

UNIVERSITE DE LIEGE  
FACULTE DES SCIENCES APPLIQUEES  
LABORATOIRE DE METHODES DE FABRICATION

SUR LA MESURE DES PRESSIONS DE COUPE LORS D'UN FRAISAGE EN BOUT

J.F. DEBONGNIE

*Rapport LMF/D36, janvier 1995*

## 1. INTRODUCTION

La mesure des pressions de coupe *en tournage* ne pose guère de difficultés, car ces pressions sont des multiples directs des *efforts de coupe* pour lesquels il existe des capteurs à trois composantes très efficaces.

En fraisage, par contre, la situation se présente différemment, d'une part parce que l'outil tourne et d'autre part parce que la section de coupe varie tout au long de l'arc de prise. Il n'existe donc pas de mesure *directe* des pressions de coupe, si bien que leur détermination doit reposer sur un *modèle* de loi de comportement des pressions de coupe.

La présente communication expose comment exploiter deux modèles de ce genre, à savoir, le modèle à pressions de coupe indépendantes de la section et le modèle de KIENZLE.

## 2. DESCRIPTION GÉOMÉTRIQUE

Dans tout notre exposé, nous nous référerons aux axes x,y et z définis comme suit (figure 1)

- l'axe x est dirigé selon la vitesse d'avance de la fraise
- l'axe y s'obtient en tournant l'axe des x de 90° autour de l'axe de la fraise, dans le sens de rotation de celle-ci
- l'axe z est dirigé selon l'axe de la fraise, et pointe vers la pièce.

Le trièdre ainsi obtenu est droitier ou gaucher selon le sens de rotation de la fraise. Mais ce fait ne joue ici aucun rôle, car nous n'employons pas de produit vectoriel.

L'angle  $\vartheta$  tourne autour de l'axe de la fraise, dans le même sens que celle-ci. Il a pour origine l'axe x. L'arc de prise de la fraise dans la pièce est donné par  $[-\phi_1, \phi_2]$ , avec

$$-\pi/2 < \phi_1 \leq \pi/2 \quad , \quad -\pi/2 < \phi_2 \leq \pi/2$$

La mesure  $\phi_s$  de cet arc est donnée par

$$\phi_s = \phi_1 + \phi_2 \quad .$$

## 3. FORCE INSTANTANÉE APPLIQUÉE PAR UNE DENT À LA PIÈCE

Considérons une dent n° i en prise en un angle  $\vartheta_i$ . Les

dimensions de la coupe en cet angle  $\vartheta_i$  sont  $b$  et  $h_i$ . Dans le système d'axes de la dent, les efforts sont:

- tangentiellement à l'outil et dans le sens du mouvement:  
force de coupe  $F_{ci} = k_{ci} bh_i$

- radialement vers l'extérieur: force d'avance  $F_{fi} = k_{fi} bh_i$

- axialement vers la pièce: force passive  $F_{pi} = k_{pi} bh_i$

Dans le système d'axes  $x, y, z$ , on obtient donc (figure 1)

$$F_{xi} = -F_{ci} \sin \vartheta_i + F_{fi} \cos \vartheta_i$$

$$F_{yi} = F_{ci} \cos \vartheta_i + F_{fi} \sin \vartheta_i \quad (1)$$

$$F_{zi} = F_{pi}$$

#### 4. FORCE MOYENNE APPLIQUÉE À LA PIÈCE

En fraisage, la force fluctue constamment. Nous nous intéresserons à la force *moyenne*. La période  $\tau$  de fluctuation de la force d'une dent est le tour de rotation de la fraise. Si  $N$  est la fréquence de rotation, on a donc  $\tau = 1/N$ . Notant  $F_i(t)$  l'effort donné par la dent  $i$  au temps  $t$ , l'effort moyen  $\bar{F}_i$  se définit par

$$\bar{F}_i = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} F_i(t) dt$$

Notant que la fraise tourne en  $dt$  d'un angle

$$d\vartheta = 2\pi N dt,$$

on obtient

$$\bar{F}_i = \frac{1}{2\pi N \tau} \int_{-\phi_1}^{\phi_2} F_i(\vartheta) d\vartheta = \frac{1}{2\pi} \int_{-\phi_1}^{\phi_2} F_i(\vartheta) d\vartheta = F_z \quad (2)$$

Nous adopterons en effet la notation  $F_z$  pour mettre en évidence que chaque dent produit le même effort moyen.

Il en résulte que l'effort moyen appliqué par la fraise complète est donné par

$$\bar{F} = Z F_z = \frac{Z}{2\pi} \int_{-\phi_1}^{\phi_2} F_i(\vartheta) d\vartheta \quad (3)$$

## 5. MODÈLE FONDÉ SUR DES PRESSIONS DE COUPE INDÉPENDANTES DE L'ÉPAISSEUR

Le modèle le plus simple consiste à considérer les pressions de coupe  $k_c$ ,  $k_f$  et  $k_p$  comme indépendantes de l'épaisseur locale de coupe. Alors, comme (fig. 2 et 3)

$$\begin{aligned} b &= a_a / \sin \kappa_r \\ h &= f_z \sin \kappa_r \cos \vartheta \end{aligned} \quad (4)$$

où  $a_a$ ,  $f_z$  et  $\kappa_r$  sont respectivement l'engagement axial, l'avance par dent et l'angle de direction de l'arête, on a

$$F_{ci} = k_c a_a f_z \cos \vartheta$$

et de même pour  $F_{fi}$  et  $F_{pi}$ . Appliquant les relations (1) et (3) et tenant compte que l'avance par tour  $f$  est donnée par

$$f = Z f_z$$

on obtient, en notant  $\int$  pour  $\int_{-\phi_1}^{\phi_2}$ ,

$$\begin{aligned} \bar{F}_x &= \frac{a_a f}{2\pi} [ -k_c \int \sin \vartheta \cos \vartheta d\vartheta + k_f \int \cos^2 \vartheta d\vartheta ] \\ \bar{F}_y &= \frac{a_a f}{2\pi} [ k_c \int \cos^2 \vartheta d\vartheta + k_f \int \sin \vartheta \cos \vartheta d\vartheta ] \\ \bar{F}_z &= \frac{a_a f}{2\pi} k_p \int \cos \vartheta d\vartheta \end{aligned} \quad (5)$$

Il s'agit d'un système d'équations permettant de déduire  $k_c$ ,  $k_f$  et  $k_p$  des trois efforts de coupe. Les intégrales valent

$$\int \sin \vartheta \cos \vartheta d\vartheta = \frac{1}{2} \int \sin 2\vartheta d\vartheta = \frac{1}{4} [\cos 2\phi_1 - \cos 2\phi_2]$$

$$\int \cos^2 \vartheta d\vartheta = \frac{1}{2} \int (1 + \cos 2\vartheta) d\vartheta = \frac{1}{4} [2\phi_1 + \sin 2\phi_1 + 2\phi_2 + \sin 2\phi_2]$$

$$\int \cos \vartheta d\vartheta = (\sin \phi_1 + \sin \phi_2)$$

Une forme particulièrement simple de ce système s'obtient dans le cas du fraisage centré, c'est-à-dire si

$$\phi_1 = \phi_2 = \phi_s / 2 .$$

Il vient alors

$$\begin{aligned}\bar{F}_x &= \frac{1}{2} k_f a_a f (\phi_s + \sin \phi_s) \\ \bar{F}_y &= \frac{1}{2} k_c a_a f (\phi_s + \sin \phi_s) \\ \bar{F}_z &= 2 k_p a_a f \sin(\phi_s/2)\end{aligned}\tag{6}$$

Ces formules permettent d'obtenir simplement les pressions de coupe à partir d'un seul essai où sont mesurées les trois composantes de l'effort supporté par la pièce.

## 6. MODÈLE FONDÉ SUR LA LOI DE KIENZLE

Il est généralement plus précis d'admettre une certaine variation des pressions de coupe en fonction de l'épaisseur de coupe  $h$ , selon la *loi de KIENZLE*

$$\begin{aligned}k_c &= k_{c11} h^{-m_c} \\ k_f &= k_{f11} h^{-m_f} \\ k_p &= k_{p11} h^{-m_p}\end{aligned}\tag{7}$$

Le problème est alors d'évaluer  $k_{c11}$ ,  $k_{f11}$ ,  $k_{p11}$ ,  $m_c$ ,  $m_f$  et  $m_p$ , soit six variables. Il faudra donc au moins deux essais avec des avances différentes. Le calcul donne

$$\begin{aligned}\bar{F}_x &= \frac{a_a f}{2\pi} \left[ - \frac{k_{c11}}{(f_z \sin \kappa_r)^{m_c}} \int \sin \vartheta \cos^{1-m_c} \vartheta d\vartheta \right. \\ &\quad \left. + \frac{k_{f11}}{(f_z \sin \kappa_r)^{m_f}} \int \cos^{2-m_f} \vartheta d\vartheta \right]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{F}_y &= \frac{a_a f}{2\pi} \left[ \frac{k_{c11}}{(f_z \sin \kappa_r)^{m_c}} \int \cos^{2-m_c} \vartheta d\vartheta \right. \\ &\quad \left. + \frac{k_{f11}}{(f_z \sin \kappa_r)^{m_f}} \int \sin \vartheta \cos^{1-m_f} \vartheta d\vartheta \right]\end{aligned}$$

$$\bar{F}_z = \frac{a_a f}{2\pi} \cdot \frac{k_{p11}}{(f_z \sin \kappa_r)^{m_p}} \int \cos^{1-m_p} \vartheta d\vartheta$$

Ces équations sont compliquées à résoudre, et le seul cas où elles sont pratiquement utilisables est celui du fraisage

centré. En effet, dans ce cas, on obtient simplement

$$\begin{aligned}\bar{F}_x &= \frac{a}{2\pi} \cdot \frac{k_{f11}}{(f_z \sin \kappa_r)^{m_f}} \int \cos^{2-m_f} \vartheta \, d\vartheta \\ \bar{F}_y &= \frac{a}{2\pi} \cdot \frac{k_{c11}}{(f_z \sin \kappa_r)^{m_c}} \int \cos^{2-m_c} \vartheta \, d\vartheta \\ \bar{F}_z &= \frac{a}{2\pi} \cdot \frac{k_{p11}}{(f_z \sin \kappa_r)^{m_p}} \int \cos^{1-m_p} \vartheta \, d\vartheta\end{aligned}\tag{8}$$

La procédure est la suivante: on pratique deux essais, avec des avances différentes  $f_1$  et  $f_2$ . On mesure les trois efforts pour ces deux essais. On a visiblement

$$\bar{F}_{x1}/\bar{F}_{x2} = (f_{z1}/f_{z2})^{1-m_f}$$

$$\bar{F}_{y1}/\bar{F}_{y2} = (f_{z1}/f_{z2})^{1-m_c}$$

$$\bar{F}_{z1}/\bar{F}_{z2} = (f_{z1}/f_{z2})^{1-m_p}$$

ce qui permet de déduire les valeurs de  $m_f$ ,  $m_c$  et  $m_p$  par les formules

$$m_f = 1 - \log\left(\frac{\bar{F}_{x1}/\bar{F}_{x2}}{f_{z1}/f_{z2}}\right) \quad \text{etc...}$$

Ces exposants étant connus, on peut calculer numériquement les intégrales figurant aux seconds membres des équations (8), ce qui permet de déduire  $k_{c11}$ ,  $k_{f11}$ ,  $k_{p11}$ .

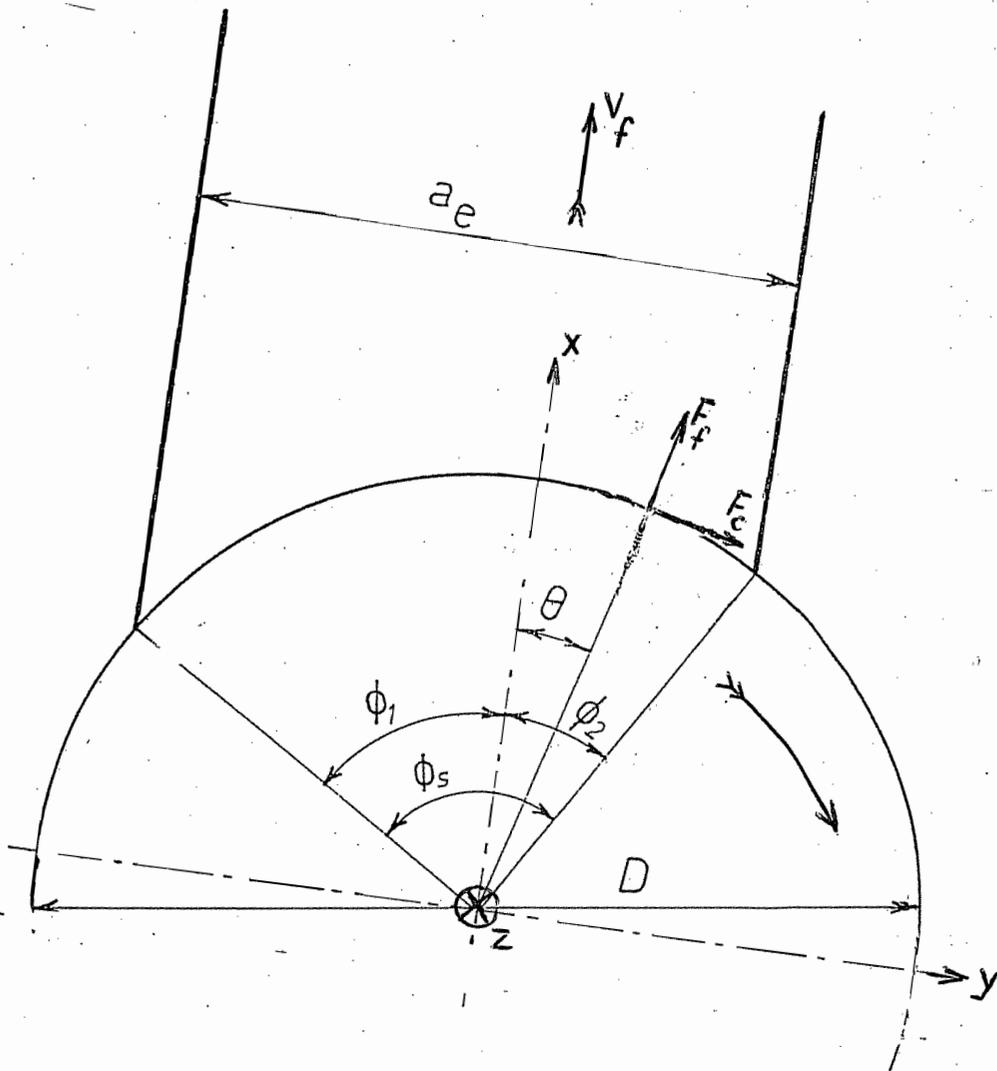


FIG. 1

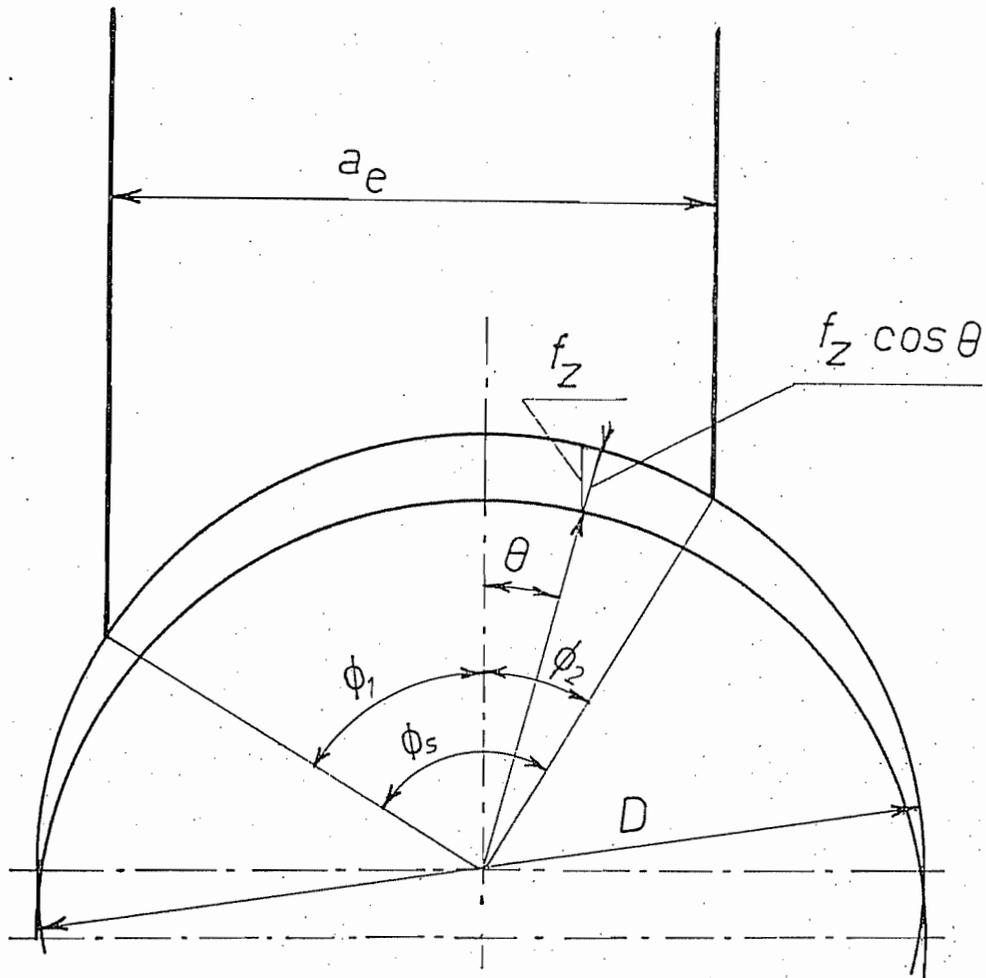


FIG.2

détail dent

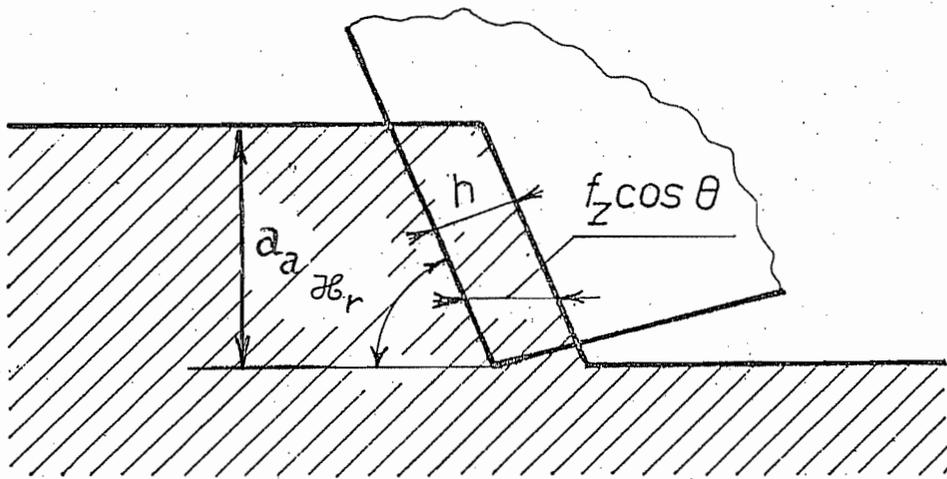


FIG. 3