

**UNIVERSITE DE LIEGE
FACULTE DES SCIENCES APPLIQUEES
LABORATOIRE DE METHODES DE FABRICATION**

MODELES DE FORCES DE COUPE

**P. BECKERS
J.F. DEBONGNIE
B. DELTOUR
L. MASSET**

Rapport LMF/R4 - 1995

Rapport 4

Modèles de forces de coupe

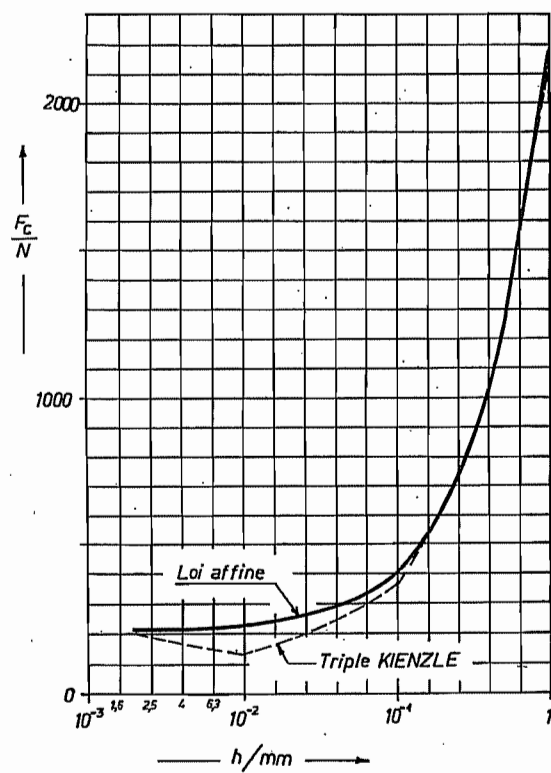


Table des matières

I^{ère} Partie : Outil à un tranchant (tournage, alésage au grain)

1. L'effort total de coupe et ses composantes	1
1.1. Introduction	1
1.1.1. Description	1
1.1.2. Composantes de l'effort de coupe	1
1.2. Pressions nominales de coupe	2
2. Modèle dit de KIENZLE	3
2.1. Calcul des composantes de l'effort global de coupe F	3
2.2. Expression des facteurs influençant l'effort global de coupe	4
2.2.1. Introduction	4
2.2.2. Expression des pressions nominales corrigées	4
2.2.3. Influence du matériau usiné	5
2.2.4. Influence de l'avance f et de la profondeur de passe a	5
2.2.5. Influence de l'élanement	5
2.2.6. Influence de l'angle de coupe γ_n	5
2.2.7. Influence de l'angle d'inclinaison d'arête de l'outil λ_s	6
2.2.8. Influence de l'angle de direction d'arête de l'outil κ_r	6
2.2.9. Influence de la vitesse de coupe v_c	8
2.2.10. Influence de la matière de coupe	8
2.2.11. Influence du moyen de refroidissement et de graissage	9
2.2.12. Influence de l'usure	9
2.3. Calcul des composantes de l'effort global de coupe	9
2.3.1. Données nécessaires	9
2.3.2. Méthode de calcul	10
3. Modèle de PRUVOT pour les aciers	11
3.1. Introduction	11
3.2. Calcul des pressions nominales k_i	11
3.2.1. Pression de coupe k_c	11
3.2.2. Pression nominale de répulsion k_R	12
3.3. Calcul des composantes de l'effort global de coupe	13
3.3.1. Données nécessaires	13
3.3.2. Méthode de calcul	13
3.3.3. Exemple de calcul	13
4. Modèle des forces affines de l'épaisseur	15
4.1. Constatations expérimentales	15
4.2. Raccord avec le modèle de KIENZLE	16
4.3. Exemple	17
4.4. Détermination expérimentale des coefficients A et B	21
4.5. Loi affine généralisée	22
4.6. Application au fraisage	22
4.7. Calcul des composantes de l'effort global de coupe	22
4.7.1. Données nécessaires	22
4.7.2. Méthode de calcul	23
5. Comparaison entre les trois modèles	23

II^{ème} Partie : Outil à tranchants multiples (fraisage)

1. Modélisation des forces moyennes en fraisage	1
1.1. Force et travail	1
1.2. Moyenne temporelle d'une distribution de forces	2
1.3. Application au fraisage	4
2. Cas du modèle de KIENZLE	5
2.1. Distribution moyenne des forces principales de coupe	5
2.2. Distribution moyenne des forces radiales	9
2.3. Distribution moyenne des forces axiales	9
2.4. Forces moyennes suivant les axes x, y et z	9
2.5. Calcul des composantes de l'effort global de coupe	10
2.5.1. Données nécessaires	10
2.5.2. Méthode de calcul	11
3. Modèle des forces affines de l'épaisseur	12
3.1. Distribution moyenne des forces de coupe	12
3.2. Les résultantes en fraisage	13
3.3. Puissance de coupe	14
3.4. Calcul des composantes de l'effort global de coupe	15
3.4.1. Données nécessaires	15
3.4.2. Méthode de calcul	15

III^{ème} Partie : Outil à tranchants multiples (alésage à l'alésoir)

1. Présentation du problème	1
2. Modèles utilisés	1
2.1. Répartition spatiale des composantes de l'effort de coupe	1
2.1.1. Force de coupe F_c	1
2.1.2. Force d'avance F_f	2
2.1.3. Force passive F_p	3
2.2. Modèle de KIENZLE	3
2.2.1. Distributions moyennes des forces	3
2.2.2. Données nécessaires pour le calcul des composantes de l'effort global de coupe	4
2.2.3. Méthode de calcul	4
2.3. Modèle des forces affines de l'épaisseur	5
2.3.1. Distribution moyenne des forces principales de coupe	5
2.3.2. Données nécessaires pour le calcul des composantes de l'effort global de coupe	5
2.3.3. Méthode de calcul	5

IV^{ème} Partie : Outil à tranchants multiples (brochage)

1. Présentation du problème	1
2. Expression générale des efforts de coupe	1
3. Modèle de KIENZLE [5]	3
3.1. Pressions nominales de coupe	3
3.2. Calcul des densités uniformes de forces de coupe	5
3.2.1. Données nécessaires	5
3.2.2. Méthode de calcul	5
4. Modèle des forces affines de l'épaisseur	6
4.1. Loi affine généralisée	6
4.2. Calcul des densités uniformes de forces coupe	6
4.2.1. Données nécessaires	6
4.2.2. Méthode de calcul	7

I^{ère} Partie : Outil a un tranchant (tournage, alésage au grain)

1. L'effort total de coupe et ses composantes

1.1. Introduction

1.1.1. Description [1] [2]

On adopte la représentation conventionnelle généralement utilisée pour la géométrie de l'engagement de l'arête de coupe de l'outil. Les paramètres sont :

a	profondeur de passe (mm)
b	largeur de coupe (mm)
f	avance (mm)
h	profondeur de coupe (mm)
κ_r	angle de direction d'arête de l'outil ($^\circ$)
A	section transversale de coupe (mm ²)

Nous avons donc les relations géométriques suivantes :

$$b = \frac{a}{\sin \kappa_r}$$

$$h = f \cdot \sin \kappa_r$$

$$A = af = bh$$

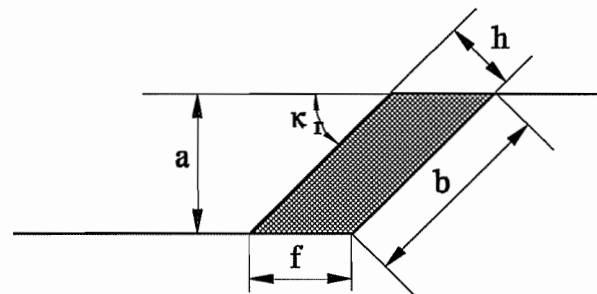


Figure 1 : Géométrie de l'engagement de l'outil

Décomposition des vitesses

Le plan de travail est le plan passant par le point d'application de l'effort global de coupe et tangent à la surface usinée. C'est dans ce plan que sont définis les deux vecteurs représentant respectivement la vitesse de coupe v_c (ou v) et la vitesse d'avance v_f . v_c est dirigée dans la direction et le sens du mouvement principal de coupe, tandis que v_f décrit le mouvement d'avance de l'outil.

1.1.2. Composantes de l'effort de coupe [3]

L'effort total de coupe F , qui agit sur l'outil lors de l'enlèvement de copeau, peut être décomposé, d'après le sens du mouvement de l'outil et de la pièce à usiner, en une force de coupe F_c , une force d'avance F_f et une force passive F_p .

La force de coupe F_c agit dans la direction de la vitesse de coupe v_c , tangente à la surface usinée de la pièce. Elle est généralement la plus grande des trois composantes.

La force d'avance F_f agit parallèlement à la direction de l'avance de l'outil. Cette composante diminue lorsque l'angle de direction de l'arête de coupe de l'outil augmente. Etant donné que la vitesse d'avance est généralement très faible, la puissance nécessaire pour le mouvement d'avance de l'outil est également petite.

La force passive F_p est perpendiculaire au plan d'usinage, donc aux deux autres composantes. Cette force sert à maintenir l'outil à la profondeur de coupe désirée. Elle ne consomme aucune puissance, puisqu'il n'y a pas de vitesse dans cette direction.

On appelle force de répulsion F_R la somme vectorielle de la force d'avance F_f et de la force passive F_p . Certains modèles de coupe permettent de déterminer approximativement la valeur de cette force, et en choisissant sa direction ou le rapport de ses composantes, il est possible d'en déduire les valeurs de F_f et de F_p . Le modèle le plus simple pour le calcul et la décomposition de la force de répulsion est évoqué par DUBBEL [4]. Il consiste à admettre que la valeur **maximale** de F_R se situe entre 65 et 75 % de la valeur de la force de coupe F_c . Ensuite, on peut adopter comme hypothèse simplificatrice que la force de répulsion est toujours perpendiculaire à l'arête de coupe. Cette hypothèse est strictement vérifiée lorsque l'angle d'inclinaison d'arête de l'outil λ_s est nul. Mais plus λ_s augmente, plus l'on s'éloigne de la réalité, car un phénomène de glissement apparaît sur la surface de cisaillement. L'hypothèse mentionnée conduit à la relation

$$\frac{F_f}{F_p} = \operatorname{tg} \kappa_r \quad ,$$

ce qui donne les valeurs respectives de F_f et de F_p :

$$\begin{aligned} F_f &\approx 0,7 F_c \sin \kappa_r \\ F_p &\approx 0,7 F_c \cos \kappa_r \end{aligned}$$

Il est intéressant de noter qu'il existe de nombreux renseignements concernant le calcul et les valeurs de la force de coupe F_c , car elle est dimensionnante pour la puissance de la machine-outil. Par contre, les forces d'avance et passive sont beaucoup moins bien connues. Malheureusement, dans le problème qui nous occupe, c'est la force passive puis la force d'avance qui sont importantes, puisqu'elles sont essentiellement responsables du défaut engendré lors de l'usinage.

1.2. Pressions nominales de coupe [3]

Les pressions nominales de coupe sont définies comme le rapport de chacune des composantes de la force totale de coupe, sur la section transversale de coupe.

$$k_i = \frac{F_i}{A} \quad \text{en N/mm}^2$$

avec $i = c, f, p$
 A section transversale de coupe en mm^2
 $A = af = bh$

2. Modèle dit de KIENZLE [1] [3] [4] [5] [6]

2.1. Calcul des composantes de l'effort global de coupe F

Jusqu'à présent, il n'existe aucun modèle satisfaisant permettant de calculer les efforts de coupe, qui serait valable pour tous les processus d'usinage. Cependant, les recherches expérimentales ont montré que la force de coupe varie proportionnellement à la largeur de coupe b ; qu'elle dépend également de l'épaisseur de coupe h , sans lui être proportionnelle. On attribue généralement à KIENZLE l'expression de la pression nominale de coupe sous la forme d'une puissance de h , bien que de telles expressions soient citées depuis longtemps dans les manuels ASME [7], et que l'on en trouve même de semblables chez TAYLOR [20] :

$$\text{pour l'acier :} \quad F_c = c^{ste} \cdot a f^{\frac{14}{15}}$$

$$\text{pour la fonte :} \quad F_c = c^{ste} \cdot a^{\frac{14}{15}} f^{\frac{3}{4}}$$

Il faut cependant signaler que cette méthode peut conduire à des erreurs non négligeables à cause de l'utilisation d'ajustements logarithmiques.

L'équation fondamentale s'écrit, pour chacune des composantes :

$$F_i = bhk_i \quad \text{en N, avec } i = c, f, p \quad (1)$$

La relation fondamentale de KIENZLE est celle qui exprime la valeur des pressions (nominales) de coupe k_i en fonction de l'épaisseur de coupe h sous la forme :

$$k_i = k_{i1.1} \left(\frac{h}{mm} \right)^{-m_i} \quad \text{en N/mm}^2 \quad (2)$$

Il est de pratique courante d'écrire :

$$k_i = k_{i1.1} h^{-m_i},$$

mais il faut se rendre compte que, dans cette écriture, $k_{i1.1}$ n'est plus une pression. Il semble également important de remarquer que cette expression n'est valable que dans un domaine limité de valeurs de h . En effet, pour une épaisseur de coupe tendant vers l'infini, la relation (2) indique que k_c tend vers 0, ce qui signifie qu'aucune énergie spécifique n'est nécessaire dans ce cas, ce qui n'est pas admissible sur le plan théorique.

$k_{i1.1}$ est la valeur principale de la pression de coupe k_i pour une section transversale de coupe de 1 mm d'épaisseur et 1 mm de largeur de coupe, et $(1-m_i)$ mesure le taux d'accroissement de la force pour un accroissement donné de h .

Les relations (1) et (2) reviennent à écrire:

$$\begin{aligned} F_c &= bh^{1-m_c} k_{c1.1} \\ F_p &= bh^{1-m_p} k_{p1.1} \\ F_f &= bh^{1-m_f} k_{f1.1} \end{aligned} \quad (3)$$

$k_{i1.1}$ et m_i dépendent du matériau et sont établis expérimentalement. Les pressions de coupe k_i peuvent être calculées à partir de l'équation (2) ou être lues dans des tables en fonction de l'épaisseur de coupe h .

A partir des relations (3), on ne peut calculer les forces de coupe que dans des conditions de coupe identiques à celles de l'expérience ayant permis d'établir les valeurs des pressions de coupe. Lorsqu'on s'écarte de ces conditions de coupe, des facteurs de correction sont alors nécessaires.

2.2. Expression des facteurs influençant l'effort global de coupe

2.2.1. Introduction

Les composantes de l'effort global de coupe F sont influencées par 11 facteurs, à savoir:

- le matériau usiné
- l'avance f , ou l'épaisseur de coupe h
- la profondeur de passe a , ou la largeur de coupe b
- l'élanement σ
- l'angle de coupe normal γ_n
- l'angle d'inclinaison d'arête de l'outil λ_s
- l'angle de direction d'arête de l'outil κ_r
- la vitesse de coupe v_c
- la matière de coupe
- le refroidissement et la lubrification
- l'usure de l'outil

2.2.2. Expression des pressions nominales corrigées

En prenant en considération l'influence des paramètres prépondérants, l'équation fondamentale de Kienzle peut s'écrire sous la forme:

$$k_{i1.1} = k_{i1.1}^* \cdot K_{\gamma,i} K_{\lambda,i} K_{\kappa,i} K_v K_{mat} K_{us}$$

avec $k_{i1.1}^*$ pressions nominales de référence, obtenues dans les tables
 $K_{\gamma,i}$ correction de l'angle de coupe normal pour la composante i de l'effort global

$K_{\lambda,i}$	correction de l'angle d'inclinaison d'arête de l'outil pour la composante i de l'effort global
$K_{\kappa,i}$	correction de l'angle d'arête de l'outil pour la composante i de l'effort global
K_v	correction de la vitesse de coupe
K_{mat}	correction de la matière de coupe
K_{us}	correction de l'usure de l'outil
$i = c, f, p$	

Les facteurs correctifs à prendre en considération peuvent être différents pour chacune des composantes de l'effort global de coupe. Ils sont explicités ci-dessous.

2.2.3. Influence du matériau usiné

Les propriétés physiques et chimiques différentes des matériaux utilisés en industrie entraînent des variations non négligeables de l'effort de coupe. Il est donc indispensable de déterminer expérimentalement les valeurs des pressions de coupe $k_{i1.1}^*$, dans des conditions données d'usinage, pour chaque matériau en particulier, en différenciant bien les traitements thermiques antérieurs.

2.2.4. Influence de l'avance f et de la profondeur de passe a

Leur influence est prise en compte dans la relation (1).

2.2.5. Influence de l'élanement

L'élanement est défini comme le rapport entre la largeur et la profondeur de coupe:

$$\sigma = \frac{b}{h}$$

A nouveau, son influence est déjà prise en compte dans la relation (1), par l'intermédiaire de b et de h .

2.2.6. Influence de l'angle de coupe γ_n

L'influence de l'angle de coupe γ_n est très importante. En effet, chacune des composantes de l'effort de coupe global augmente lorsque l'angle γ_n diminue, et elles peuvent devenir très élevées pour des angles de coupe très négatifs. On adopte en général, pour une variation de 1° de l'angle γ_n , une modification de 1,5 % pour F_c , de 5 % pour F_f et de 4 % pour F_p dans le cas des aciers et des fontes. Ces indications sont valables lorsque l'angle de coupe appartient à l'intervalle

$$-20^\circ \leq \gamma_n \leq 30^\circ.$$

$$K_{\gamma,c} = 1 - \frac{1,5}{100} \cdot \frac{\gamma_n - \gamma_o}{\text{degré}}$$

$$K_{\gamma,f} = 1 - \frac{5}{100} \cdot \frac{\gamma_n - \gamma_o}{\text{degré}}$$

$$K_{\gamma,p} = 1 - \frac{4}{100} \cdot \frac{\gamma_n - \gamma_o}{\text{degré}}$$

avec γ_n angle de coupe normal
 γ_o angle de coupe de référence, utilisé lors des essais; nous prendrons $\gamma_o = 6^\circ$ pour les aciers et $\gamma_o = 2^\circ$ pour les fontes, sauf si d'autres valeurs nous sont fournies.

Remarque : Nous n'avons pas de renseignements précis à ce sujet dans le cas de l'aluminium. Faute de mieux, les mêmes coefficients seront utilisés.

2.2.7. Influence de l'angle d'inclinaison d'arête de l'outil λ_s [6]

L'influence de l'angle λ_s est également à prendre en considération lors du calcul des pressions de coupe. Une augmentation de λ_s de 1° entraîne une diminution de 1,5 % des forces de coupe F_c et d'avance F_f , et de 10 % de la composante passive F_p de l'effort global. On obtient donc les facteurs de correction suivants :

$$K_{\lambda,c} = 1 - \frac{1,5}{100} \cdot \frac{\lambda_s - \lambda_o}{\text{degré}}$$

$$K_{\lambda,f} = 1 - \frac{1,5}{100} \cdot \frac{\lambda_s - \lambda_o}{\text{degré}}$$

$$K_{\lambda,p} = 1 - \frac{10}{100} \cdot \frac{\lambda_s - \lambda_o}{\text{degré}}$$

avec λ_s angle d'inclinaison d'arête réel
 λ_o angle d'inclinaison de référence, utilisé lors des essais; il faut que cet angle soit très faible (≈ 0).

Remarque : De nouveau, les mêmes coefficients seront utilisés dans le cas de l'aluminium, faute de mieux.

2.2.8. Influence de l'angle de direction d'arête de l'outil κ_r

L'influence de l'angle de direction d'arête κ_r est prise en compte par l'utilisation des paramètres h et b, sauf pour la force d'avance F_f , pour laquelle un facteur de correction, fonction de κ_r , est nécessaire.

En effet, lorsque l'on considère les relations géométriques

$$h = f \cdot \sin \kappa_r \quad \text{et} \quad b = \frac{a}{\sin \kappa_r},$$

l'équation (1) se transforme en

$$F_i = a f^{1-m_i} k_{i1.1} \cdot \mathcal{F}_i(\kappa_r) \quad \text{avec} \quad i = c, f, p.$$

Pour les composantes F_c et F_p de l'effort global, c'est-à-dire pour la force de coupe et la force passive, l'expression analytique de $\mathcal{F}_i(\kappa_r)$ est élémentaire:

$$\mathcal{F}_c(\kappa_r) = \frac{1}{\sin^{m_c} \kappa_r} \quad \text{et}$$

$$\mathcal{F}_p(\kappa_r) = \frac{1}{\sin^{m_p} \kappa_r}$$

Par contre, une relation analogue pour la force d'avance F_f mène à des résultats faux. KÖNIG et ESSEL [1] ont trouvé expérimentalement que, pour obtenir la valeur réelle de la force d'avance lorsque l'angle de direction d'arête de l'outil κ_r est inférieur à 70° , il faut utiliser la relation

$$(F_f)_{\text{réel}} = 2 F_f^*(\kappa_r = 70^\circ) - F_f^*(\kappa_r < 70^\circ)$$

avec $F_f^*(\kappa_r)$ calculé de manière analogue à $F_c(\kappa_r)$ et $F_p(\kappa_r)$. Cela nous donne :

$$\begin{cases} F_f^*(\kappa_r) = \frac{a}{\sin \kappa_r} (f \sin \kappa_r)^{1-m_f} k_{f1.1} = \frac{a f^{1-m_f} k_{f1.1}}{\sin^{m_f} \kappa_r} \\ F_f^*(70^\circ) = \frac{a f^{1-m_f} k_{f1.1}}{\sin^{m_f} 70^\circ} \end{cases}$$

et nous obtenons, pour la force d'avance réelle

$$F_f = a f^{1-m_f} k_{f1.1} \left[\frac{2}{\sin^{m_f} 70^\circ} - \frac{1}{\sin^{m_f} \kappa_r} \right].$$

Nous avons donc les facteurs correctifs suivants :

$$K_{\kappa,c} = 1$$

$$K_{\kappa,f} = \left[2 \frac{\sin^{m_f} \kappa_r}{\sin^{m_f} (70^\circ)} - 1 \right]$$

$$K_{\kappa,p} = 1$$

Lorsque l'angle de direction d'arête de l'outil κ_r est supérieur à 70° mais inférieur à 90° , l'influence du sinus devient de plus en plus faible et l'on adopte

$$K_{\kappa,f} = 1$$

De plus, lorsque κ_r est supérieur à 90° , par exemple lors d'un contournage au tour, on utilise les mêmes relations pour la force de coupe et la force d'avance, mais en remplaçant κ_r par son supplémentaire. La force passive quant à elle devient une force de traction et non plus de répulsion. Cela donne alors, pour $110^\circ < \kappa_r < 180^\circ$:

$$K_{\kappa,c} = 1$$

$$K_{\kappa,f} = \left[2 \frac{\sin^{m_f} \kappa_r}{\sin^{m_f} (70^\circ)} - 1 \right]$$

$$K_{\kappa,p} = -1$$

2.2.9. Influence de la vitesse de coupe v_c

Lorsque la vitesse de coupe augmente, les pressions de coupe diminuent, mais de manière relativement faible.

Le facteur de correction est fixé pour une vitesse de coupe v_c allant de 20 à 600 m/min., et varie en fonction du matériau usiné. Cependant, on peut utiliser l'approximation donnée par la relation suivante:

$$K_v = \left(\frac{100}{v} \right)^{m_v}$$

avec $m_v = 0,143$ pour $v_c = 20 \dots 100$ m/min.

$m_v = 0,071$ pour $v_c > 100$ m/min.

$v = v_c$ vitesse de coupe en m/min.

2.2.10. Influence de la matière de coupe

Cette influence est assez faible. La valeur de $k_{i1.1}^*$ correspond normalement à un outil de coupe en carbure métallique. Pour l'usinage de l'acier et de la fonte, on peut adopter comme facteur de correction :

$K_{mat} = 0,9 \dots 0,95$ pour les céramiques de coupe

$K_{mat} = 1,05$ pour les aciers à coupe rapide

Cependant, il est utile de signaler que, lors de l'usinage au moyen d'un outil en acier à coupe rapide, un liquide de refroidissement et lubrification est généralement utilisé; il entraîne une baisse souvent faible de la force de coupe, ce qui compense à peu près l'augmentation due au matériau d'outil.

2.2.11. Influence du moyen de refroidissement et de graissage

Les efforts de coupe sont évalués dans le cas d'une coupe à sec. Le fait d'omettre volontairement la présence éventuelle d'un lubrifiant équivaut à une surévaluation des forces, ce qui agit dans le sens de la sécurité au point de vue du défaut d'usinage.

2.2.12. Influence de l'usure

L'usure de l'outil, qui augmente avec l'accélération de l'usinage, conduit à une augmentation de l'effort global de coupe F , d'autant plus forte que l'arête de coupe est plus usée. La force de coupe peut augmenter de 30 à 50 % par rapport à un outil neuf. De plus, la formation d'un cratère sur l'arête de coupe produit le même effet qu'une augmentation de l'angle de coupe, c'est-à-dire qu'elle tend à diminuer la force de coupe. Cette cratérisation n'apparaît qu'avec le carbure.

Comme les valeurs de k_i sont établies dans le cas d'un outil neuf, dont l'arête est parfaitement aiguisée, on tient compte d'une augmentation de la force de coupe due à l'usure de l'outil en adoptant:

$$K_{us} = 1,3$$

2.3. Calcul des composantes de l'effort global de coupe

2.3.1. Données nécessaires

Il est indispensable de connaître les valeurs des pressions de coupe $k_{c1.1}^*$, $k_{f1.1}^*$ et $k_{p1.1}^*$ ainsi que les taux d'accroissement m_c , m_f et m_p du matériau utilisé, et selon son traitement thermique antérieur. Les conditions de coupe dans lesquelles ces paramètres ont été déterminés expérimentalement doivent également être connues.

Pour l'évaluation des différents facteurs correctifs, nous avons besoin de :

- l'angle de coupe normal γ_n (en °)
- l'angle de coupe normal utilisé lors des essais γ_o (en °)
- l'angle d'inclinaison d'arête réel λ_s (en °)
- l'angle d'inclinaison d'arête lors des essais λ_o (en °)
- l'angle de direction d'arête de l'outil κ_r (en °)
- la vitesse de coupe v_c (en m/min.)
- la matière de coupe

Les autres données nécessaires sont :

- l'avance f ou l'épaisseur de coupe h (en mm)
- la profondeur de passe a ou la largeur de coupe b (en mm)

2.3.2. Méthode de calcul

A partir des valeurs réelles *d'usinage* des paramètres de coupe et de leurs valeurs lors des essais préalables, l'évaluation des différents facteurs de correction est facile, pour chacune des composantes de l'effort global de coupe.

Ces dernières s'obtiennent alors par les relations :

$$F_c = bh^{1-m_c} k_{c1.1}^* \cdot K_{\gamma,c} K_{\lambda,c} K_\nu K_{mat} K_{us}$$

$$F_f = bh^{1-m_f} k_{f1.1}^* \cdot K_{\gamma,f} K_{\lambda,f} K_{\kappa,f} K_\nu K_{mat} K_{us}$$

$$F_p = bh^{1-m_p} k_{p1.1}^* \cdot K_{\gamma,p} K_{\lambda,p} K_\nu K_{mat} K_{us}$$

3. Modèle de PRUVOT pour les aciers [8]

3.1. Introduction

Sur base d'essais de force de coupe faits sur des aciers de toutes duretés par le Laboratoire de machines-outils de la Régie RENAULT, PRUVOT propose un algorithme de calcul que nous décrivons ci-dessous. Ces relations ont été établies pour des aciers de construction classiques dont la contrainte de rupture en traction R_m est comprise entre 400 et 1800 MPa. Elles sont inadaptées à d'autres matériaux.

Etant donné le caractère limité de cette approche quant à son domaine d'application, ce modèle ne sera pas développé pour les autres techniques d'usinage. Mais il pourrait être étendu à ces techniques comme cela a été fait pour les autres modèles.

3.2. Calcul des pressions nominales k_c

3.2.1. Pression de coupe k_c

$$k_c = \left(\frac{275}{\left(\frac{h}{mm} \right)^{0,65}} + a \cdot R_m \right) \cdot k_{c_v} \cdot k_{c_\gamma} \quad \text{en MPa}$$

avec h épaisseur de coupe en mm
 a valeur intermédiaire

$$a = \left(\frac{1800 - R_m}{950} \right)^2 \cdot 0,4914 + 1,075$$

R_m contrainte de rupture en traction de l'acier en MPa
 k_{c_v} coefficient de vitesse

$$k_{c_v} = \frac{11,7}{v_c - 10} + 0,89$$

v_c vitesse de coupe en m/min.
 k_{c_γ} coefficient d'angle de coupe

$$k_{c_\gamma} = 1,1 - \frac{\gamma_n}{100}$$

γ_n angle de coupe normal en degrés, avec évidement
 $\gamma_n > 0$ si coupe positive
 $\gamma_n < 0$ si coupe négative

3.2.2. Pression nominale de répulsion k_R

$$k_R = \left(\frac{10 \cdot b}{\left(\frac{h}{mm} \right)^{0,6}} + 0,4 \cdot R_m \right) \cdot k_{R_v} \cdot k_{R_\gamma} \quad \text{en MPa}$$

avec b valeur intermédiaire

$$b = 0,05743 \cdot R_m - 3,93$$

R_m contrainte de rupture en traction en MPa
 h épaisseur de coupe en mm
 k_{R_v} coefficient de vitesse

$$k_{R_v} = \frac{32}{v_c - 10} + 0,7$$

v_c vitesse de coupe en m/min.
 k_{R_γ} coefficient d'angle de coupe

$$k_{R_\gamma} = -0,0375 \cdot \gamma_n + 1,45$$

γ_n angle de coupe normal en degrés
 $\gamma_n > 0$ si coupe positive
 $\gamma_n < 0$ si coupe négative

Toutes ces relations sont valables pour des outils neufs et pour des vitesses de coupe supérieures ou égales à 30 m/min.

3.3. Calcul des composantes de l'effort global de coupe

3.3.1. Données nécessaires

Afin de pouvoir évaluer les pressions de coupe, et ensuite les composantes de l'effort total de coupe F , il est nécessaire de connaître:

- le matériau à usiner et sa contrainte de rupture en traction R_m (en MPa)
- la vitesse de coupe v_c (en m/min.)
- l'avance f ou l'épaisseur de coupe h (en mm)
- l'angle de coupe normal γ_n (en °)
- la profondeur de passe a ou la largeur de coupe b (en mm)
- l'angle de direction d'arête de l'outil κ_r (en °)

3.3.2. Méthode de calcul

A partir des valeurs de R_m , γ_n , h et v_c , il est aisé de calculer, par les formules données précédemment (§ 3.2), les pressions de coupe k_c et de répulsion k_R .

Les trois composantes de l'effort de coupe s'obtiennent alors par :

$$F_c = bhk_c$$

$$F_f = bhk_R \sin \kappa_r$$

$$F_p = bhk_R \cos \kappa_r$$

en prenant pour hypothèse que la force de répulsion est perpendiculaire à l'arête de coupe.

3.3.3. Exemple de calcul

Considérons comme matériau l'acier normalisé Ck 45 N. Sa contrainte de rupture en traction vaut: $R_m = 618$ MPa

Adoptons les conditions d'usinages suivantes :

- $h = 0.4$ mm
- $b = 1$ mm
- $v_c = 100$ m/min.
- $\kappa_r = 70^\circ$
- $\gamma_n = 6^\circ$

Nous obtenons :

$a = 1.8357$	
$k_{cv} = 1.02$	$\Rightarrow k_c = 1732.6578$ MPa
$k_{cy} = 1.04$	
$b = 31.5617$	
$k_{Rv} = 1.0556$	$\Rightarrow k_R = 1026.8431$ MPa
$k_{Ry} = 1.225$	

Cela donne :

$$F_c = 0.4 \cdot 1732.6578 = 693.0631 \text{ N}$$
$$F_f = 0.4 \cdot 1026.8431 \cdot \sin \kappa_r = 385.9668 \text{ N}$$
$$F_p = 0.4 \cdot 1026.8431 \cdot \cos \kappa_r = 140.4804 \text{ N}$$

Les formules du § 1.1.2. donnent comme valeurs maximales :

$$F_f = 0.7 \cdot 693.0631 \cdot \sin \kappa_r = 455.8864 \text{ N}$$
$$F_p = 0.7 \cdot 693.0631 \cdot \cos \kappa_r = 165.9291 \text{ N}$$

L'hypothèse simplificatrice adoptée au § 1.1.2. conduit donc à une surévaluation des forces d'avance et passive, ce qui va dans le sens de la sécurité.

4. Modèle des forces affines de l'épaisseur [9] [10]

4.1. Constatations expérimentales

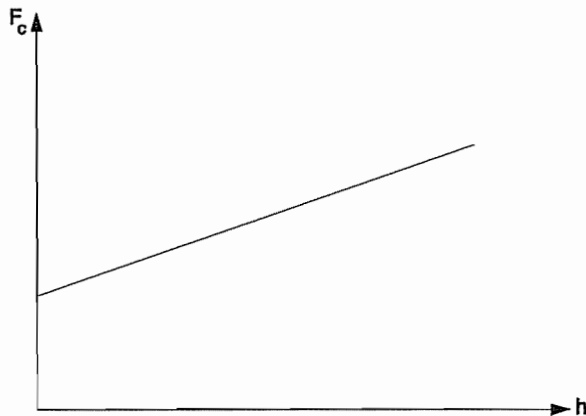


Figure 2 : Force de coupe en fonction de l'épaisseur de coupe

L'expérience [10] montre que lorsque l'on porte les valeurs de la force de coupe en fonction de l'épaisseur de coupe h , on obtient un alignement assez correct, mais que la droite en question *ne passe pas* par l'origine (fig. 2). Par contre, la force de coupe est proportionnelle à la largeur de coupe b . On est donc amené à écrire :

$$F_c = b (Ah + B) \quad (4)$$

soit, après division par la section de coupe ($b h$),

$$k_c = A + \frac{B}{h} \quad (5)$$

Cette relation peut s'interpréter comme suit. La puissance de coupe vaut :

$$P_c = bhv_c k_c = Abhv_c + Bbv_c$$

Or, (bhv_c) est le débit et (bv_c) est la surface formée par unité de temps. Par conséquent [9], A représente l'énergie nécessaire pour la déformation de l'unité de volume de copeaux et B , l'énergie nécessaire d'une part pour former la surface et d'autre part pour vaincre le frottement sur l'outil.

4.2. Raccord avec le modèle de KIENZLE

Supposons que le modèle de KIENZLE

$$k_c = k_{c1.1} \cdot h^{-m_c}$$

soit valable dans un intervalle d'épaisseur $]h_1, h_2[$. Dans cet intervalle, on peut donc écrire

$$F_c = k_{c1.1} b h^{1-m_c} \quad (6)$$

Proposons-nous de trouver l'expression de la forme (4) qui approche au mieux l'expression (6) dans l'intervalle considéré. Procédant par les moindres carrés, nous minimiserons l'expression

$$f(A,B) = \int_{h_1}^{h_2} (A h + B - k_{c1.1} h^{1-m_c})^2 dh ,$$

ce qui mène aux équations normales

$$\frac{\partial f}{\partial A} = \int_{h_1}^{h_2} 2 \cdot (A h + B - k_{c1.1} h^{1-m_c}) dh = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial B} = \int_{h_1}^{h_2} 2 \cdot (A h + B - k_{c1.1} h^{1-m_c}) dh = 0$$

soit

$$\begin{cases} A \frac{h_2^3 - h_1^3}{3} + B \frac{h_2^2 - h_1^2}{2} = k_{c1.1} \frac{h_2^{3-m_c} - h_1^{3-m_c}}{3-m_c} \\ A \frac{h_2^2 - h_1^2}{2} + B (h_2 - h_1) = k_{c1.1} \frac{h_2^{2-m_c} - h_1^{2-m_c}}{2-m_c} \end{cases}$$

Ces équations se simplifient grandement si l'on admet que $h_1 \ll h_2$. Il vient alors

$$\begin{cases} A \frac{h_2^3}{3} + B \frac{h_2^2}{2} \approx k_{c1.1} \frac{h_2^{3-m_c}}{3-m_c} \\ A \frac{h_2^2}{2} + B h_2 \approx k_{c1.1} \frac{h_2^{2-m_c}}{2-m_c} \end{cases}$$

On vérifie aisément que ce système simplifié admet la solution

$$A = \frac{6(1-m_c)k_{c1.1}h_2^{-m_c}}{(2-m_c)(3-m_c)} \quad \text{en MPa} \quad (7)$$

$$B = \frac{2m_c k_{c1.1} h_2^{1-m_c}}{(2-m_c)(3-m_c)} \quad \text{en MPa} \cdot \text{mm} \quad (8)$$

4.3. Exemple

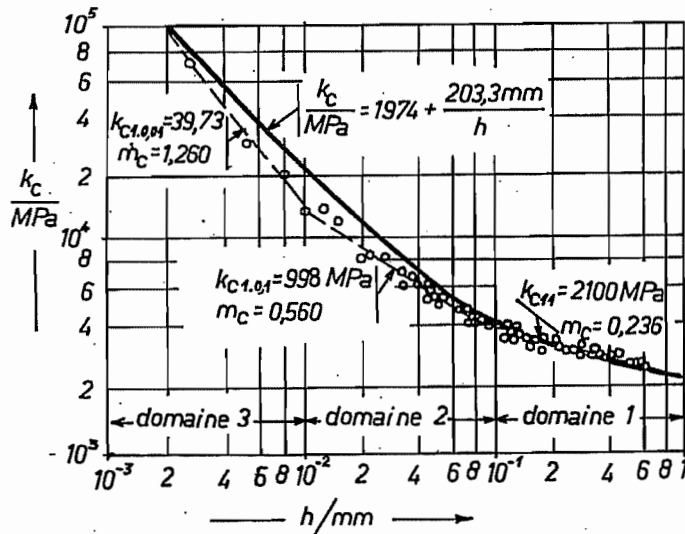


Figure 3 : Pressions nominales de coupe pour l'acier Ck45N [4]

On trouve dans DUBBEL [4] le diagramme de la figure 3, relatif au fraisage d'un acier Ck45N. Pour tenir compte de la variation de k_c sur un large intervalle d'épaisseurs, trois expressions de KIENZLE différentes sont proposées.

En partant de l'expression concernant les épaisseurs relativement grandes, à savoir, dans le système

$$N - \text{mm} , \quad \begin{cases} k_{c1.1} = 2100 \\ m_c = 0,236 \end{cases} ,$$

et en posant $h_2 = 1 \text{ mm}$, on obtient par (7) et (8)

$$\begin{cases} A = \frac{6 \cdot 0,764 \cdot 2100}{1,764 \cdot 2,764} = 1974 \text{ MPa} \\ B = \frac{2 \cdot 0,236 \cdot 2100}{1,764 \cdot 2,764} = 203,3 \text{ MPa} \cdot \text{mm} \end{cases}$$

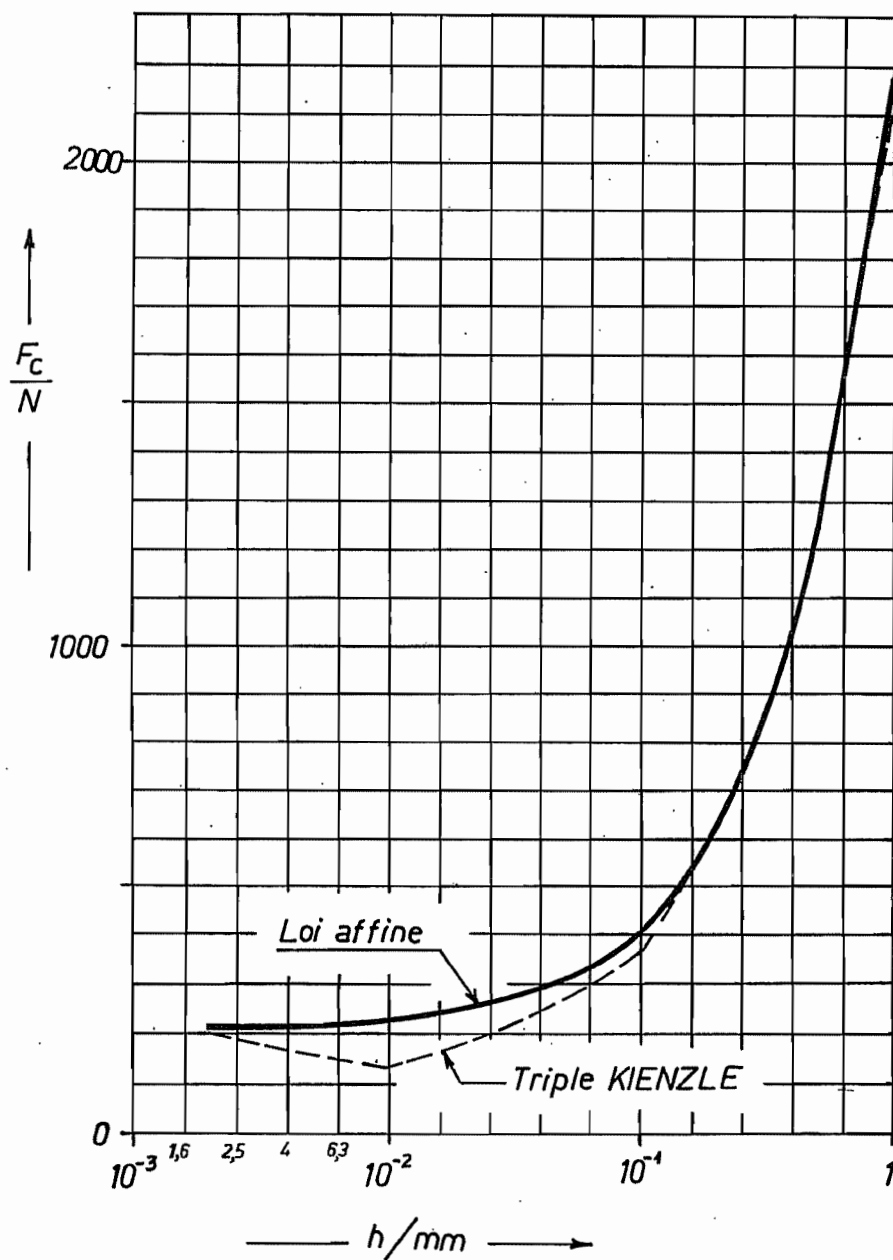


Figure 4 : Comparaison entre la loi de Kienzle et la loi affine pour l'acier Ck45N

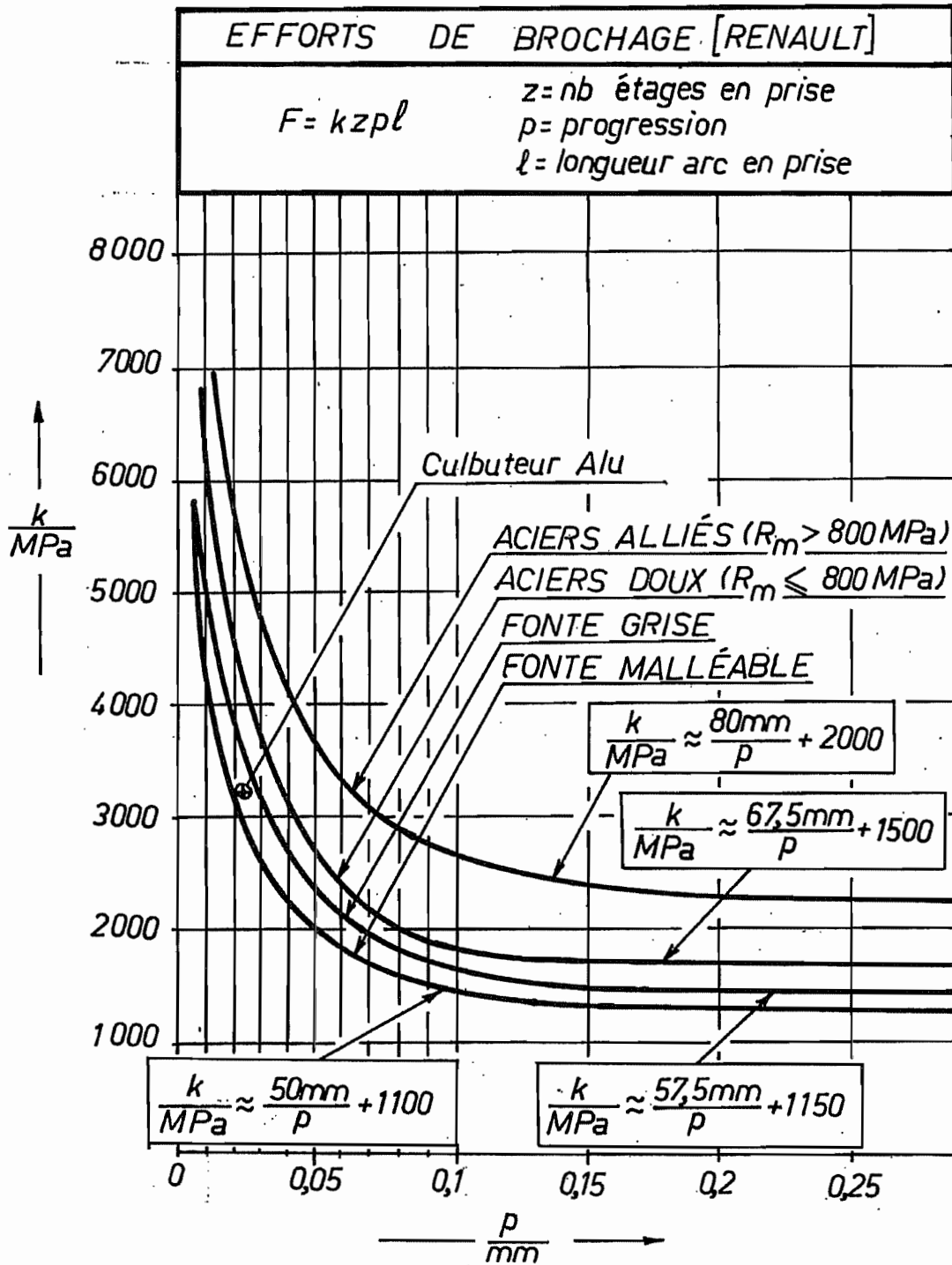


Figure 5 : Efforts de brochage

Donc
$$\frac{k_c}{\text{MPa}} = 1974 + \frac{203,3 \text{ mm}}{h} \quad (9)$$

La courbe obtenue est représentée en figure 4. Il est remarquable de constater qu'elle fournit une approximation très convenable à travers tout le domaine d'épaisseurs considérées. Par rapport à la formule de KIENZLE calculée sur l'intervalle des épaisseurs courantes] 0,1 mm ; 1 mm [, la loi affine tient mieux compte de la forte croissance de k_c au voisinage du copeau minimal. Il est d'ailleurs à remarquer que les diagrammes fournis par RENAULT pour le brochage sont accompagnés d'ajustements en loi affine (fig. 5).

4.4. Détermination expérimentale des coefficients A et B

La détermination expérimentale des coefficients A et B nécessite au minimum deux essais au cours desquels on mesure F_c . Portant sur un diagramme (fig. 6) les valeurs de $\frac{F_c}{b}$ obtenues en fonction de h , on trace la droite approchant au mieux les points expérimentaux. Sa pente est le coefficient A et B est l'ordonnée à l'origine.

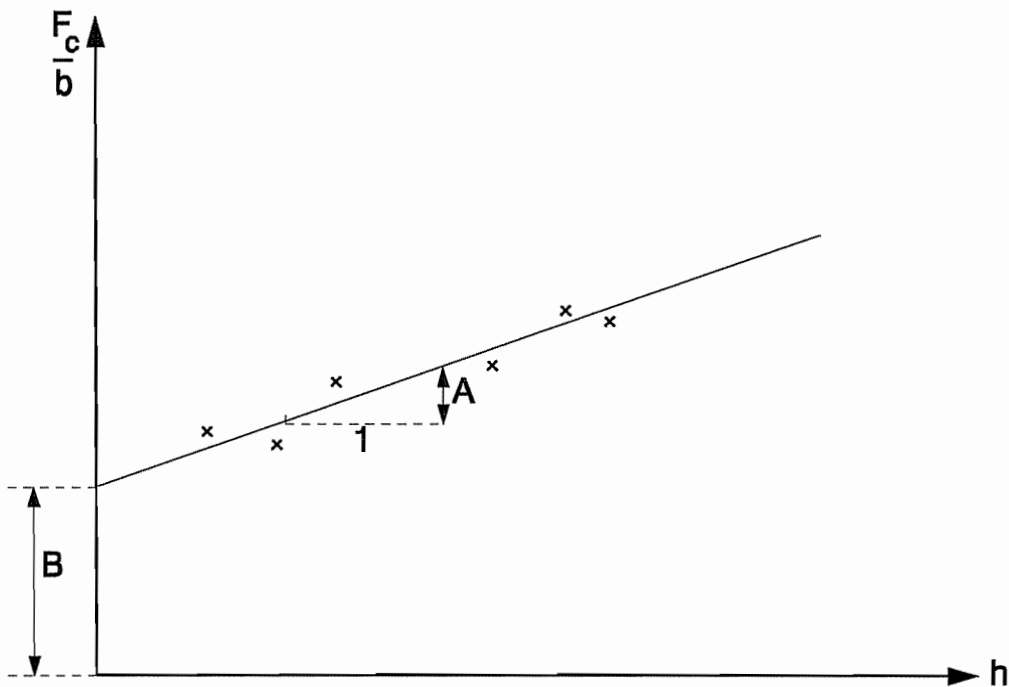


Figure 6 : Détermination expérimentale des coefficients A et B

4.5. Loi affine généralisée

On peut, à l'instar de SVAHN, admettre une loi affine pour les trois composantes de l'effort, ce qui revient à écrire :

$$k_c = A_c + \frac{B_c}{h} \quad (10)$$

$$k_f = A_f + \frac{B_f}{h} \quad (11)$$

$$k_p = A_p + \frac{B_p}{h} \quad (12)$$

Il est à noter que selon COOK [10], pour les très grands angles de coupe, A_f peut devenir négatif.

4.6. Application au fraisage

Ces formules s'appliquent également au fraisage, comme nous le verrons plus loin.

4.7. Calcul des composantes de l'effort global de coupe

4.7.1. Données nécessaires

Deux jeux différents de données sont possibles. Soit nous disposons des valeurs des coefficients A_i et B_i ($i = c, f, p$) déterminés expérimentalement, pour chacun des matériaux utilisés et en fonction de son traitement thermique. Si ces valeurs ne sont pas connues, nous pouvons les évaluer de manière approximative par les relations (7) et (8) qui exigent la connaissance :

- des pressions nominales de coupe $k_{i1,1}^*$ du modèle dit de KIENZLE
- des taux d'accroissement m_i ($i = c, f, p$)
- de l'épaisseur de coupe h (en mm)

La largeur de coupe b (en mm) et l'épaisseur de coupe h (en mm) ou la profondeur de passe a (en mm), l'avance f (en mm) et l'angle de direction d'arête de l'outil κ_r (en °) sont ensuite nécessaires pour le calcul des forces.

4.7.2. Méthode de calcul

Les coefficients A_c , A_f , A_p , B_c , B_f et B_p sont soit donnés, soit calculés à l'aide des relations (7) et (8).

Les trois composantes de l'effort de coupe s'obtiennent alors par :

$$F_c = bhA_c + bB_c$$

$$F_f = bhA_f + bB_f$$

$$F_p = bhA_p + bB_p$$

5. Comparaison entre les trois modèles

Nous pouvons comparer l'expression de la force de coupe F_c en fonction de l'épaisseur de coupe h pour chacun des trois modèles développés ci-dessus. Nous avons :

Modèle dit de KIENZLE : $F_c = C^{ste} \cdot h^{1-m_c} \approx C^{ste} \cdot h^{0.7}$

Modèle de PRUVOT : $F_c = C_1^{ste} \cdot h + C_2^{ste} \cdot h^{0.35}$

Modèle des forces affines de l'épaisseur : $F_c = C_A^{ste} \cdot h + C_B^{ste}$

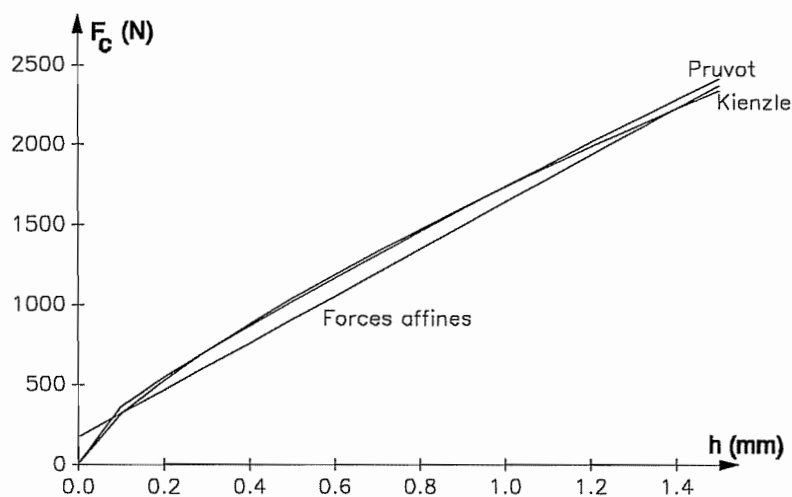


Figure 6a : Comparaison entre les 3 modèles proposés, pour l'acier Ck45N

**II^{ème} Partie : Outil à tranchants multiples
(fraisage)**

1. Modélisation des forces moyennes en fraisage [11]

1.1. Force et travail

Soit un intervalle $]a,b[$ sur lequel est appliquée une charge répartie (non nécessairement uniforme). La charge appliquée dans l'intervalle $]x,x+dx[$ sera notée $\mathcal{F}(x)dx$ (fig. 7).

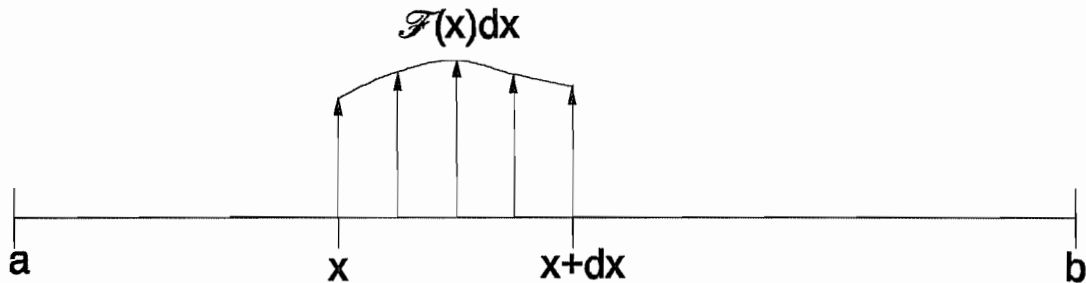


Figure 7 : Charge répartie

Si le déplacement conjugué à cette force est $u(x)$, on aura donc un travail

$$T(u) = \int_a^b \mathcal{F}(x)u(x) dx$$

Il s'agit d'une forme linéaire du champ de déplacement $x \mapsto u(x)$.

En fait, la connaissance de la valeur du travail pour tous les champs de déplacement équivaut à la connaissance du champ de force. Mais la notion de travail conserve un sens dans un cadre plus général que la notion de densité linéique de force \mathcal{F} . En particulier, dans le cas d'une charge concentrée F en un point x_0 , \mathcal{F} ne s'identifie plus à une fonction digne de ce nom (c'est une *mesure* de Dirac), mais la notion de travail conserve son sens: on a en effet

$$T(u) = F \cdot u(x_0)$$

et cette grandeur reste définie tant que le champ u est continu. Cette définition de champs de forces généralisés à travers leur travail s'appelle définition *au sens des distributions*.

1.2. Moyenne temporelle d'une distribution de forces

Soit une distribution de forces $\mathcal{F}(x,t)$ dépendant du temps. Son travail, pour un champ de déplacement donné $u(x)$, s'écrit

$$T(u;t) = \int_a^b \mathcal{F}(x,t) \cdot u(x) dx$$

Nous appellerons distribution moyenne de force sur un intervalle de temps $]0,\tau[$ celle qui correspond au travail moyen

$$\bar{T}(u) = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau T(u;t) dt$$

Dans le cas d'une distribution régulière de force, on a

$$\begin{aligned} \bar{T}(u) &= \frac{1}{\tau} \int_0^\tau dt \int_a^b \mathcal{F}(x,t) \cdot u(x) dx \\ &= \int_a^b u(x) \left[\frac{1}{\tau} \int_0^\tau \mathcal{F}(x,t) dt \right] dx \\ &= \int_a^b \bar{\mathcal{F}}(x) \cdot u(x) dx \end{aligned}$$

avec $\bar{\mathcal{F}} = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \mathcal{F}(x,t) dt$,

c'est-à-dire que l'on retrouve une moyenne temporelle au sens classique du terme.

Mais cette définition à travers le travail moyen permet de traiter le cas d'une charge concentrée défilante. Considérons un intervalle $]a,b[$ de longueur l , sur lequel défile à la vitesse v une charge concentrée qui, en outre, varie avec sa position. On suppose que cette charge se trouve au point a en $t = 0$ et au point b en $t = \tau$, ce qui implique évidemment que

$$l = v \cdot \tau$$

A l'instant t , le travail est

$$T(u;t) = F(a+vt) \cdot u(a+vt),$$

et la moyenne de cette expression sur l'intervalle de temps $]0,\tau[$ est

$$\bar{T}(u) = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} T(u;t) dt = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} F(a+vt) \cdot u(a+vt) dt$$

Notant que la position x de la charge au temps t est $a+vt$, on peut écrire

$$dx = v dt$$

soit

$$\bar{T}(u) = \frac{1}{v\tau} \int_a^b F(x) \cdot u(x) dx = \int_a^b u(x) \cdot \left[\frac{1}{l} F(x) \right] dx$$

Ainsi donc, la distribution moyenne correspondant à la charge défilante est une distribution *régulière*

$$\bar{F}(x) = \frac{1}{l} F(x).$$

1.3. Application au fraisage

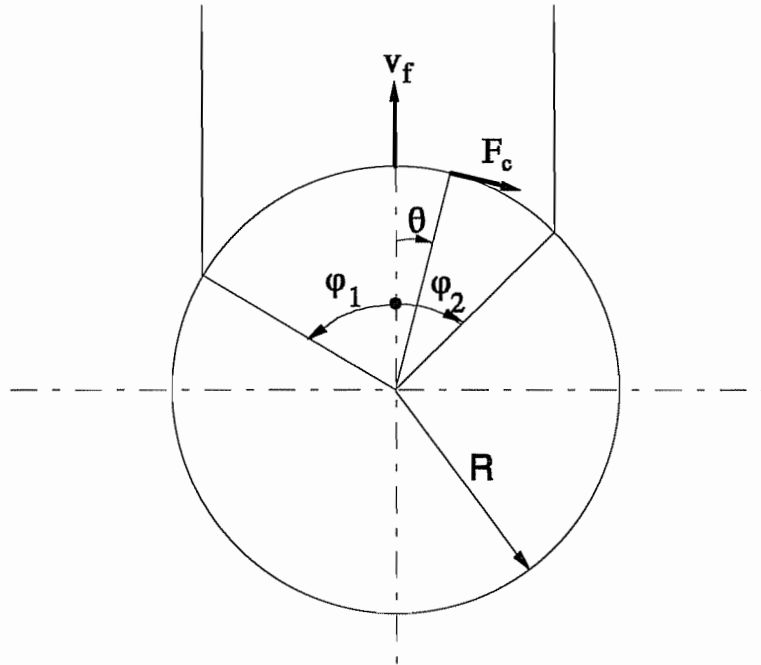


Figure 8 : Paramètres pour le surfacage (fraisage)

Soit une fraise de rayon R avançant dans une pièce avec une vitesse v_f . L'angle θ est mesuré à partir de la direction d'avance. L'arc de prise est $]-\varphi_1, \varphi_2[$.

Calculons la distribution moyenne de force tangentielle $\bar{\mathcal{F}}_{cz}$ correspondant à une dent. Cette dent parcourt l'intervalle angulaire $]-\pi, \pi[$ en un temps $\tau = \frac{1}{N}$, où N est la fréquence de rotation. On peut faire le diagramme de la figure 9.

La moyenne sur un tour est donc

$$\bar{\mathcal{F}}_{cz}(\theta) = \frac{F_c(\theta)}{2\pi R}.$$

Pour z dents, qu'elles soient ou non régulièrement espacées,

$$\bar{\mathcal{F}}_c(\theta) = z \cdot \bar{\mathcal{F}}_{cz}(\theta) = \frac{z \cdot F_c(\theta)}{2\pi R}.$$

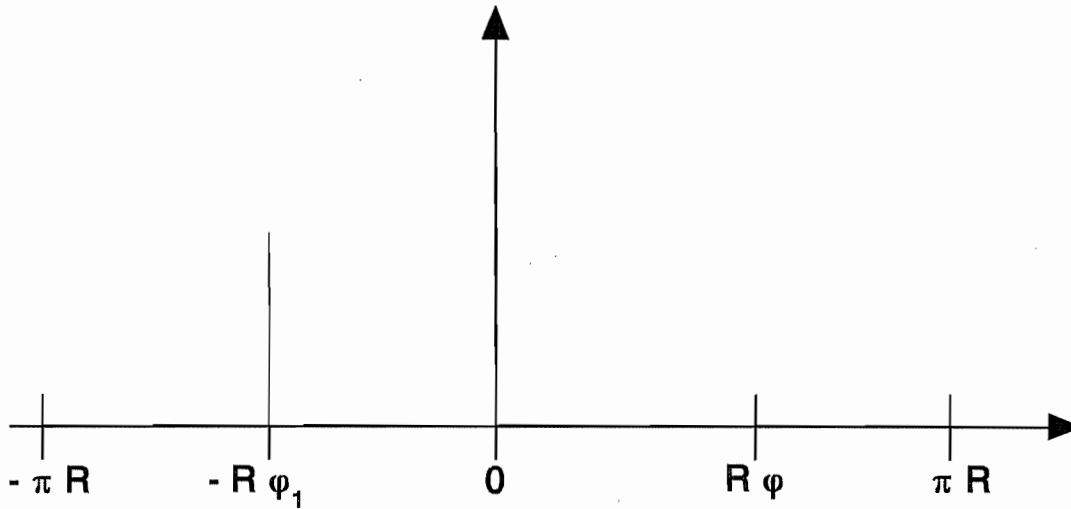


Figure 9 : Diagramme de la force de coupe F_c

2. Cas du modèle de KIENZLE [5] [11] [12]

2.1. Distribution moyenne des forces principales de coupe

De la formule

$$F_c(\theta) = k_{c1.1} b h^{1-m_c}(\theta)$$

avec $h(\theta) = f_z \sin \kappa_r \cos \theta = h_{\max} \cos \theta$,

$h_{\max} = f_z \sin \kappa_r$, où f_z est l'avance par dent (en mm)

$b = \frac{a_a}{\sin \kappa_r}$, où a_a est l'engagement axial de la fraise (en mm)

on déduit:

$$F_c(\theta) = \frac{k_{c1.1}}{h_{\max}^{m_c}} \cdot a_a \cdot f_z \cdot \cos^{1-m_c}(\theta) \quad \text{et}$$

$$\bar{F}_c(\theta) = \frac{z \cdot F_c(\theta)}{2 \pi R} = \frac{k_{c1.1}}{h_{\max}^{m_c}} \cdot \frac{a_a \cdot f}{2 \pi R} \cdot \cos^{1-m_c}(\theta)$$

en tenant compte de la relation $f = z \cdot f_z$.

Cette formule est limitée à l'arc de prise $]-\varphi_1, \varphi_2[$. En dehors de celui-ci, $\bar{F}_c(\theta) = 0$.

A titre de vérification, calculons la puissance de coupe à partir de cette formule. On a

$$\begin{aligned} P_c &= \oint \bar{F}_c(\theta) \cdot 2 \pi R \cdot N \cdot R d\theta \\ &= \frac{k_{c1.1}}{h_{\max}^{m_c}} \cdot \frac{a_a \cdot f}{2 \pi R} \cdot 2 \pi N R^2 \cdot \int_{-\varphi_1}^{\varphi_2} \cos^{1-m_c} \theta d\theta \\ &= \frac{k_{c1.1}}{h_{\max}^{m_c}} \cdot a_a \cdot N f \cdot R \int_{-\varphi_1}^{\varphi_2} \cos^{1-m_c} \theta d\theta \end{aligned}$$

Le groupement $(N f)$ est la vitesse d'avance v_f . Par ailleurs, on vérifie aisément que le débit Q est donné par

$$Q = a_a \cdot v_f \cdot a_r$$

où $a_r = R (\sin \varphi_1 + \sin \varphi_2)$ engagement radial de la fraise (en mm)

L'énergie spécifique de coupe *moyenne* vaut

$$\bar{k}_c = \frac{P_c}{Q} = \frac{k_{c1.1}}{h_{\max}^{m_c}} \cdot \frac{\int_{-\varphi_1}^{\varphi_2} \cos^{1-m_c} \theta d\theta}{\sin \varphi_1 + \sin \varphi_2}$$

soit $\bar{k}_c = \frac{k_{c1.1}}{h_i^{m_c}}$

en définissant l'épaisseur idéale h_i par

$$h_i^{m_c} = h_{\max}^{m_c} \cdot \frac{\sin\varphi_1 + \sin\varphi_2}{\int_{-\varphi_1}^{\varphi_2} \cos^{1-m_c} \theta \, d\theta}$$

A ce stade, on peut faire l'approximation suivante. Si f et g sont deux fonctions positives, avec $f \in L^p$ et $g \in L^q$ sur $]-\varphi_1, \varphi_2[$ avec $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$, on a l'inégalité de Hölder

$$\int_{-\varphi_1}^{\varphi_2} f \cdot g \, d\theta \leq \left(\int_{-\varphi_1}^{\varphi_2} f^p \, d\theta \right)^{\frac{1}{p}} \cdot \left(\int_{-\varphi_1}^{\varphi_2} g^q \, d\theta \right)^{\frac{1}{q}},$$

et cette inégalité est d'autant plus proche de l'égalité que g est proche d'un multiple de f . Posons

$$f = \cos^{1-m_c} \theta \in L^p(]-\varphi_1, \varphi_2[) \text{ avec } p = \frac{1}{1-m_c}$$

$$g = 1 \in L^q(]-\varphi_1, \varphi_2[) \text{ avec } q = \frac{1}{m_c}$$

Il est clair que $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$.

En outre,

$$\int_{-\varphi_1}^{\varphi_2} f^p \, d\theta = \int_{-\varphi_1}^{\varphi_2} \cos \theta \, d\theta = \sin\varphi_1 + \sin\varphi_2$$

$$\int_{-\varphi_1}^{\varphi_2} g^q \, d\theta = \varphi_1 + \varphi_2 = \varphi_s \quad (\text{l'arc de prise})$$

Donc
$$\int_{-\varphi_1}^{\varphi_2} \cos^{1-m_c} \theta \, d\theta \leq \frac{(\sin\varphi_1 + \sin\varphi_2)^{1-m_c} \cdot \varphi_s^{m_c}}{R}$$

et
$$h_i^{m_c} \geq \frac{h_{\max}^{m_c} \cdot (\sin\varphi_1 + \sin\varphi_2)^{m_c}}{\varphi_s^{m_c}}$$

$$\text{soit } h_i \underset{\approx}{\geq} h_{\max} \frac{\sin \varphi_1 + \sin \varphi_2}{\varphi_s} = h_{\max} \cdot \frac{1}{\varphi_s} \int_{-\varphi_1}^{\varphi_2} \cos \theta \, d\theta = h_{\text{moy}}$$

Dès lors, en calculant \bar{k}_c avec h_{moy} au lieu de h_i , on commet une petite erreur par défaut sur h_i et par conséquent une petite erreur *par excès* sur \bar{k}_c et donc sur P_c .

Exemple

$$\text{Avec } m_c = 0.3 \quad \varphi_1 = \frac{\pi}{4} \quad \varphi_2 = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{on a } \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \cos^{0.7} \theta \, d\theta = 1.458$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Or } \left(\sin \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4} \right)^{0.7} = 1.275 \\ \text{et } \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} \right)^{0.3} = 1.145 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{produit} = 1.460$$

\Rightarrow l'erreur est de +0.14 %

On constate que la différence est très faible.

$$\text{Avec } \varphi_1 = \frac{\pi}{2}, \quad \varphi_2 = \frac{\pi}{2}, \text{ on obtient}$$

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^{0.7} \theta \, d\theta = 2.213$$

$$\left. \begin{array}{l} \left(\sin \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2} \right)^{0.7} = 1.625 \\ \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right)^{0.3} = 1.410 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{produit} = 2.291$$

\Rightarrow l'erreur est de +3.5 %

2.2. Distribution moyenne des forces radiales

De la formule

$$F_r(\theta) = k_{f1.1} \cdot b h^{1-m_r}(\theta),$$

on déduit de même

$$\bar{\mathcal{F}}_r(\theta) = \frac{k_{f1.1}}{h_{\max}^{m_r}} \cdot \frac{a_a f}{2 \pi R} \cdot \cos^{1-m_r} \theta$$

2.3. Distribution moyenne des forces axiales

La formule de base étant

$$F_p(\theta) = k_{p1.1} \cdot b h^{1-m_p}(\theta),$$

on obtient

$$\bar{\mathcal{F}}_p(\theta) = \frac{k_{p1.1}}{h_{\max}^{m_p}} \cdot \frac{a_a f}{2 \pi R} \cdot \cos^{1-m_p} \theta$$

2.4. Forces moyennes suivant les axes x, y et z

Par convention, notre axe x sera pris dans la direction de la vitesse d'avance. L'axe y s'obtient en tournant cet axe de $\frac{\pi}{2}$ dans le sens de rotation de la fraise. L'axe z est perpendiculaire aux deux précédents, donc parallèle à l'axe de la fraise. On a alors

$$\begin{aligned} \bar{\mathcal{F}}_x &= \bar{\mathcal{F}}_f \cos \theta - \bar{\mathcal{F}}_c \sin \theta \\ &= \frac{a_a f}{2 \pi R} \left[-\frac{k_{c1.1}}{h_{\max}^{m_c}} \cdot \cos^{1-m_c} \theta \sin \theta + \frac{k_{f1.1}}{h_{\max}^{m_r}} \cdot \cos^{2-m_r} \theta \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathcal{F}}_y &= \bar{\mathcal{F}}_f \sin \theta + \bar{\mathcal{F}}_c \cos \theta \\ &= \frac{a_a f}{2 \pi R} \left[\frac{k_{c1.1}}{h_{\max}^{m_c}} \cdot \cos^{2-m_c} \theta + \frac{k_{f1.1}}{h_{\max}^{m_r}} \cdot \cos^{1-m_r} \theta \sin \theta \right] \end{aligned}$$

$$\bar{\mathcal{F}}_z = \bar{\mathcal{F}}_p(\theta) = \frac{k_{p1.1}}{h_{\max}^{m_p}} \cdot \frac{a_a f}{2\pi R} \cdot \cos^{1-m_p} \theta$$

Ces expressions sont en parfait accord avec celles du rapport LMF/D36.

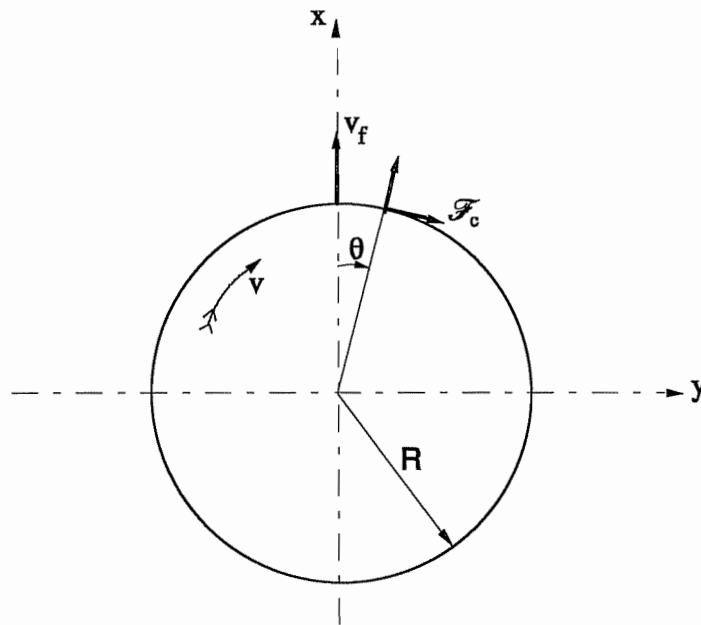


Figure 10 : Forces moyennes dans un repère x - y

2.5. Calcul des composantes de l'effort global de coupe

2.5.1. Données nécessaires

Les paramètres d'usinage et les caractéristiques géométriques de l'outil doivent être connus:

- l'engagement axial a_a (en mm)
- l'avance par tour f (en mm)
- le diamètre D ou le rayon R de la fraise (en mm)
- l'angle de direction d'arête de l'outil κ_r (en °)
- le nombre de dents de la fraise z

Nous devons également disposer des valeurs des pressions nominales de coupe $k_{c1.1}$, $k_{f1.1}$ et $k_{p1.1}$ ainsi que des taux d'accroissement m_c , m_f et m_p du matériau utilisé, et selon son traitement thermique antérieur. Ces valeurs peuvent nous être fournies de différentes manières :

1. soit nous partons des valeurs des $k_{i1.1}^*$ établies expérimentalement dans le cas du tournage, et nous leur attribuons les mêmes facteurs correctifs, à savoir K_{γ_i} , K_{λ_i} , K_{κ_i} , K_v , K_{mat} et K_{us} . Pour l'évaluation des différents facteurs correctifs, nous avons besoin de :
 - l'angle de coupe normal γ_n (en °)
 - l'angle de coupe normal utilisé lors des essais γ_o (en °)
 - l'angle d'inclinaison d'arête principale réel λ_s (en °)
 - l'angle d'inclinaison d'arête principale lors des essais λ_o (en °)
 - l'angle de direction d'arête de l'outil κ_r (en °)
 - la vitesse de coupe v_c (en m/min.)
 - la matière de coupe
2. soit encore les pressions de coupe $k_{i1.1}$ sont connues expérimentalement dans le cas du fraisage en bout, et aucun facteur de correction n'est nécessaire ;
3. soit enfin nous ne disposons que des valeurs des k_i résultant d'un seul essai de fraisage, et nous supposons alors $m_i = 0$, $k_{i1.1} = k_i$ expérimental.

2.5.2. Méthode de calcul

La première démarche consiste à délimiter les deux parties φ_1 et φ_2 de l'arc de prise φ_s , comptés à partir d'un axe parallèle à la direction d'avance de la fraise, et passant par son centre (axe des x sur la figure 10).

Ensuite, si cela est nécessaire (jeu de données n° 1), il faut évaluer les différents facteurs correctifs des pressions de coupe, à partir des relations explicitées dans le cas de l'usinage avec un outil à tranchant unique (voir I^{ère} partie, § 2.2).

On peut alors, pour toute valeur de θ telle que $-\varphi_1 \leq \theta \leq \varphi_2$, calculer les distributions moyennes d'efforts dans le système d'axes x - y - z défini ci-dessus :

$$\bar{\mathcal{F}}_x = \frac{a_a f}{2 \pi R} \left[-\frac{k_{c1.1}}{h_{max}^{m_c}} \cdot \cos^{1-m_c} \theta \sin \theta + \frac{k_{f1.1}}{h_{max}^{m_f}} \cdot \cos^{2-m_f} \theta \right]$$

$$\bar{\mathcal{F}}_y = \frac{a_a f}{2 \pi R} \left[\frac{k_{c1.1}}{h_{max}^{m_c}} \cdot \cos^{2-m_c} \theta + \frac{k_{f1.1}}{h_{max}^{m_f}} \cdot \cos^{1-m_f} \theta \sin \theta \right]$$

$$\bar{\mathcal{F}}_z = \frac{k_{p1.1}}{h_{max}^{m_p}} \cdot \frac{a_a f}{2 \pi R} \cdot \cos^{1-m_p} \theta$$

$$\text{avec } h_{\max} = f_z \sin \kappa_r = \frac{f}{z} \sin \kappa_r$$

3. Modèle des forces affines de l'épaisseur

3.1. Distribution moyenne des forces de coupe

Dans le cas du fraisage, en conservant les notations utilisées plus haut et en exploitant les relations (10), (11) et (12) du § 4.5 (1^{ère} partie), la dent située à l'angle θ subit les efforts

$$F_c(\theta) = A_c b h + B_c b = A_c b h_{\max} \cos \theta + B_c b$$

$$F_f(\theta) = A_f b h + B_f b = A_f b h_{\max} \cos \theta + B_f b$$

$$F_p(\theta) = A_p b h + B_p b = A_p b h_{\max} \cos \theta + B_p b$$

Les distributions moyennes d'efforts sont donc

$$\bar{\mathcal{F}}_c(\theta) = \frac{z}{2\pi R} F_c(\theta) = \frac{z}{2\pi R} (A_c b h_{\max} \cos \theta + B_c b)$$

$$\bar{\mathcal{F}}_f(\theta) = \frac{z}{2\pi R} F_f(\theta) = \frac{z}{2\pi R} (A_f b h_{\max} \cos \theta + B_f b)$$

$$\bar{\mathcal{F}}_p(\theta) = \frac{z}{2\pi R} F_p(\theta) = \frac{z}{2\pi R} (A_p b h_{\max} \cos \theta + B_p b)$$

Passant aux axes x , y et z , on obtient

$$\begin{aligned} \bar{\mathcal{F}}_x &= \bar{\mathcal{F}}_f \cos \theta - \bar{\mathcal{F}}_c \sin \theta \\ &= \frac{z}{2\pi R} [A_f b h_{\max} \cos^2 \theta - A_c b h_{\max} \sin \theta \cos \theta + B_f b \cos \theta - B_c b \sin \theta] \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathcal{F}}_y &= \bar{\mathcal{F}}_f \sin \theta + \bar{\mathcal{F}}_c \cos \theta \\ &= \frac{z}{2\pi R} [A_f b h_{\max} \sin \theta \cos \theta + A_c b h_{\max} \cos^2 \theta + B_f b \sin \theta + B_c b \cos \theta] \end{aligned} \quad (14)$$

$$\bar{\mathcal{F}}_z = \bar{\mathcal{F}}_p = \frac{z}{2\pi R} [A_p b h_{\max} \cos \theta + B_p b] \quad (15)$$

3.2. Les résultantes en fraisage

Les efforts résultants permettent de déterminer les coefficients A_c , B_c , etc. On a, en notant

$$\int \text{ pour } \int_{-\varphi_1}^{\varphi_2},$$

$$\begin{aligned} F_x &= \int \bar{\mathcal{F}}_x R d\theta \\ &= \frac{z}{2\pi} \left[b h_{\max} \left(A_f \int \cos^2 \theta d\theta - A_c \int \sin \theta \cos \theta d\theta \right) + b \left(B_f \int \cos \theta d\theta - B_c \int \sin \theta d\theta \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_y &= \int \bar{\mathcal{F}}_y R d\theta \\ &= \frac{z}{2\pi} \left[b h_{\max} \left(A_f \int \sin \theta \cos \theta d\theta + A_c \int \cos^2 \theta d\theta \right) + b \left(B_f \int \sin \theta d\theta + B_c \int \cos \theta d\theta \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_z &= \int \bar{\mathcal{F}}_z R d\theta \\ &= \frac{z}{2\pi} \left[A_p b h_{\max} \int \cos \theta d\theta + B_p b \varphi_s \right] \end{aligned}$$

où $\varphi_s = \varphi_1 + \varphi_2$.

Ces expressions ne sont faciles à exploiter que lors du fraisage *centré*, pour lequel $\varphi_1 = \varphi_2$.

On a alors

$$F_x = \frac{z}{2\pi} \left[b h_{\max} A_f \int \cos^2 \theta d\theta + b B_f \int \cos \theta d\theta \right]$$

$$\text{et } \frac{2\pi F_x}{z b \int \cos \theta d\theta} = A_f h^* + B_f \tag{16}$$

$$\text{avec } h^* = h_{\max} \frac{\int \cos^2 \theta d\theta}{\int \cos \theta d\theta} \tag{17}$$

Les points expérimentaux doivent donc être approchés par une droite dans le plan dont l'abscisse est

$$h^* \text{ et l'ordonnée, } \frac{2\pi F_x}{zb \int \cos \theta \, d\theta} .$$

De la même façon, on obtient

$$\frac{2\pi F_y}{zb \int \cos \theta \, d\theta} = A_c h^* + B_c \quad (18)$$

Pour l'effort axial, on a

$$\frac{2\pi F_z}{zb\varphi_s} = A_p h_{\text{moy}} + B_p \quad (19)$$

$$\text{où } h_{\text{moy}} = \frac{1}{\varphi_s} h_{\text{max}} \int \cos \theta \, d\theta \quad (20)$$

3.3. Puissance de coupe

La distribution de couple moyen est

$$\bar{M} = R \bar{\mathcal{M}}_c = \frac{z}{2\pi} (A_c b h_{\text{max}} \cos \theta + B_c b)$$

Le couple moyen total est donc

$$M = \int \bar{M} R \, d\theta = \frac{zR}{2\pi} \left(A_c b h_{\text{max}} \int \cos \theta \, d\theta + B_c b \varphi_s \right)$$

et la puissance correspondante,

$$P_c = 2\pi N M = zRN \left(A_c b h_{\text{max}} \int \cos \theta \, d\theta + B_c b \varphi_s \right)$$

Tenant compte du fait que la largeur de fraisage est $R \int \cos \theta \, d\theta$, le débit est donné par

$$Q = a_a v_f R \int \cos \theta \, d\theta = a_a z N f_z R \int \cos \theta \, d\theta$$

L'énergie spécifique moyenne vaut donc, comme $b h_{\max} = a_a f_z$,

$$\bar{k}_c = \frac{P_c}{Q} = A_c + \frac{B_c}{h_{\text{moy}}} \quad (21)$$

où h_{moy} est donné par la relation (20). Dans le cadre de ce modèle, l'épaisseur idéale se confond donc *exactement* avec l'épaisseur moyenne. Cette relation est valable que le fraisage soit centré ou non.

3.4. Calcul des composantes de l'effort global de coupe

3.4.1. Données nécessaires

Les paramètres d'usinage et les caractéristiques géométriques de l'outil doivent évidemment être connus :

- l'engagement axial a_a (en mm)
- l'avance par tour f (en mm)
- le diamètre D ou le rayon R de la fraise (en mm)
- l'angle de direction d'arête de l'outil κ_r (en °)
- le nombre de dents de la fraise z

Nous devons également disposer des valeurs des coefficients A_i et B_i , $i = c, f, p$. Si ceux-ci n'ont pas été établis expérimentalement, il est possible de les évaluer par les relations (7) et (8), à partir des pressions nominales de coupe $k_{i1,1}$ et des taux d'accroissement m_i du matériau utilisé, comme dans le cas de l'usinage avec un outil à un seul tranchant.

3.4.2. Méthode de calcul

La première démarche consiste à délimiter les deux parties φ_1 et φ_2 de l'arc de prise φ_s , comptés à partir d'un axe parallèle à la direction d'avance de la fraise, et passant par son centre (axe des x sur la figure 10).

On peut alors, pour toute valeur de θ telle que $-\varphi_1 \leq \theta \leq \varphi_2$, calculer les distributions moyennes d'efforts dans le système d'axes $x - y - z$ déjà définis :

$$\bar{F}_x = \frac{z}{2\pi R} [A_f b h_{\max} \cos^2 \theta - A_c b h_{\max} \sin \theta \cos \theta + B_f b \cos \theta - B_c b \sin \theta]$$

$$\bar{F}_y = \frac{z}{2\pi R} [A_f b h_{\max} \sin \theta \cos \theta + A_c b h_{\max} \cos^2 \theta + B_f b \sin \theta + B_c b \cos \theta]$$

$$\bar{F}_z = \frac{z}{2\pi R} [A_p b h_{\max} \cos \theta + B_p b]$$

avec $h_{\max} = f_z \sin \kappa_r = \frac{f}{z} \sin \kappa_r$

et $b = \frac{a_a}{\sin \kappa_r}$

III^{ème} Partie : Outil à tranchants multiples (alésage à l'alésoir)

1. Présentation du problème

Lors de l'alésage au grain, le mouvement relatif entre l'outil et la pièce est le même que dans le cas du tournage. Les deux usinages seront donc étudiés de la même façon, en considérant toujours que c'est l'outil qui est en rotation, et à condition que l'outil à aléser ne soit muni que d'un seul grain.

Lors de l'alésage au moyen d'un alésoir, le problème est différent. C'est la tête de l'alésoir qui coupe la matière, au niveau des chanfreins d'extrémité. Le procédé se rapproche donc sensiblement du fraisage en bout. Les listels, ou arêtes longitudinales, ne sont pas censées participer au cisaillement des copeaux. Nous n'envisagerons donc pas une recoupe par ces arêtes secondaires.

2. Modèles utilisés

2.1. Répartition spatiale des composantes de l'effort de coupe

2.1.1. Force de coupe F_c

Etant donné que le mouvement relatif entre l'outil et la pièce est un mouvement de rotation, et que la coupe s'effectue au niveau de la tête de l'alésoir, la force de coupe F_c est une force circonférentielle répartie sur la surface annulaire de prise S (fig. 11).

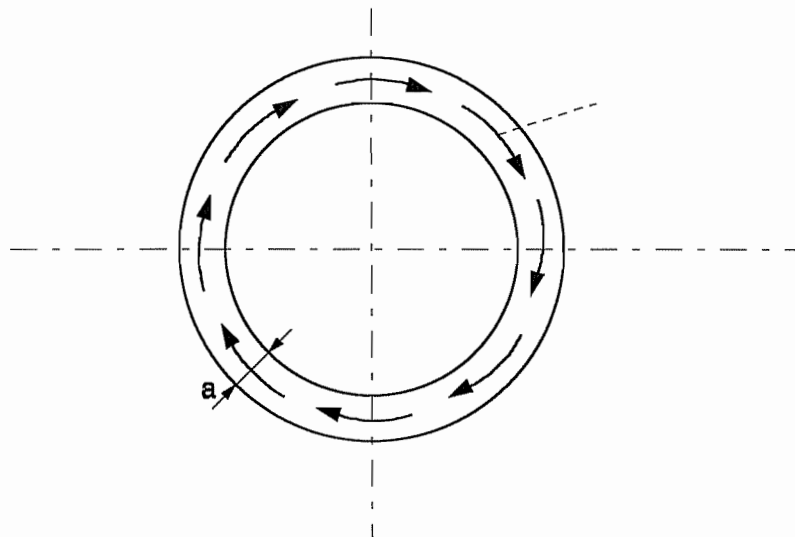


Figure 11 : Répartition de la force de coupe F_c

La distribution moyenne de la force de coupe s'obtient par :

$$\bar{\mathcal{F}}_c = \frac{zF_{cz}}{C_m}$$

L'épaisseur a étant toujours très faible devant le diamètre du trou à aléser, on peut confondre la circonférence moyenne de travail C_m avec la circonférence extérieure de l'alésoir :

$$\bar{\mathcal{F}}_c = \frac{zF_{cz}}{2\pi R}$$

R étant le rayon final du trou, après alésage (rayon extérieur).

2.1.2. Force d'avance F_f

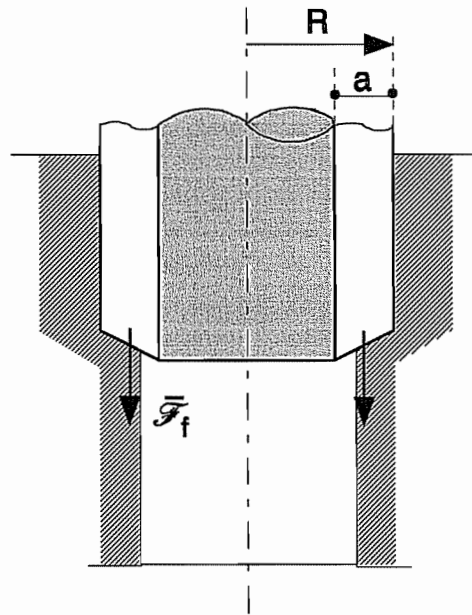


Figure 12 : Répartition de la force d'avance F_f

Contrairement à la fraise qui se déplace perpendiculairement à son axe, l'avance de l'alésoir est un mouvement parallèle à son axe de rotation (fig 12). La répartition de la force d'avance sera donc une répartition longitudinale. Nous supposons qu'elle s'exerce sur le diamètre extérieur de l'alésoir par souci de simplification ($a \ll R$). Cela nous donne :

$$\bar{\mathcal{F}}_f = \frac{zF_{fz}}{2\pi R}$$

2.1.3. Force passive F_p

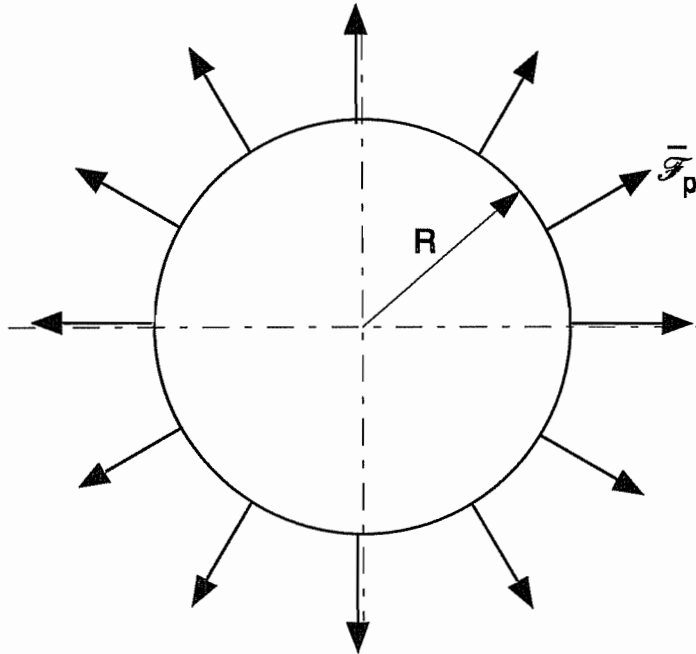


Figure 13 : Répartition de la force passive F_p

La composante passive de l'effort global de coupe agit toujours perpendiculairement aux autres composantes, dans une direction dans laquelle n'agit aucune vitesse. Cette fois, la force passive est donc une force radiale, qui entraîne une dilatation du trou alésé (fig.13). Sa distribution moyenne vaut:

$$\bar{F}_p = \frac{z F_{pz}}{2 \pi R}$$

2.2. Modèle de KIENZLE

2.2.1. Distributions moyennes des forces

Les expressions des distributions moyennes des forces sont les mêmes que celles qui ont été établies dans le cas du fraisage (voir II^{ème} partie, § 2). Cependant, l'épaisseur de coupe h est maintenant constante sur toute la circonférence et $-\pi \leq \theta \leq \pi$.

En partant des relations de base

$$F_i = k_{i1.1} b h^{1-m_i} \quad i = c, f, p$$

avec $h = f_z \sin \kappa_r$,

$$b = \frac{a}{\sin \kappa_r},$$

et en tenant compte de la relation $f = z \cdot f_z$

nous obtenons, de manière similaire au fraisage en bout :

$$\bar{\mathcal{F}}_c = \frac{z \cdot F_c}{2 \pi R} = \frac{k_{c1.1}}{h^{m_c}} \cdot \frac{a \cdot f}{2 \pi R} \quad (22)$$

$$\bar{\mathcal{F}}_f = \frac{z \cdot F_f}{2 \pi R} = \frac{k_{f1.1}}{h^{m_f}} \cdot \frac{a \cdot f}{2 \pi R} \quad (23)$$

$$\bar{\mathcal{F}}_p = \frac{z \cdot F_p}{2 \pi R} = \frac{k_{p1.1}}{h^{m_p}} \cdot \frac{a \cdot f}{2 \pi R} \quad (24)$$

2.2.2. Données nécessaires pour le calcul des composantes de l'effort global de coupe

Les paramètres d'usinage et les caractéristiques géométriques de l'outil doivent être connus:

- l'engagement radial a (en mm)
- l'avance par tour f (en mm)
- le rayon extérieur R de l'alésoir (en mm)
- l'angle de direction d'arête de l'outil κ_r (en °)
- le nombre de dents de l'alésoir z

Nous devons également disposer des valeurs des pressions nominales de coupe $k_{c1.1}$, $k_{f1.1}$ et $k_{p1.1}$ ainsi que des taux d'accroissement m_c , m_f et m_p du matériau utilisé, et selon son traitement thermique antérieur.

2.2.3. Méthode de calcul

La méthode est élémentaire. A partir des données citées ci-dessus, il suffit d'utiliser les relations (22), (23) et (24). Faute de mieux, on utilisera les pressions de coupe relatives au tournage.

2.3. Modèle des forces affines de l'épaisseur

2.3.1. Distribution moyenne des forces principales de coupe

A nouveau, par analogie avec le fraisage, nous avons les relations

$$F_i = A_i b h + B_i b \quad i = c, f, p$$

Les distributions moyennes d'efforts sont donc

$$\bar{\mathcal{F}}_c = \frac{z F_c}{2 \pi R} = \frac{z}{2 \pi R} (A_c b h + B_c b) \quad (25)$$

$$\bar{\mathcal{F}}_f = \frac{z F_f}{2 \pi R} = \frac{z}{2 \pi R} (A_f b h + B_f b) \quad (26)$$

$$\bar{\mathcal{F}}_p = \frac{z F_p}{2 \pi R} = \frac{z}{2 \pi R} (A_p b h + B_p b) \quad (27)$$

avec encore $h = f_z \sin \kappa_r$, $b = \frac{a}{\sin \kappa_r}$, $f = z \cdot f_z$

2.3.2. Données nécessaires pour le calcul des composantes de l'effort global de coupe

Les paramètres d'usinage et les caractéristiques géométriques de l'outil doivent évidemment être connus :

- l'engagement radial a (en mm)
- l'avance par tour f (en mm)
- le rayon extérieur R de l'alésoir (en mm)
- l'angle de direction d'arête de l'outil κ_r (en °)
- le nombre de dents de l'alésoir z

Nous devons également disposer des valeurs des coefficients A_i et B_i , $i = c, f, p$. Si ceux-ci n'ont pas été établis expérimentalement, il est possible de les évaluer par les relations (7) et (8), à partir des pressions nominales de coupe $k_{i,1}$ et des taux d'accroissement m_i du matériau utilisé, comme dans le cas de l'usinage avec un outil à un seul tranchant.

2.3.3. Méthode de calcul

La méthode est à nouveau élémentaire puisqu'il suffit d'utiliser les relations (25), (26) et (27) avec les données dont nous disposons.

**IV^{ème} Partie : Outil à tranchants multiples
(brochage)**

1. Présentation du problème [rapport 2 bis]

Le brochage est une opération plus complexe que les autres en ce que *les efforts d'un étage ont une répercussion sur la déformation de la pièce sous les autres étages en prise au même instant*. De plus, la forme définitive de la pièce n'est obtenue qu'après le passage du dernier étage. Cependant, il peut *a priori* exister à ce moment des défauts supérieurs à la progression. Ainsi, pour le surfacage de la face culasse du carter moteur D7F, la tolérance de planéité est de 0.1 mm alors que la progression par dent ne vaut que 0.075 mm.

Quant à la manière d'aborder la modélisation du brochage, il ne semble pas très réaliste de suivre la broche dent par dent car cela implique :

- une définition très précise de la broche, c'est-à-dire un fichier de description de l'outil très important;
- une étude pas à pas qui relève d'une méthodologie de type usinage lourd. Or, c'est précisément ce que l'on désire éviter.

Lors d'un usinage par brochage, le travail de la broche peut être décomposé en

- un transitoire d'entrée, caractérisé par le fait que toute la pièce n'est pas encore en contact avec la broche;
- un *régime établi* où la broche, couvrant toute la pièce, enlève progressivement de la matière en tout point;
- un transitoire de sortie, où les derniers étages de la broche ayant déjà parcouru une partie de la pièce, celle-ci se retrouve donc libre d'effort.

Il est clair que les plus grands efforts apparaissent lors du régime établi. On peut donc s'attendre à obtenir une borne supérieure du défaut en le calculant pour ce régime.

2. Expression générale des efforts de coupe

La broche en régime peut être assimilée à un plan oblique, d'angle η par rapport au plan à usiner, se déplaçant à la vitesse de coupe v . Il en résulte une avance de pénétration perpendiculaire au plan de coupe à la vitesse

$$v_f = v \operatorname{tg} \eta$$

avec $\operatorname{tg} \eta = \frac{z \cdot h}{l}$

h progression par dent (en mm)
l longueur de la broche (en mm)

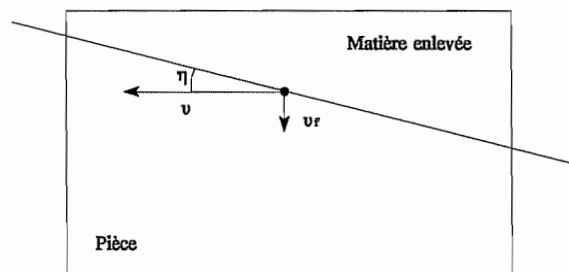


Figure 14 : Vitesses de coupe et de pénétration

Les composantes de l'effort global de coupe s'expriment de manière générale sous la forme :

$$F_i = bhk_i \quad i = c, f$$

Or, l'épaisseur moyenne h du copeau est donnée par la formule classique

$$h = \frac{Q}{bv} = \frac{Sv_f}{bv} = \frac{Sv \operatorname{tg} \eta}{bv} = \frac{S}{b} \operatorname{tg} \eta$$

avec b la longueur cumulée de toutes les dents en prise. En notant e leur écartement, la surface en prise est donnée par

$$S = be,$$

ce qui entraîne :

$$h = e \operatorname{tg} \eta \equiv \text{progl/dent}$$

Nous obtenons donc :

$$F_c = bek_c \operatorname{tg} \eta \quad (28)$$

$$F_f = bek_f \operatorname{tg} \eta \quad (29)$$

Il existe également des efforts latéraux liés à l'inclinaison des dents. Ces efforts sont dirigés vers l'extérieur et comme les dents sont en chevrons, ils ne possèdent pas de résultante, ce qui rend leur mesure malaisée. L'angle d'inclinaison λ est de l'ordre de 15° , ce qui s'apparente plus à l'hélice d'une fraise travaillant en roulant qu'à l'inclinaison d'un outil de tour.

Il semble approprié d'utiliser une formule relative au fraisage, en l'occurrence celle de Rosenberg [21]

$$F_a = 0,28 F_c \operatorname{tg} \lambda \quad (30)$$

où F_a est la force axiale, orientée en fonction de l'inclinaison des dents.

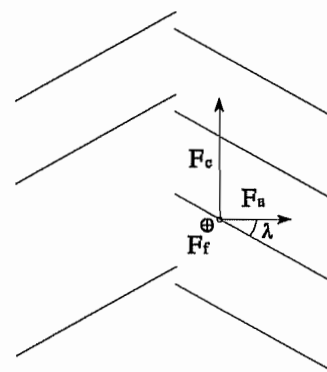


Figure 15 : Forces exercées sur la pièce

Comme il a été déjà dit dans le rapport n°2 bis, la seule approche pratiquement envisageable consiste à étudier cet usinage comme si la broche était constamment en régime. A cette fin, on applique sur tout élément de surface du maillage par éléments finis des densités uniformes d'efforts τ_c , p et τ_a qui sont définies à partir des relations (28), (29) et (30) :

$$\tau_c = \frac{F_c}{S} = \frac{b e k_c \operatorname{tg} \eta}{b e} = k_c \operatorname{tg} \eta = k_c \frac{h}{e} \quad \begin{array}{l} \text{contraintes tangentielles dirigées dans le sens} \\ \text{de la vitesse de coupe} \end{array}$$

$$p = \frac{F_f}{S} = \frac{b e k_f \operatorname{tg} \eta}{b e} = k_f \operatorname{tg} \eta = k_f \frac{h}{e} \quad \text{pression perpendiculaire à la surface usinée}$$

$$\tau_a = \frac{F_a}{S} = \frac{0.28 F_c \operatorname{tg} \lambda}{S} = 0.28 \tau_c \operatorname{tg} \lambda \quad \begin{array}{l} \text{contraintes axiales orientées en fonction de} \\ \text{l'inclinaison des dents} \end{array}$$

3. Modèle de KIENZLE [5]

3.1. Pressions nominales de coupe

Considérons les expressions des densités uniformes données ci-dessus :

$$\tau_c = k_c \frac{h}{e}$$

$$p = k_f \frac{h}{e}$$

Selon KIENZLE, l'expression des pressions nominales en fonction de l'épaisseur de coupe est, comme en tournage :

$$k_c = \frac{k_{c1.1}}{h^{m_c}}$$

$$k_f = \frac{k_{f1.1}}{h^{m_f}}$$

avec l'épaisseur de coupe h identique à la progression par dent f_z .

En insérant cette valeur dans la relation des densités uniformes de forces de coupe et d'avance, cela donne :

$$\tau_c = \frac{k_{c1.1}}{e} h^{1-m_c}$$

$$p = \frac{k_{f1.1}}{e} h^{1-m_f}$$

Le calcul des pressions nominales s'effectue de la même manière que pour le tournage, en multipliant une valeur caractéristique $k_{i1.1}^*$ ($i = c, f$), obtenue expérimentalement dans des conditions données, par des facteurs de correction pour tenir compte des conditions de coupe réelles de l'usinage. Ces facteurs sont les mêmes que ceux qui ont déjà été définis dans le cas du tournage (voir I^{ère} partie, § 2.2,). Cependant, lorsque ces pressions de coupe sont obtenues par des essais en tournage, il faut tenir compte des différences de comportement entre les deux procédures d'usinage en les multipliant également par un facteur correctif K_{br} qui vaut [3]

$$K_{br} = 1,10 \quad \text{en brochage intérieur}$$

$$K_{br} = 1,05 \quad \text{en brochage extérieur}$$

Nous avons donc finalement :

$$\tau_c = \frac{1}{e} h^{1-m_c} k_{c1.1}^* \cdot K_{\gamma,c} K_{\lambda,c} K_v K_{mat} K_{us} K_{br} \quad (31)$$

$$p = \frac{1}{e} h^{1-m_f} k_{f1.1}^* \cdot K_{\gamma,f} K_{\lambda,f} K_v K_{mat} K_{us} K_{br} \quad (32)$$

Cette méthode ne contredit pas le modèle proposé par KOENIGSBERGER [15].

Pour le calcul des contraintes axiales τ_a , nous aurons, par la formule de ROSENBERG :

$$\tau_a = 0,28 \tau_c \operatorname{tg} \lambda \quad (33)$$

3.2. Calcul des densités uniformes de forces de coupe

3.2.1. Données nécessaires

Il est indispensable de connaître :

- le nombre de dents de la broche z
- l'écartement des dents ou le pas de la broche e (en mm)
- la progression h (en mm)
- l'angle d'inclinaison d'arête de l'outil λ (en °)

Bien entendu, nous devons disposer des valeurs des pressions de coupe $k_{c1.1}^*$, $k_{f1.1}^*$ et $k_{p1.1}^*$ ainsi que des taux d'accroissement m_c , m_f et m_p du matériau utilisé, et selon son traitement thermique antérieur. Les conditions de coupe dans lesquelles ces paramètres ont été déterminés expérimentalement doivent également être connues. Il faut remarquer que les vitesses de coupe étant faibles en brochage, il est préférable d'utiliser des valeurs expérimentales des pressions de coupe propres à cette technologie.

Pour l'évaluation des différents facteurs correctifs, nous avons besoin de :

- l'angle de coupe normal γ_n (en °)
- l'angle de coupe normal utilisé lors des essais γ_o (en °)
- l'angle d'inclinaison d'arête réel λ (en °)
- l'angle d'inclinaison d'arête lors des essais λ_o (en °)
- la vitesse de coupe v_c (en m/min.)
- la matière de coupe

3.2.2. Méthode de calcul

A partir des valeurs réelles *d'usinage* des paramètres de coupe et de leurs valeurs lors des essais préalables, l'évaluation des différents facteurs de correction est facile, pour chacune des composantes de l'effort global de coupe.

Les densités de forces s'obtiennent alors par les relations (31), (32) et (33).

4. Modèle des forces affines de l'épaisseur

4.1. Loi affine généralisée

En respectant les notations définies ci-dessus, la loi affine généralisée

$$F_c = bhA_c + bB_c$$

$$F_f = bhA_f + bB_f$$

devient :

$$\tau_c = \frac{1}{e} hA_c + \frac{1}{e} B_c$$

$$p = \frac{1}{e} hA_f + \frac{1}{e} B_f$$

Pour la composante axiale de l'effort de coupe, on peut encore utiliser :

$$\tau_a = 0.28 \tau_c \operatorname{tg} \lambda$$

4.2. Calcul des densités uniformes de forces coupe

4.2.1. Données nécessaires

Il est indispensable de connaître :

- le nombre de dents de la broche z
- l'écartement des dents ou le pas de la broche e (en mm)
- la progression h (en mm)
- l'angle d'inclinaison d'arête de l'outil λ (en °)

Bien entendu, nous devons disposer des valeurs des coefficients A_c , B_c , A_f et B_f déterminés expérimentalement, pour chacun des matériaux utilisés et en fonction de son traitement thermique. Cependant, si ces valeurs ne sont pas connues, nous pouvons encore les évaluer de manière approximative par les relations (7) et (8) (I^{ère} partie) à partir des pressions nominales de coupe $k_{t1.1}^*$, des taux d'accroissement m_1 et de la progression h (en mm).

4.2.2. Méthode de calcul

Les coefficients A_c , A_f , B_c et B_f sont soit donnés, soit calculés à l'aide des relations (7) et (8).

Les trois densités de forces de coupe s'obtiennent alors par :

$$\tau_c = \frac{1}{e} hA_c + \frac{1}{e} B_c$$

$$p = \frac{1}{e} hA_f + \frac{1}{e} B_f$$

$$\tau_a = 0.28 \tau_c \operatorname{tg} \lambda$$

Remarque : En brochage, les vitesses de coupe étant faibles, il est préférable d'utiliser des valeurs propres à cette technologie, pour le calcul des composantes de l'effort global de coupe.

Bibliographie

- [1] W. KÖNIG, K. ESSEL - *Spezifische Schnittkraftwerte für die Zerspanung metallischer Werkstoffe*
Herausgegeben vom Verein Deutscher Eisenhüttenleute
1973 , Verlag Stahleisen M.B.H. , Düsseldorf
- [2] J.-F. DEBONGNIE - *Mise à forme des matériaux*
Deuxième partie - Leçons sur la mécanique de la coupe
1994 , A.E.E.S. , ULg, Faculté des Sciences Appliquées
- [3] W. DEGNER, H. LUTZE, E. SMEJKAL - *Spanende Formung*
Theorie Berechnung Richtwerte
12., bearbeitete Auflage
1989 , VEB Verlag Technik , Berlin
- [4] DUBBEL - *Taschenbuch für den Maschinenbau*
17., neubearbeitete Auflage
Herausgegeben von W. Beitz und K.-H. Küttner
1990 , Springer-Verlag , Berlin Heidelberg New York London Paris Tokyo Hong Kong
Barcelona
- [5] B. PEROVIĆ - *Fertigungstechnik*
Verfahren, Maschinen, Vorrichtungen
Grundlagen zur Berechnung und Konstruktion
1990 , Springer-Verlag , Berlin Heidelberg New York London Paris Tokyo Hong Kong
Barcelona
- [6] W. KÖNIG - *Fertigungsverfahren*
Band 1 - Drehen, Fräsen, Bohren
Dritte, neubearbeitete Auflage
1990 , VDI-Verlag , Düsseldorf
- [7] *Manual on Cutting of metals with single-point tools*
second edition
1952 , ASME - The American Society of Mechanical Engineers
- [8] F. PRUVOT - *Conception et calcul des machines-outils*
Volume 2 - Les broches. Etudes cinématique et statique
1993 , Presses polytechniques et universitaires romandes , Lausanne

- [9] O. SVAHN - *Machining properties and wear of milling cutters*
Thèse de doctorat
1948 , Tekniska Högskolan , Valhallavägen
- [10] N.-H. COOK - *Manufacturing Analysis*
1966 , Addison Wesley , Reading , Massachussets
- [11] J.-F. DEBONGNIE - *Sur la mesure des pressions de coupe lors d'un fraisage en bout*
ULg, Faculté des Sciences Appliquées, L.M.F.
Rapport LMF/D36 , janvier 1995
- [12] J.-F. DEBONGNIE - *Evaluation de la durée de vie des outils de fraisage*
European Journal Mech. Eng. , Vol. 39, N° 3 (p. 151-155)
- [13] B. METZLER - *Cours concernant la coupe des métaux et introduction au système "Master Tool"*
septembre 1992 , Formation "OSB"
- [14] J. PETERS - *Theorie van de verspaning*
Deel 1 - Draaien
Universitas , Antwerpen
- [15] F. KÖNIGSBERGER - *Machines-outils*
Calculs Bases fondamentales Eléments de construction
1969 , Vander - éditeur , Louvain Bruxelles
- [16] J. SAINT-CHELY, J.-P. FANTIN, J. LETELLIER - *Choix des outils et des conditions de coupe en tournage*
1987 , CETIM - Centre Technique des Industries Mécaniques , Etablissement de Senlis (Paris)
- [17] AFNOR - *Précis de méthodes d'usinage*
Méthodologie, production et normalisation
5° édition
1981 , Editions Fernand Nathan
- [18] K. BIMSCHAS - *Verbesserung der Werkstückqualität durch Simulation des Bearbeitungsprozesses*
Thèse de doctorat
1994 , Carl Hanser Verlag , München Wien

- [19] H. GERLING - *Les machines-outils*
Machines et outils - Fabrication des pièces - Mesure et contrôle
4° édition
1972 , Editions Eyrolles , Paris
- [20] F.-W. TAYLOR - *On the art of cutting metals*
1907 , T.A.S.M.E. vol. 28 , n° 1119 PP.31 sqq
- [21] V. ARSHINOV, G. ALEKSEEV - *Metal cutting theory and cutting tool design*
1976 , Mir , Moscow

Annexe

Tableau des pressions nominales, des taux d'accroissement
et des coefficients A_i et B_i
pour différents matériaux et traitements thermiques

1. Conditions opératoires des essais [1]

Les tableaux de valeurs suivants reprennent des valeurs expérimentales obtenues par KÖNIG et ESSEL [1] qui ont mesuré les efforts de cisaillement lors d'opérations de tournage. Ce sont les seules valeurs dont nous disposons actuellement dans le cadre de cette étude.

En général, les conditions de coupe sont les suivantes :

- vitesse de coupe : $v_c = 100$ m/min
- profondeur de passe : $a = 3$ mm
- domaine des avances : $0,125 \text{ mm} \leq f \leq 1$ mm
- matière de coupe : carbure métallique P10
sauf pour la fonte GG-30 : carbure métallique K10
- géométrie du nez de l'outil :
 - angle de coupe normal : $\gamma_n = 6^\circ$
 - angle de dépouille : $\alpha = 5^\circ$
 - angle d'inclinaison d'arête de l'outil : $\lambda_s = 0^\circ$
 - angle de direction de l'arête principale: $\kappa_r = 70^\circ$
 - angle de pointe de l'outil : $\epsilon_r = 90^\circ$
 - rayon de l'arête de coupe : $r_e = 0,8$ mm

Remarque : Nous disposons également des valeurs des pressions nominales et des accroissements

dans les conditions : $\gamma_n = -6^\circ$
 $\alpha = 6^\circ$
 $\lambda_s = -6^\circ$

Cependant, certains matériaux (à haute résistance à chaud) ont été testés dans des conditions de coupe différentes de celles que nous venons de mentionner. Ces matériaux sont placés à la fin du tableau et précédés d'une ou de plusieurs * . Les conditions de coupe sont alors les suivantes :

- vitesse de coupe : * $v_c = 30$ m/min
** $v_c = 40$ m/min
*** $v_c = 100$ m/min
**** $v_c = 200$ m/min
- profondeur de passe : $a = 3$ mm
- domaine des avances : $0,05 \text{ mm} \leq f \leq 0,4$ mm
- matière de coupe : carbure métallique K10
- géométrie du nez de l'outil :
 - angle de coupe normal : $\gamma_n = 15^\circ$
sauf pour Ti Al 6 V 4 : $\gamma_n = 5^\circ$
 - angle de dépouille : $\alpha = 8^\circ$
 - angle d'inclinaison d'arête de l'outil :
 -) X 5 Ni Cr Ti 26 15 , Co Cr 20 W 15 Ni , *** et **** : $\lambda_s = 0^\circ$
 -) X 8 Ni Co Cr Ti 55 20 20 , Ni Co 20 Cr 15 Mo Al Ti ,
Ni Cr 20 Ti Al : $\lambda_s = -12^\circ$
 -) Ti Al 6 V 4 : $\lambda_s = -4^\circ$
 - angle de direction de l'arête principale: $\kappa_r = 70^\circ$
sauf pour Ti Al 6 V 4 : $\kappa_r = 75^\circ$
 - angle de pointe de l'outil : $\epsilon_r = 90^\circ$