrix} = 0,$$

ce qui donne la condition

$$n(\sin^2\phi + \cos^2\phi) - n^3 = n(1-n^2) = 0$$

Il ne peut donc y avoir de solution non nulle que pour $n = 0$ et $n = 1$.
Les conditions s'écrivent alors

a) pour $n = 0$:

$$u \sin\phi + w \cos\phi = 0$$

$$v \sin\phi = 0$$

$$v \cos\phi = 0$$

Si l'on se rappelle que $u_r = u \sin\phi + w \cos\phi$, ces conditions se ramènent à

$$u_r = 0 \quad (4)$$

$$u_\theta = 0$$

On remarquera qu'il n'y a aucune condition sur u_z . En particulier, le mode rigide de translation selon \vec{e}_z reste possible.

b) pour $n = 1$, les équations 1' à 3'

$$u \sin\phi + w \cos\phi + v = 0$$

$$u + v \sin\phi = 0$$

$$w + v \cos\phi = 0$$

La première équation peut s'écrire

$$u_r + u_\theta = 0. \quad (5)$$

Multiplions la deuxième par $\cos\phi$ et soustrayons-y la troisième multipliée par $\sin\phi$. Il vient

$$u \cos\phi - w \sin\phi = u_z = 0 \quad (6)$$

L'équation (6) montre qu'il faut fixer u_z à zéro. Par contre, le sens de l'équation (5) est moins évident. Pour comprendre sa signification, il faut passer dans les axes cartésiens. On a en effet

$$u_x(r, \theta, z) = u_r(r, \theta, z) \cos \theta - u_\theta(r, \theta, z) \sin \theta$$

$$u_y(r, \theta, z) = u_r(r, \theta, z) \sin \theta + u_\theta(r, \theta, z) \cos \theta;$$

dans notre cas,

$$u_r(r, \theta, z) = u_r \cos(\theta + m \frac{\pi}{2})$$

$$u_\theta(r, \theta, z) = u_\theta \sin(\theta + m \frac{\pi}{2}),$$

avec $u_\theta + u_r = 0$. Il vient donc

$$u_x(r, \theta, z) = u_r [\cos \theta \cos(\theta + m \frac{\pi}{2}) + \sin \theta \sin(\theta + m \frac{\pi}{2})]$$

$$u_y(r, \theta, z) = u_r [\sin \theta \cos(\theta + m \frac{\pi}{2}) + \cos \theta \sin(\theta + m \frac{\pi}{2})]$$

soit

$$u_x(r, \theta, z) = u_r \cos m \frac{\pi}{2}$$

$$u_y(r, \theta, z) = u_r \sin m \frac{\pi}{2}$$

La condition $u_r + u_\theta = 0$ conduit donc à une translation, selon \vec{e}_x pour $m = 0$, selon \vec{e}_y pour $m = 1$.

3. Conditions sur les rotations

Les équations (4') et (5') portent sur les rotations :

a) Pour $n = 0$, ces équations se réduisent à

$$\alpha \sin\phi = C_{\theta\theta} R$$

$$\beta \sin\phi = -C_{\theta} R + G_{\theta} \cos\phi ,$$

soit, pour $R = 0$

$$\alpha \sin\phi = 0$$

$$\beta \sin\phi = \text{fini.}$$

Dès lors, en dehors du cas où la coque se raccorderait tangentiellement à l'axe, il convient d'imposer

$$\phi_{\theta} = 0 \quad (7)$$

On constate que si l'on avait négligé les termes en $\frac{1}{R}$ de $\bar{\delta}_{\theta}$, on aurait la condition supplémentaire

$$\beta = 0$$

qui, excepté pour $\cos\phi = 0$, bloque le mode rigide de rotation autour de \vec{e}_z . En effet, on a

$$\beta = \phi_z \cos\phi - \phi_r \sin\phi.$$

et on doit fixer le mode $\phi_r = \text{cte}$, qui n'a pas de sens.

b) Pour $n = 1$, les équations (4') et (5') s'écrivent, en $R = 0$:

$$\beta + \alpha \sin\phi = 0$$

$$\alpha + \beta \sin\phi + G_{\theta} \cos\phi = 0$$

De la première, on déduit

$$\beta = -\alpha \sin\phi.$$

La seconde revient à dire

$$\alpha + \beta \sin\phi = \text{fini.}$$

Il vient donc comme seule condition

$$\beta + \alpha \sin\phi = 0,$$

soit, en coordonnées polaires,

$$\phi_z \cos\phi - \phi_r \sin\phi + \phi_{\theta} \sin\phi = 0$$

ou encore

$$(\phi_r - \phi_{\theta}) \sin\phi = \phi_z \cos\phi$$

Une seule des rotations ϕ_r et ϕ_z suffit à déterminer β .

Or on voit mal comment ϕ_z pourrait varier en $\cos(\theta + m \frac{\pi}{2})$ sur l'axe.

On posera donc $\phi_z = 0$. Il en découle la condition

$$\phi_r = \phi_{\theta} \quad (8)$$

Ici encore, il faut passer dans les axes cartésiens pour pouvoir interpréter cette condition. Puisque

$$\phi_x(r, \theta, z) = \phi_r(r, \theta, z) \cos \theta - \phi_\theta(r, \theta, z) \sin \theta$$

$$\phi_y(r, \theta, z) = \phi_r(r, \theta, z) \sin \theta + \phi_\theta(r, \theta, z) \cos \theta ,$$

avec

$$\phi_r(r, \theta, z) = \phi_r \sin(\theta + m \frac{\pi}{2})$$

$$\phi_\theta(r, \theta, z) = \phi_\theta \cos(\theta + m \frac{\pi}{2}),$$

on obtient, pour $\phi_r = \phi_\theta$:

$$\phi_x(r, \theta, z) = \phi_r \left[\sin(\theta + m \frac{\pi}{2}) \cos \theta - \sin \theta \cos(\theta + m \frac{\pi}{2}) \right] = \phi_r \sin m \frac{\pi}{2}$$

$$\phi_y(r, \theta, z) = \phi_r \left[\sin \theta \sin(\theta + m \frac{\pi}{2}) + \cos \theta \cos(\theta + m \frac{\pi}{2}) \right] = \phi_r \cos m \frac{\pi}{2}$$

La condition $\phi_r = \phi_\theta$ conduit donc à une rotation autour de \vec{e}_y ou de \vec{e}_x , selon que $m = 0$ ou $m = 1$.

A nouveau, la suppression des termes en $\frac{1}{R^2}$ dans $\bar{\delta}_\theta$ aurait conduit à des conditions trop restrictives.

En effet, on aurait eu le système

$$\alpha \sin \phi + \beta = 0$$

$$\alpha + \beta \sin \phi = 0 ,$$

qui ne donne une solution non nulle que si son déterminant est nul, soit

$$\sin^2 \phi - 1 = 0 .$$

Ainsi, dans tous les cas où $\sin \phi \neq 1$, c'est-à-dire chaque fois que la coque fait avec l'axe un angle différent de $\frac{\pi}{2}$, on aurait dû fixer α et β , ce qui revient à bloquer les rotations.

Résumé des conditions aux limites sur l'axe

$$\begin{aligned} n = 0 \quad & u_r = 0 \\ & u_\theta = 0 \\ & \phi_\theta = 0 \\ & \phi_r = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n = 1 \quad & u_r + u_\theta = 0 \\ & \phi_r - \phi_\theta = 0 \\ & u_z = 0 \\ & \phi_z = 0 \end{aligned}$$

$$n \neq 0, n \neq 1 \quad u_r = u_z = u_\theta = \phi_r = \phi_\theta = \phi_z = 0$$

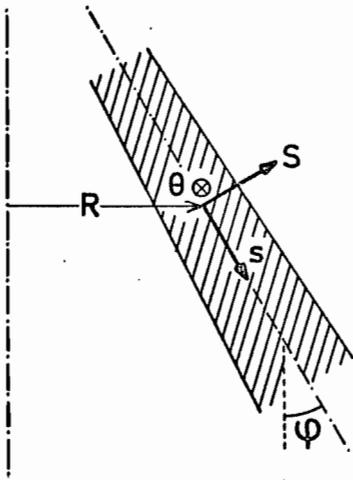


FIG. 1

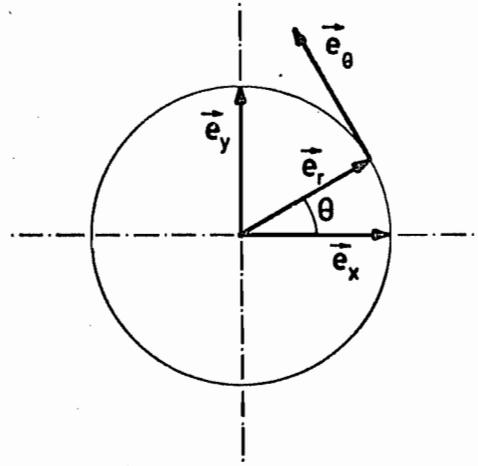


FIG. 2

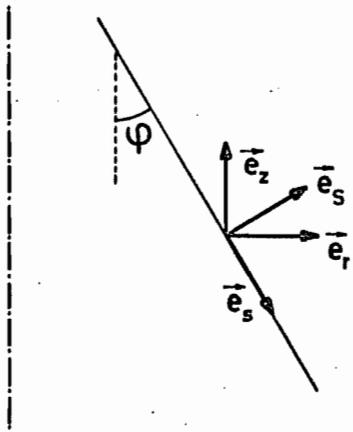


FIG. 3

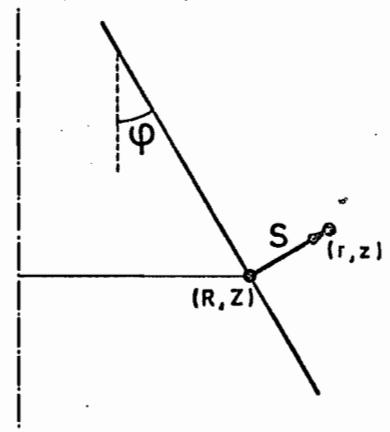


FIG. 4

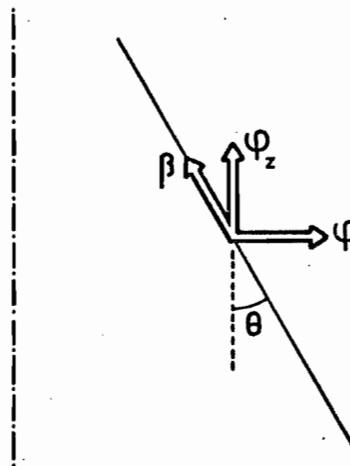


FIG. 5

REFERENCES

- [1] A. HUCK, A. MOL, S. IDELSOHN, J.F. DEBONGNIE
"Vibrations asymétriques d'une coque de révolution autour d'un
état d'équilibre thermoélastique"
Rapport L.T.A.S. VF-22, 1973