

DIFFUSIVITE DE L'EAU DANS UN MILIEU NON SATURE HETEROGENE

CH. DEBOUCHE¹, S. GASPAR² et L. SINE²

¹*Chaire de Statistique, Faculté des Sciences Agronomiques, Gembloux (Belgique)*

²*Chaire d'Hydraulique, Faculté des Sciences Agronomiques, Gembloux (Belgique)*

(Accepté pour publication le 29 octobre, 1973)

ABSTRACT

Debouche, Ch., Gaspar, S. and Sine, L., 1974. Diffusivity of water in a non-saturated heterogeneous environment. *J. Hydrol.*, 22: 35-51 (in French).

The diffusivity of the flow equation for water in soil was solved numerically in a horizontal soil column for an outflow case.

A comparison is made between the results from homogeneous and from heterogeneous soils.

These results indicate that the local or mean evaluation of the diffusivity do not agree, in heterogeneous soils, with the true local or mean values.

RESUME

Le calcul de la diffusivité capillaire a été effectué sur base de profils d'humidité obtenus à partir d'un modèle théorique d'évaporation d'une colonne de sol horizontale.

On a comparé les résultats obtenus en sols homogènes et en sols hétérogènes.

Ces résultats montrent que ni l'évaluation ponctuelle, ni la valeur moyenne de la diffusivité capillaire ne sont représentatives, en sols hétérogènes, des vraies valeurs, ponctuelles ou moyennes.

INTRODUCTION

La littérature concernant les applications numériques de la dynamique des écoulements en milieux poreux non saturés a porté exclusivement sur des substrats homogènes ou stratifiés.

Il nous a paru intéressant de vérifier si la dynamique réelle de l'écoulement dans un substrat hétérogène, s'éloigne de celle correspondant aux paramètres moyens de ce substrat.

Nous effectuons cette vérification dans le cas de l'écoulement unidimensionnel.

Le but est de vérifier l'incidence de l'hétérogénéité sur le calcul du coefficient de diffusivité des sols à partir de la mesure de profils hydriques.

MODELE THEORIQUE

On décrit l'écoulement de l'eau en milieu non saturé dans une colonne de sol horizontale à partir de l'équation:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right] \quad (1)$$

relation dans laquelle θ = teneur en eau du milieu considéré, exprimé en % volumétrique; t = temps; x = valeur de l'abscisse considérée (L); D = coefficient de diffusivité ($L^2 T^{-1}$).

Le coefficient de diffusivité est défini par la relation:

$$D = K(\theta) \frac{dh}{d\theta} \quad (2)$$

dans laquelle K = coefficient de conductivité capillaire ($L T^{-1}$); h = pression interstitielle (L), négative dans la zone non-saturée.

En première approximation on peut admettre (Klute et al., 1965), à l'intérieur d'un certain intervalle d'humidité:

$$D = D_0 e^{a(\theta - \theta_f)} \quad (3)$$

relation dans laquelle D_0 , a et θ_f sont des coefficients empiriques.

Conditions initiales et aux limites

Nous étudions les modifications d'humidité dans une colonne de longueur L , initialement d'humidité homogène provoquée par une modification instantanée et constante de l'humidité à une extrémité. On peut donc exprimer les conditions initiales et aux limites par les relations:

$$\left. \begin{array}{l} t = 0 \\ 0 \leq x \leq L \end{array} \right\} \theta = \theta_i$$

$$\left. \begin{array}{l} t > 0 \\ x = 0 \end{array} \right\} \theta = \theta_f$$

$$\left. \begin{array}{l} x = L \\ t > 0 \end{array} \right\} \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0$$

L'écoulement s'effectue donc dans le sens de $x = L$ vers $x = 0$ et l'extrémité de la colonne en $x = L$ est imperméable.

Choix de grandeurs adimensionnelles

La relation (1) peut être écrite sous la forme:

$$\frac{L^2 \partial \theta}{D_0 \partial t} = \frac{L \partial}{\partial x} \left[\frac{D(\theta) L \partial \theta}{D_0 \partial x} \right] \quad (4)$$

On pose:

$$t_* = D_0 t / L^2; x_* = x / L; \theta_* = (\theta - \theta_f) / (\theta_i - \theta_f); a_* = a(\theta_i - \theta_f)$$

En substituant ces grandeurs dans la relation (4), on obtient:

$$\frac{\partial \theta_*}{\partial t_*} = \frac{\partial}{\partial x_*} \left[e^{a_* \theta_*} \frac{\partial \theta_*}{\partial x_*} \right] \quad (5)$$

Les conditions initiales et aux limites deviennent:

$$\left. \begin{array}{l} t_* = 0 \\ 0 \leq x_* \leq 1 \end{array} \right\} \theta_* = \theta_{*i} = 1$$

$$\left. \begin{array}{l} t_* > 0 \\ x_* = 0 \end{array} \right\} \theta_* = \theta_{*f} = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} t_* > 0 \\ x_* = 1 \end{array} \right\} \frac{\partial \theta_*}{\partial x_*} = 0$$

Pour alléger l'écriture, on supprimera les astérisques.

MODELE DE CALCUL EN SOLS HOMOGENES

L'équation (5) sera résolue numériquement à partir de la méthode des différences finies, c'est-à-dire en écrivant:

$$\frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{\Delta}{\Delta x} \left(e^{a\theta} \frac{\Delta \theta}{\Delta x} \right) \quad (6)$$

Cette substitution est valable pour des valeurs Δt et Δx suffisamment petites.

J.P. Crank-Nicolson (Ralston, 1968) a résolu cette équation en écrivant:

$$\frac{\theta_{x,t+\Delta t} - \theta_{x,t}}{\Delta t} = \frac{1}{2} \left(\frac{A-B}{\Delta x} + \frac{C-D}{\Delta x} \right) \quad (7)$$

où:

$$A = \frac{D_{x+\Delta x,t} + D_{x,t}}{2} \left(\frac{\theta_{x+\Delta x,t} - \theta_{x,t}}{\Delta x} \right)$$

$$B = \frac{D_{x,t} + D_{x-\Delta x,t}}{2} \left(\frac{\theta_{x,t} - \theta_{x-\Delta x,t}}{\Delta x} \right)$$

$$C = \frac{D_{x+\Delta x,t+\Delta t} + D_{x,t+\Delta t}}{2} \left(\frac{\theta_{x+\Delta x,t+\Delta t} - \theta_{x,t+\Delta t}}{\Delta x} \right)$$

$$D = \frac{D_{x,t+\Delta t} + D_{x-\Delta x,t+\Delta t}}{2} \left(\frac{\theta_{x,t+\Delta t} - \theta_{x-\Delta x,t+\Delta t}}{\Delta x} \right)$$

Dans cette expression, les valeurs:

$$\theta_{x-\Delta x, t+\Delta t}, \theta_{x, t+\Delta t}, \theta_{x+\Delta x, t+\Delta t}$$

$$D_{x-\Delta x, t+\Delta t}, D_{x, t+\Delta t} \text{ et } D_{x+\Delta x, t+\Delta t}$$

sont inconnues (cf. Fig. 1);

La relation (7) a été résolue numériquement par (Klute et al., 1965) dans les cas:

$$a = 0,1; a = 1,0; a = 10$$

par une méthode implicite.

Nous avons également calculé cette fonction par une méthode implicite, en utilisant cependant la simplification suivante:

$$D_{x+\Delta x, t+\Delta t} = D_{x+\Delta x, t},$$

$$D_{x, t+\Delta t} = D_{x, t}$$

(8)

$$D_{x-\Delta x, t+\Delta t} = D_{x-\Delta x, t}$$

au lieu de rechercher, comme Klute et al. (1965), ces valeurs par application d'un processus itératif.

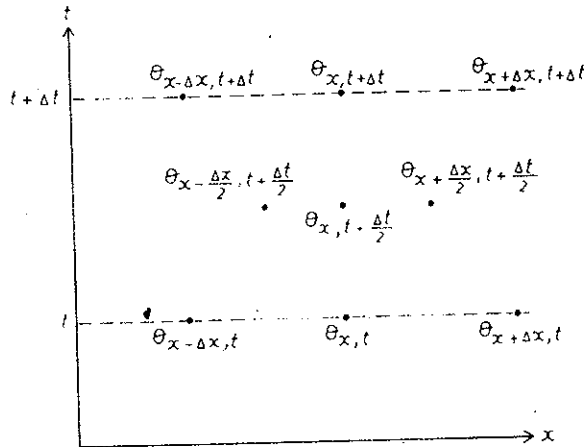


Fig. 1. Modèle de calcul en sols homogènes.

Fig. 1. Mathematical model in homogeneous soils.

Cette simplification réduit à trois le nombre d'inconnues de l'équation (7):

$$\theta_{x-\Delta x, t+\Delta t}; \theta_{x, t+\Delta t}; \theta_{x+\Delta x, t+\Delta t}$$

En outre, on se trouve en présence d'un système d'équations dont la forme matricielle est tridiagonale et peut être résolue par la méthode de T.H. Thomas (Girerd et Karplus, 1968).

On gagne ainsi beaucoup de temps de calcul (Debouche, 1971);

Contrôle de la solution

Le contrôle de la solution est obtenu par comparaison avec les résultats de Klute, dans le cas $\alpha = 1,0$.

Nous utilisons dans notre calcul des valeurs de Δt , telles que:

$$0,023 \cdot 10^{-4} \leq \Delta t \leq 1,7 \cdot 10^{-4} \quad \text{pour } 0 < t \leq 182,45 \cdot 10^{-4}$$

$$\Delta t = 2,0 \cdot 10^{-4} \quad \text{pour } 182,45 \cdot 10^{-4} < t \leq 1082,45 \cdot 10^{-4}$$

$$\Delta t = 7,0 \cdot 10^{-4} \quad \text{pour } 1082,45 \cdot 10^{-4} < t \leq 1782,45 \cdot 10^{-4}$$

$$\Delta t = 10,0 \cdot 10^{-4} \quad \text{ou } 4,0 \cdot 10^{-4} \quad \text{pour } 1782,45 \cdot 10^{-4} < t \leq 4982,45 \cdot 10^{-4}$$

En outre $\Delta x = 0,04$; $0 < x \leq 1$.

L'évolution de θ en fonction de t obtenue à partir de nos calculs est reportée Fig. 2 en différentes valeurs de x (courbes en traits pleins). Les résultats de Klute et al. (1965) sont également reportés.

On constate l'excellente concordance entre les résultats, en particulier lorsque t est élevé et lorsque x est faible. La concordance est légèrement

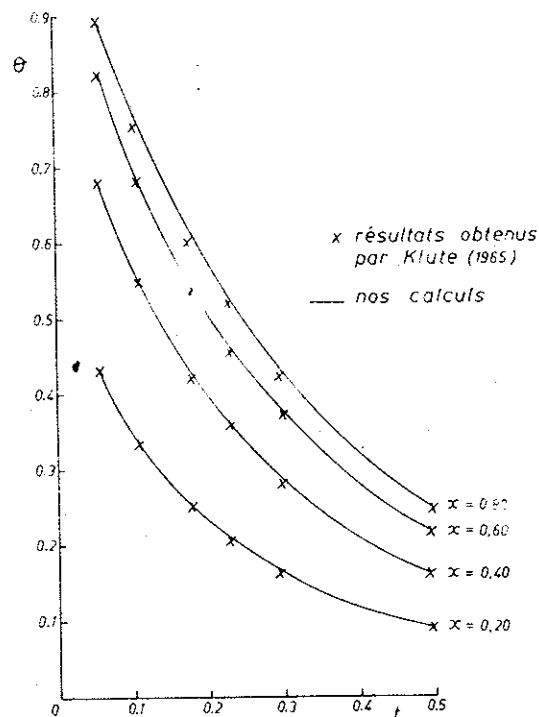


Fig. 2. Comparaison entre deux méthodes de calcul.

Fig. 2. Comparison between two numerical methods. Résultats obtenus par Klute = results obtained by Klute; nos calculs = our calculations.

moins bonne dans la zone la plus humide de la colonne (x élevé) (écart relatif de 4% tout au plus).

MODELE THEORIQUE ET MODELE DE CALCUL EN SOLS HETEROGENES

On substitue la relation:

$$D(\theta) = z(x) \cdot D_0 e^{a\theta} \quad (9)$$

à la relation (3).

Dans cette relation, z est un facteur d'hétérogénéité qui ne dépend que de x .

La relation (6) est remplacée par la relation:

$$\frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{\Delta}{\Delta x} \left(z e^{a\theta} \frac{\Delta \theta}{\Delta x} \right) \quad (10)$$

Les variations apportées à $D(\theta)$ sont donc calculées en pourcentage de la valeur en sol hétérogène.

On cherche à comparer les résultats obtenus en sols homogènes (Tableau I, cas A, colonne 2) avec ceux obtenus en sols hétérogènes de caractéristiques moyennes identiques:

$$\bar{z}_a(x) = 1,0$$

où $\bar{z}_a(x)$ est la moyenne arithmétique des facteurs d'hétérogénéité.

Deux types de sols hétérogènes ont été étudiés:

(a) L'hétérogénéité est distribuée de façon aléatoire et les valeurs de $z(x)$ sont définies dans la 3e colonne du Tableau I (cas B) (cf. Fig. 3).

(b) Cinq zones de sol sont définies dans la colonne horizontale ("sol stratifié"); à l'intérieur de chaque zone, le sol est homogène. Deux types de répartition différentes des zones ont été étudiés (cas C, 4e colonne et cas D, 5e colonne du Tableau I; cf. Fig. 3).

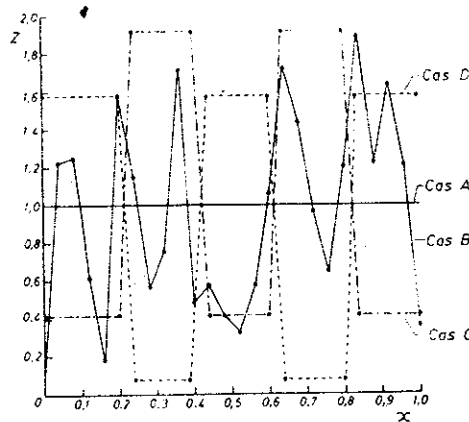


Fig. 3. Modèles de sols hétérogènes avec z = facteur d'hétérogénéité.

Fig. 3. Heterogeneous soil model with z = heterogeneity factor.

TABLEAU I

Valeurs de $z(x)$

x	Sol homogène, cas A	Sol hétérogène, cas B	Sols stratifiés	
			cas C	cas D
0,00	1,0	0,1487	0,4230	1,5769
0,04	1,0	1,2340	0,4230	1,5769
0,08	1,0	1,2553	0,4230	1,5769
0,12	1,0	0,6161	0,4230	1,5769
0,16	1,0	0,1892	0,4230	1,5769
0,20	1,0	1,5803	0,4230	1,5769
0,24	1,0	1,1692	1,9230	0,0769
0,28	1,0	0,5827	1,9230	0,0769
0,32	1,0	0,7640	1,9230	0,0769
0,36	1,0	1,7297	1,9230	0,0769
0,40	1,0	0,4924	1,9230	0,0769
0,44	1,0	0,5774	0,4230	1,5769
0,48	1,0	1,4232	0,4230	1,5769
0,52	1,0	0,3322	0,4230	1,5769
0,56	1,0	0,5750	0,4230	1,5769
0,60	1,0	1,0503	0,4230	1,5769
0,64	1,0	1,7168	1,9230	0,0769
0,68	1,0	1,4379	1,9230	0,0769
0,72	1,0	0,9670	1,9230	0,0769
0,76	1,0	0,6513	1,9230	0,0769
0,80	1,0	1,1947	1,9230	0,0769
0,84	1,0	1,8967	0,4230	1,5769
0,88	1,0	1,2184	0,4230	1,5769
0,92	1,0	1,6304	0,4230	1,5769
0,96	1,0	1,2070	0,4230	1,5769
1,00	1,0	0,3586	0,4230	1,5769
\bar{z}_a	1,0	1,0	1,0	1,0

Contrôle de la solution en sols hétérogènes

Nous ne disposons pas de solutions connues, pour les sols hétérogènes. On peut cependant s'interroger sur la validité de la linéarisation adoptée dans le calcul de l'évolution des profils $\theta(x, t)$ (voir p. 39).

On contrôlera la validité du calcul en considérant que pour $\Delta t \rightarrow 0$, la solution tend à devenir exacte. Par conséquent, on admettra que l'on se trouve en présence de la solution pratiquement exacte lorsque, tous calculs faits sur base de Δt de plus en plus petits, on obtient des profils $\theta(x, t)$ identiques.

Les calculs ont été effectués pour le sol hétérogène B et les sols stratifiés C et D (Tableau I). Les différences sont très faibles.

Au Tableau II, nous donnons un exemple des différences obtenues pour un rapport d'intervalles de temps utilisés de 10 à 100.

TABLEAU II

Profils hydriques (θ en fonction de x); comparaison de deux calculs avec des intervalles de temps différents (sol hétérogène — cas B); temps écoulé $t = 0,1050$

x	$\Delta t =$ $500 \cdot 0,1 \cdot 10^{-4}$ ou $50 \cdot 1,0 \cdot 10^{-4}$ (1)	$\Delta t =$ $10.000 \cdot 0,01 \cdot 10^{-4}$ (2)	(1) - (2)
0,04	0,1912	0,1912	0,0000
0,08	0,3292	0,3292	0,0000
0,12	0,4759	0,4760	- 0,0001
0,16	0,7269	0,7271	- 0,0002
0,20	0,8013	0,8015	- 0,0002
0,24	0,8395	0,8397	- 0,0002
0,28	0,8851	0,8854	- 0,0003
0,32	0,9282	0,9285	- 0,0003
0,36	0,9453	0,9456	- 0,0003
0,40	0,9591	0,9595	- 0,0004
0,44	0,9781	0,9785	- 0,0004
0,48	0,9850	0,9854	- 0,0004
0,52	0,9900	0,9905	- 0,0005
0,56	0,9957	0,9964	- 0,0007
0,60	0,9977	0,9987	- 0,0010
0,64	0,9985	0,9995	- 0,0010
0,68	0,9990	0,9999	- 0,0009
0,72	0,9993	1,0000	- 0,0007
0,76	0,9997	1,0000	- 0,0003
0,80	0,9998	1,0000	- 0,0002
0,84	0,9999	1,0000	- 0,0001
0,88	0,9999	1,0000	- 0,0001
0,92	0,9999	1,0000	- 0,0001
0,96	0,9999	1,0000	- 0,0001
1,00	0,9999	1,0000	- 0,0001

COMPARAISON ENTRE SOLS HOMOGENES ET SOLS HETEROGENES

Nous examinons les profils $\theta(x, t)$ dans les quatre cas cités au Tableau I (sol homogène = cas A; sol hétérogène = cas B; sol stratifié = cas C ou cas D).

Les évolutions respectives des cas B, C et D sont reportées en fonction de x sur les Figs. 4, 5 et 6 pour $t = 0,1050$ et pour $t = 0,5050$. Sur chaque figure, sont également reportés les profils $\theta(x, t)$ correspondant au sol homogène et pour les mêmes temps t .

De l'examen de ces figures, nous tirons les conclusions suivantes, relatives aux conditions étudiées:

(1) L'hétérogénéité d'un sol affecte la vitesse d'assèchement de ce sol, dans le sens du ralentissement.

Pour des caractéristiques moyennes et initiales identiques, un sol hétérogène

reste donc humide plus longtemps qu'un sol homogène.

(2) On peut effectuer un lissage des profils obtenus en sols hétérogènes ou stratifiés. Dès lors, on s'interrogera sur la valeur fictive du coefficient de diffusivité à utiliser pour aboutir aux mêmes profils hydriques lissés, en supposant que l'on se trouve en présence d'un sol "pratiquement homogène".

Pour ce sol pratiquement homogène on peut définir un coefficient moyen de diffusivité.

Ce coefficient peut s'évaluer à partir de la moyenne arithmétique, de la moyenne harmonique, ou de la valeur moyenne obtenue par lissage des courbes.

Les moyennes arithmétique \bar{D}_a et harmonique \bar{D}_h sont définies à partir des relations:

$$\bar{D}_a = \frac{1}{L} \int_0^L D \, dx$$

$$\frac{1}{\bar{D}_h} = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{dx}{D}$$

Si on exprime ces valeurs par la relation:

$$\bar{D} = \bar{z} D_0 e^{a(\theta - \theta_f)}$$

on obtient les résultats montrés en Tableau III. Pour les sols stratifiés la valeur de \bar{z}_h est voisine des valeurs de \bar{z}_l obtenues à partir d'un lissage. Il n'en est pas de même pour le sol hétérogène où la valeur de \bar{z}_l est intermédiaire entre \bar{z}_a et \bar{z}_h tout en étant plus proche de \bar{z}_a .

TABLEAU III

Valeurs de \bar{z} correspondant à la moyenne arithmétique \bar{z}_a , à la moyenne harmonique \bar{z}_h et au lissage des courbes \bar{z}_l

	Sol B	Sol C	Sol D
\bar{z}_a	1	1	1
\bar{z}_h	0,64	0,60	0,18
\bar{z}_l	0,85	0,60	0,25

On découvre ainsi que le sol hétérogène *B* est assimilable, en moyenne, à un sol homogène dont le coefficient de diffusivité serait les 85% de celui du sol homogène *A* (Fig. 4).

Le sol *C* est assimilable, en moyenne, à un sol homogène dont le coefficient de diffusivité serait grosso modo les 60% de celui du sol homogène *A* (Fig. 5).

Le sol *D* est assimilable, en moyenne et très approximativement, à un sol homogène dont le coefficient de diffusivité serait les 25% de celui du sol homogène *A* (Fig. 6).

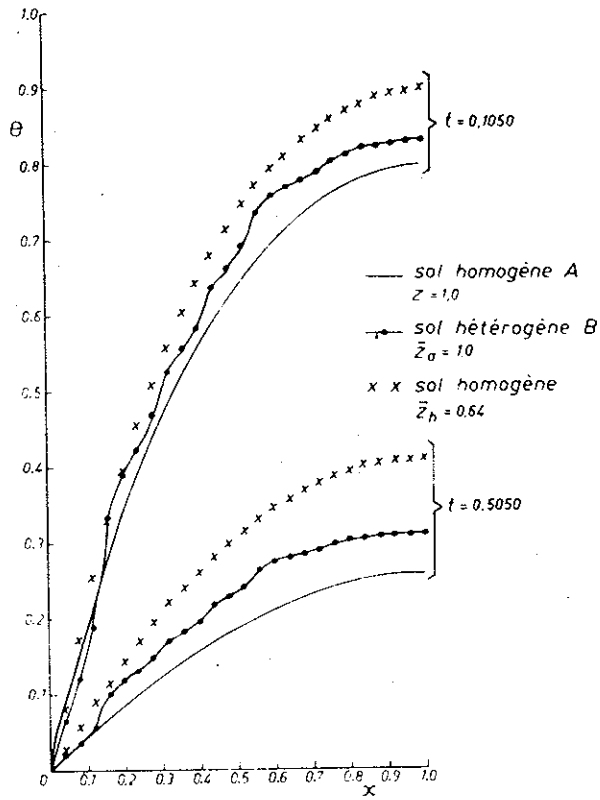


Fig. 4. Evolution des teneurs en humidité dans une colonne de sol horizontale. Comparaison entre sol homogène et sol hétérogène.

Fig. 4. Humidity evolution in an horizontal column of soil. Comparison between homogeneous and heterogeneous soils.

CALCUL DU COEFFICIENT DE DIFFUSIVITE LOCAL

A partir des valeurs $\theta(x, t)$, on peut calculer $D(\theta)$ sur base des expressions suivantes, et pour un assèchement (Bentz, 1970) (cf. Fig. 7):

$$S = \int_x^L \theta \, dx \quad (11)$$

$$V = \frac{dS}{dt} \quad (12)$$

$$D(\theta) = -V \frac{dx}{d\theta} \quad (13)$$

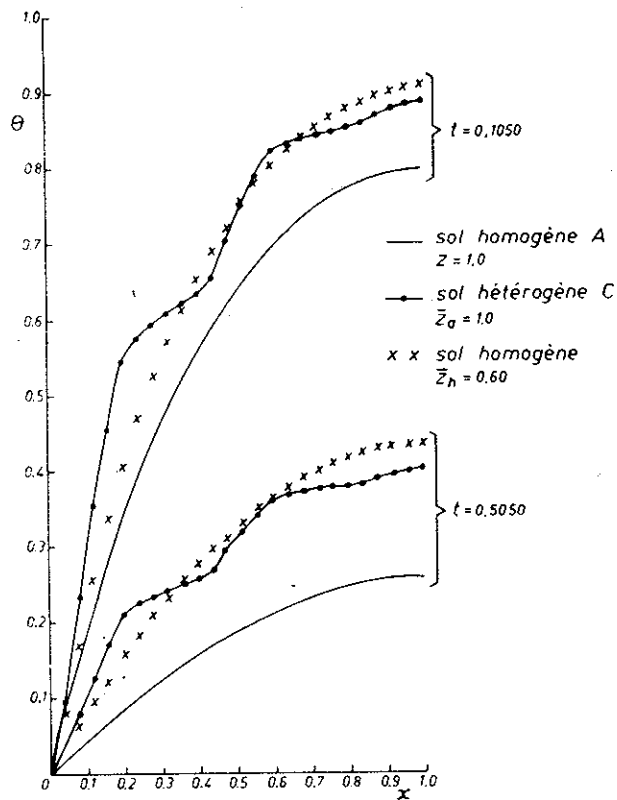


Fig. 5. Evolution des teneurs en humidité dans une colonne de sol horizontale. Comparaison entre sol homogène et sol hétérogène.

Fig. 5. Humidity evolution in a horizontal column of soil. Comparison between homogeneous and heterogeneous soils.

S étant le stock d'eau du sol compris entre x et l'extrémité de la colonne.

En recourant aux grandeurs adimensionnelles: θ , t et x , les relations (11) et (12) deviennent:

$$S = \int_x^{1,0} \theta \, dx \quad (14)$$

$$V = \frac{dS}{dt} \quad (15)$$

et la relation (13) devient:

$$\frac{D(\theta)}{D_0} = -V \frac{dx}{d\theta} \quad (16)$$

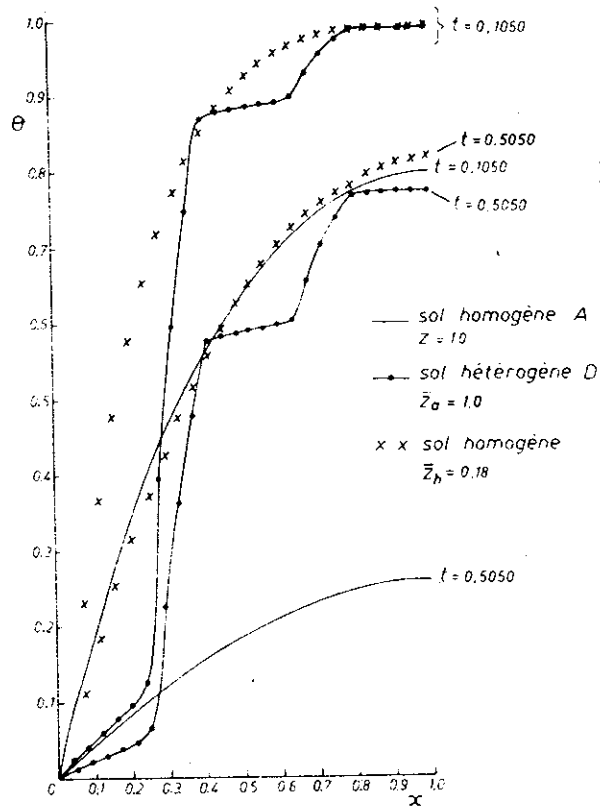


Fig. 6. Evolution des teneurs en humidité dans une colonne de sol horizontale. Comparaison entre sol homogène et sol hétérogène.

Fig. 6. Humidity evolution in a horizontal column of soil. Comparison between homogeneous and heterogeneous soils.

ou:

$$e^{a\theta} = -V \frac{dx}{d\theta}$$

Le calcul de D à partir des profils d'humidité $\theta(x, t)$ s'effectuera en remplaçant les relations (14), (15) et (16) par les relations aux différences finies:

$$S(x, t) = \sum_x^{1,0} \theta \Delta x \quad (17)$$

$$V(x, t) = \frac{\Delta S}{\Delta t} \quad (18)$$

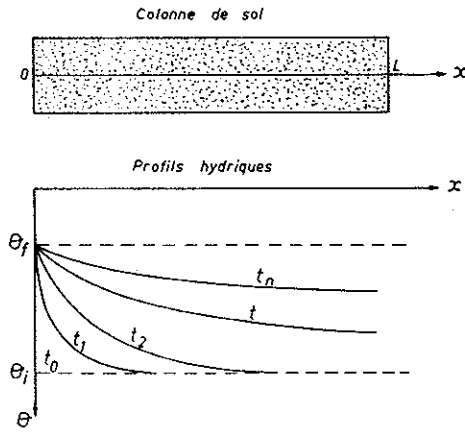


Fig. 7. Evolution de profils hydriques $\theta(x, t)$ d'une colonne de sol horizontale, d'humidité initiale θ_i et soumise à l'assèchement instantané $\theta = \theta_f$ en $x = 0$.

Fig. 7. Humidity evolution $\theta(x, t)$, in a horizontal column of soil.

$$\frac{D(\theta)}{D_0} = -V \frac{\Delta x}{\Delta \theta} \quad (19)$$

La méthode d'intégration de Simpson est utilisée pour le calcul de $S(x, t)$ et la méthode des arcs de parabole est utilisée pour le calcul de $V(x, t)$.

Résultats en sols homogènes

Le report graphique de la relation théorique utilisée dans la simulation du cas A (Tableau I) est donné Fig.8, soit:

$$D = e^\theta$$

La valeur de D recalculée à partir de profils $\theta(x, t)$ est également reportée sur cette Fig. 8.

On constate que ces valeurs recalculées sont telles que:

$$D = D(\theta, t, x)$$

En particulier pour des valeurs de x élevées ($x > 0,64$), la réévaluation de D est peu précise. Pour des valeurs de x faibles, l'erreur relative est faible et comprise entre 0 et 5%.

Cette erreur est due, en majeure partie, dans la zone des x élevés, aux faibles gradients d'humidité.

On peut constater Fig. 9 qu'une faible erreur sur $\Delta \theta$ est susceptible d'introduire une forte erreur sur le calcul de D .

Pour la comparaison entre sols homogènes et hétérogènes on se limitera donc aux valeurs calculées comprises entre $t = 0,1550$ et $t = 0,5050$ et entre $x = 0,0$ et $x = 0,64$.

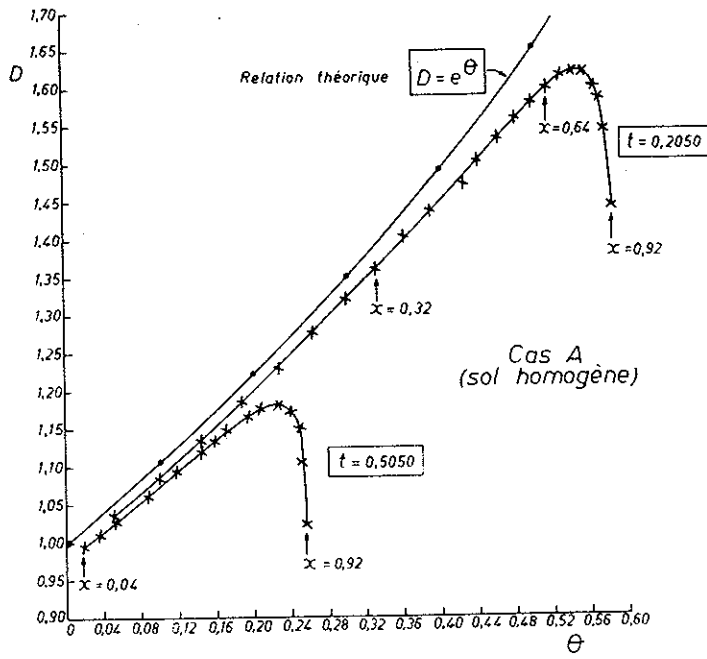


Fig. 8. Comparaison entre les valeurs de la diffusivité D théoriques et calculées.

Fig. 8. Comparison between values of theoretical and calculated diffusivity.

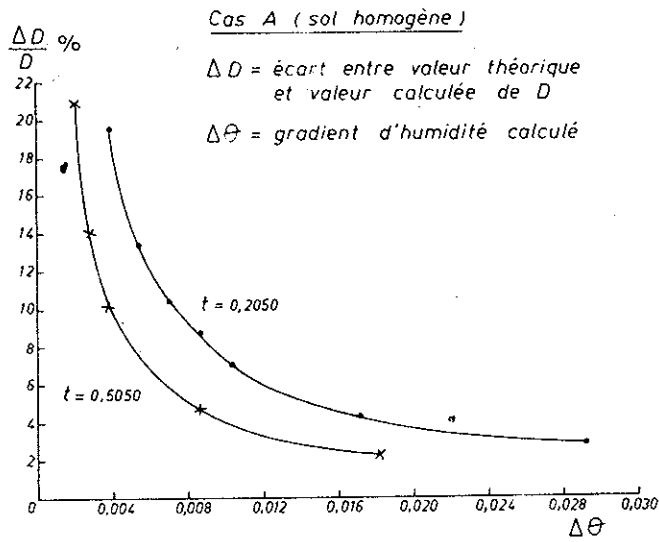


Fig. 9. Erreur relative sur le calcul de la diffusivité D en fonction de la teneur en humidité θ .

Fig. 9. Relative error of diffusivity value D in relation with humidity θ . ΔD = deviation between theoretical and calculated values of D ; $\Delta \theta$ = gradient of calculated humidity.

Comparaison entre sol homogène (cas A) et sol hétérogène (cas B)

Les valeurs théoriques $z(x)$ ponctuelles utilisées pour la simulation du cas B sont reproduites sur la Fig. 10. Le cas A correspond à la valeur de $z(x) = \bar{z}_a = 1,0$.

Les valeurs recalculées à partir des résultats de la simulation sont reportées sur cette même figure ($0 < x \leq 0,64$).

On constate qu'il y a amortissement systématique des valeurs de z liées au voisinage relatif de zones de caractéristiques ponctuelles différentes. On se rappellera en outre que les caractéristiques moyennes sont différentes de celles du sol homogène.

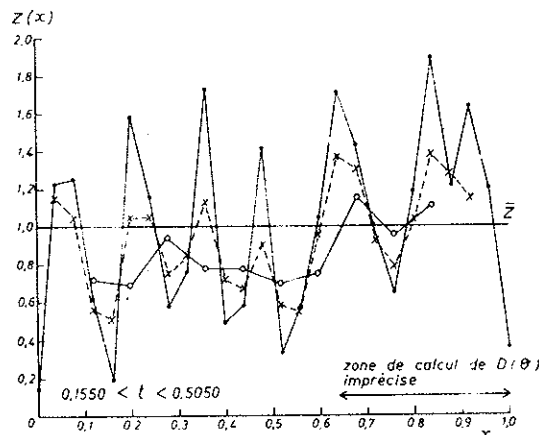


Fig. 10. Cas B (sol hétérogène). Comparaison entre valeurs calculées (-x-) et valeurs théoriques (—•—) de $z(x)$. —•— correspond à $z(x)$ calculé à partir de valeurs $\theta(x, t)$, espacées un point sur deux.

♦ Fig. 10. Example B (heterogeneous soil). Comparison between calculated (-x-) and theoretical (—•—) values of $z(x)$.

Comparaison entre sol homogène (cas A) et sol stratifié (cas C et D)

Les valeurs $z(x)$ ponctuelles théoriques et recalculées à partir des résultats de la simulation sont reportées Fig. 11, pour le cas C, Fig. 12 pour le cas D. Le cas A correspond à la valeur de $z(x) = \bar{z}_a = 1,0$.

Deux constatations sont à faire:

- (1) A l'intérieur des zones de stratification la valeur de $z(x)$ ponctuelle recalculée correspond, à l'erreur de calcul près, à la valeur théorique introduite.
- (2) Au voisinage des stratifications, il y a influence réciproque des couches contigües et la valeur ponctuelle recalculée ne correspond pas à la valeur théorique introduite. Il y a amortissement vers une valeur moyenne qui est, rappelons-le, proche de la moyenne harmonique précédemment définie

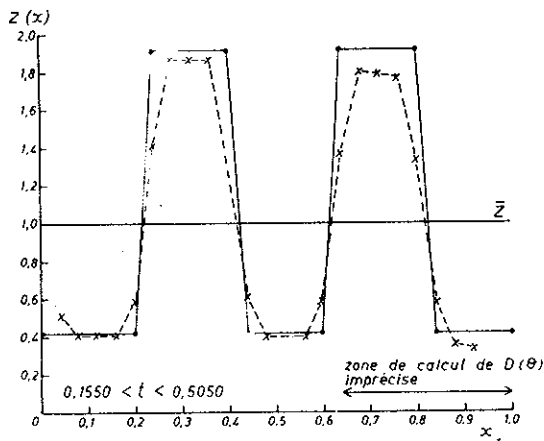


Fig. 11. Cas C (sol stratifié). Comparaison entre valeurs calculées (- -x - -) et valeurs théoriques (—x—) de $z(x)$.

Fig. 11. Example C (stratified soil). Comparison between calculated (- -x - -) and theoretical (—x—) values of $z(x)$.

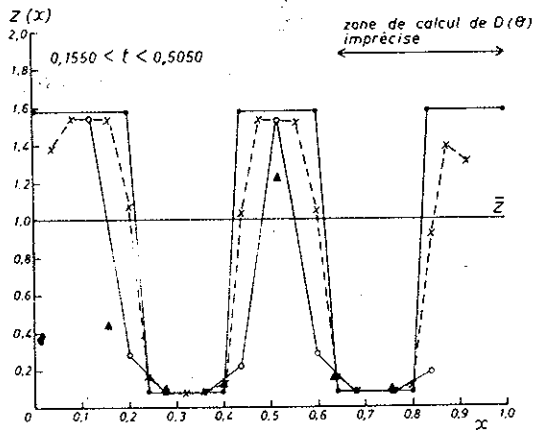


Fig. 12. Cas D (sol stratifié). Comparaison entre valeurs calculées (- -x - -) et valeurs théoriques (—x—) de $z(x)$. —▲— correspond à $z(x)$ calculé à partir de valeurs $\theta(x, t)$, espacées un point sur trois.

Fig. 12. Example D (stratified soil). Comparison between calculated (- -x - -) and theoretical (—x—) values of $z(x)$.

Discordance entre pas de calcul et variation de diffusivité

Lorsqu'on effectue le relevé d'un profil d'humidité dans un sol, le nombre de points relevés n'est pas nécessairement représentatif de l'hétérogénéité du sol considéré.

L'effet de l'espacement des points de mesure de $\theta(x)$ sur l'évaluation de $D(\theta)$ est mis en évidence à partir des calculs correspondant aux modèles B hétérogène et D stratifié.

On a recalculé $D(\theta)$ à partir des valeurs de $\theta(x, t)$ relevées un point sur deux (Fig. 10 et Fig. 12) et un point sur trois (Fig. 12).

On constate que les valeurs ponctuelles de $D(\theta)$ ainsi réévaluées sont d'autant plus écartées des valeurs réelles que le calcul est effectué sur base de points $\theta(x)$ plus espacés.

On doit en conclure que, pour ce type de calcul, la mesure d'un profil d'humidité doit être faite avec d'autant moins de discontinuités que le sol considéré présente une hétérogénéité plus serrée.

CONCLUSION

Pour l'étude du coefficient de diffusivité, les caractéristiques moyennes d'un sol hétérogène ne sont pas directement assimilables aux caractéristiques d'un sol homogène correspondant.

Il y a ralentissement systématique de l'assèchement d'un sol hétérogène vis-à-vis d'un sol homogène comparable.

Il y a amortissement de l'amplitude des variations du coefficient $D(\theta)$ de diffusivité.

Les caractéristiques ponctuelles (évaluation de $D(\theta)$) ne sont pas non plus assimilables à des caractéristiques ponctuelles identiques en sol homogène. Il y a influence des couches de sols voisines.

La valeur ponctuelle de $D(\theta, x)$ a d'autant moins de signification que l'évaluation est effectuée sur base d'un nombre de points $\theta(x)$ plus espacés.

En définitive, ni un lissage, ni un calcul ponctuel n'est représentatif des vraies valeurs.

BIBLIOGRAPHIE

- Bentz, A., 1970. Dynamique des écoulements des eaux en milieux non saturés: Thèse de doctorat, Faculté des Sciences Agronomiques, Gembloux, 242 pp.
- Debouche, Ch., 1971. Simulation de l'écoulement de l'eau en milieux hétérogènes et non saturés. Travail de fin d'études, Faculté des Sciences Agronomiques de l'Etat, Gembloux, 123 pp.
- Girerd, J. et Karplus, W.J., 1968. Traitement des équations différentielles sur calculateurs électroniques. Gauthier-Villars, Paris, 559 pp.
- Klute, A., Whisler, F.D. et Scott, E.J., 1965. Numerical solution of the non linear diffusion equation for water flow in a horizontal soil column of limited length. S.S. Soc. of A. Proc., 29, 4: 353-358
- Ralston, A., 1968. Méthodes d'intégration numérique des équations différentielles. In: F. Beckenbach (Rédacteur), Mathématiques modernes pour l'Ingénieur. Dunod, Paris, tome 2, pp. 156-178