
Modélisation de structures voiles en béton armé soumises à du cisaillement

Soufflet Marc^{1,2}, Kotronis Panagiotis¹, Collin Frédéric²

¹ LUNAM Université, Ecole Centrale de Nantes, Université de Nantes, CNRS, Institut de Recherche en Génie Civil et mécanique (GeM), France, 1 Rue de la Noë Nantes, France, marc.soufflet@ec-nantes

² Département ArGEnCo – Université de Liège, Institut de mécanique et Génie Civil, Bât.52, 1 Chemin des chevreuils, B-4000 Liège 1, Belgique

RÉSUMÉ. Dans le cadre du programme CEOS.fr, des campagnes expérimentales sur des voiles en béton armé soumis à des chargements statiques sévères ont établi une importante base de données permettant la calibration et l'amélioration des outils numériques pour caractériser l'ouverture de fissures sous l'effet de contraintes de cisaillement. L'étude numérique présentée dans ce rapport consiste à reproduire l'essai du voile 3 grâce à une modélisation élément fini 2D en contraintes planes en étudiant la performance de deux lois d'endommagement du code Cast3M : La loi Mazars et la loi Damage_TC. Si ces lois sont extensivement validées dans le passé dans des cas de modèles soumis à des contraintes de traction-compression, il convient de les évaluer sur des structures soumises à de fortes contraintes en cisaillement.

ABSTRACT. Within the French National Program CEOS.fr reinforced concrete shear walls were tested in order to create a database and thereby compare and improve the numerical tools to characterize cracks under severe shear stresses. In this article we present the numerical simulation of the specimen 3 of the program using a stress plane model and two different constitutive laws: the Mazars and the Damage_TC models. Although these laws are extensively validated in traction-compression conditions, it is necessary to evaluate their performances under important shear stresses.

MOTS-CLÉS: cisaillement, fissuration, lois d'endommagement.

KEY WORDS: shear, cracks, damage law.

1. Introduction

Cet article présente une modélisation élément finis en contraintes planes avec le code Cast3M du voile 3 du programme national CEOS.fr¹. Le voile est soumis à un chargement statique unidirectionnel. L'étude consiste à évaluer la performance de deux lois d'endommagement, la loi Mazars et la loi Damage_TC dans des situations de fortes contraintes de cisaillement et plus spécifiquement leur capacité de reproduire les résultats expérimentaux globaux et locaux (courbes force-déplacement, déformations, ouverture des fissures, cartes d'endommagement).

Tableau 1. Campagne expérimentale : Propriétés des matériaux.

béton	Module d'Young [GPa]	Coef. Poisson	Résistance en compression [MPa]	Résistance en traction [MPa]
	22.06	0.19	42.5	3.30
acier	Module d'Young [GPa]	Coef. Poisson	Limite élastique [MPa]	Contrainte à la rupture [MPa]
	174.571	0.3	541	621

1.1. Lois d'endommagement

1.1.1. Loi d'endommagement Mazars

Le modèle de comportement MAZARS [MAZ 84] est un modèle largement utilisé, réputé robuste, basé sur la mécanique de l'endommagement, qui permet de décrire la diminution de la rigidité du matériau sous l'effet de la création de microfissures dans le béton. Il s'appuie sur une seule variable interne scalaire D décrivant l'endommagement de façon isotrope, combinaison d'une partie de dommage en traction D_t et de compression D_c [1] :

$$D = \alpha_t D_t + (1 - \alpha_t) D_c \quad [1]$$

Avec α_t la part d'endommagement en traction. La calibration numérique des paramètres de la loi [MAZ 84] à partir d'un essai numérique de traction compression uniaxial donne les résultats suivants:

Tableau 2. Paramètres de la loi Mazars.

E [MPa]	ν	KTRO [m/m]	Acom	Bcom	Atra	Btra
22060	0,19	1,45E-4	0,92	744,32	1,10	8543,3

¹ <http://www.ceosfr.org>

Comme souvent préconisé dans la littérature pour des problèmes du cisaillement, un paramètre β est introduit dans l'équation pour le calcul de D afin de reproduire de façon plus réaliste le couplage entre la partie de l'endommagement due à la traction et la partie due à la compression. La loi Mazars est utilisée ici avec une régularisation non-locale, la longueur interne étant considérée constante et égale à deux fois la taille des éléments de la zone d'endommagement, soit à peu près 5 cm.

1.1.2. Loi d'endommagement *Damage_TC*

Ce modèle de comportement a été développé par Faria [FAR 93] pour simuler le comportement des structures massives en béton. Initialement utilisé pour l'analyse de barrages hydrauliques il s'est avéré satisfaisant pour des analyses sismiques. La loi proposée est basée sur la mécanique de l'endommagement. Elle reproduit la différence de comportement de béton en traction et en compression en dissociant les contraintes effectives positives et négatives en leur associant respectivement une variable d'endommagement de traction d^+ et de compression d^- avec pour loi d'évolution en traction [2] [3]:

$$d^+ = G^+(r^+) = 1 - \frac{r_0^+}{r^+} e^{A^+(1-r^+/r_0^+)} \quad [2]$$

$$A^+ = \left(\frac{G_f E}{l_{ch}^2} - \frac{1}{2} \right)^{-1} \geq 0 \quad [3]$$

Exprimée en fonction du seuil d'endommagement r^+ et la variable de seuil limite r_0^+ (fonction de la limite élastique). Le modèle est régularisé énergétiquement, grâce à l'introduction de l'énergie de fissuration G_f ainsi que de la longueur caractéristique l_{ch} qui est calculée automatiquement en fonction de la dimension du maillage. La force de cette loi est donc de pouvoir être utilisée pour des structures soumises à des chargements cycliques (contrairement à la loi Mazars) ainsi que d'appréhender les cycles de traction-compression. Néanmoins, le développement des déformations permanentes est principalement lié à l'endommagement dû à la compression ce qui limite le domaine d'application de modèle [FAR 98]. La calibration numérique des paramètres de la loi à partir d'un essai numérique de traction compression a donné les résultats suivants (les définitions des différents paramètres sont explicitées dans [FAR 94]):

Tableau 3. Paramètres de la loi *Damage_TC*.

Ftul [Pa]	Redc [Pa]	Fc01 [Pa]	RT45	FCU1 [Pa]	STRU [m/m]	EXTP [m/m]	STRP [Pa]
3,3E6	1,7E6	- 17,6E6	1,09	-42,5E6	-0,015	-0,001	- 22,06E6

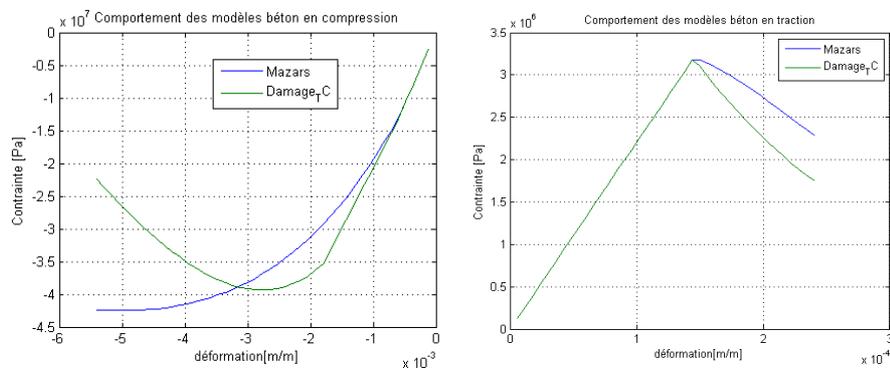


Figure 1. Mazars/Damage_TC : Comportement en traction-compression.

La Figure 1 donne l'allure des lois Mazars et Damage_TC pour un essai de traction-compression. Les paramètres ont été ajustés pour correspondre aux caractéristiques mécaniques émises par le programme CEOS.fr, ainsi que les valeurs génériques de déformations associées issues de l'Eurocode 2 : dans le cas de la loi Damage_TC, la déformation de compression correspondante à la contrainte maximale (valeur absolue) est fixée aux alentours de 2,5‰. La longueur caractéristique l_{ch} utilisée pour la loi Damage_TC est calculée automatiquement à l'aide du Jacobien des éléments. Pour les calculs présentés ci-dessous elle vaut une moyenne de 5,36 cm pour les éléments courants de la zone endommageable. Cette valeur est proche de la longueur interne adoptée pour la loi Mazars.

1.2. Critère d'endommagement

Les critères initiaux d'endommagement des deux modèles sont présentés sur la Figure 2 dans l'espace des contraintes principales (σ_{11}, σ_{22}) (hypothèse de contraintes planes). On illustre ainsi le domaine d'élasticité de la loi Mazars et Damage_TC. Le module d'Young E , le coefficient de poisson ν ainsi que la limite élastique en déformation $KTRO$ paramètrent les limites du domaine pour la loi Mazars. Pour la loi Damage_TC, celles-ci dépendent des limites élastiques de compression $Fc01$ et de traction $Ftul$, de E , de ν , ainsi que du paramètre de bi-compression $RT45$.

Les critères sont tracés pour les paramètres définis dans les Tableaux 3 et 4. Les points expérimentaux sont issus des travaux de Kupfer et Gerstle [KUP 73]. On remarque la capacité de modèle Damage_TC de reproduire le comportement de béton en bi-compression, ce qui n'est pas le cas pour le modèle Mazars. Dans le cas de cisaillement pur, les deux modèles obtiennent des résultats similaires (ils franchissent approximativement un seuil proche). Ajouter le poids propre du voile 3 (ce qui résulte à une contrainte supplémentaire uniforme de 57 kPa environ) n'a pas d'influence sur le résultat, la valeur étant très faible. La performance des deux modèles dans le cas de cisaillement significatif dépendra donc surtout des équations qui gèrent l'évolution des variables d'endommagement et des déformations permanentes.

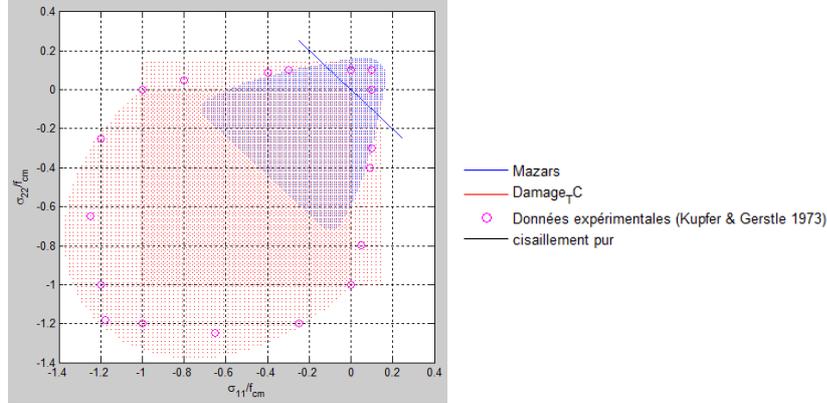


Figure 2. Mazars/Damage_TC : Critères d'endommagement ($f_{cm} = F_{c01}$).

L'étude d'un élément fini quadratique à quatre nœuds (QUA4) en cisaillement simple donne un aperçu du comportement des deux lois une fois calibrées en traction-compression (Tableaux 2 et 3). La Figure 3 met en évidence l'évolution des variables internes (variables d'endommagement) ainsi que la contrainte et la déformation de cisaillement des deux lois étudiées.

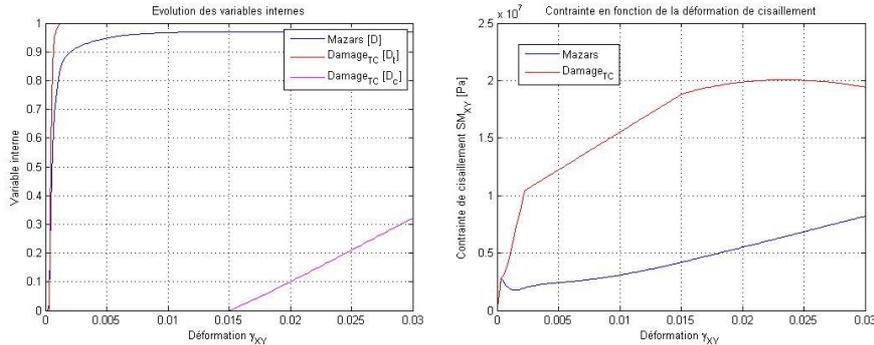


Figure 3. Mazars/Damage_TC : Etude d'un élément QUA4 en cisaillement simple (A) Evolution des variables d'endommagement. (B) Courbe déformation-contrainte.

Le graphique de gauche 3.A montre que pour le modèle Damage_TC l'endommagement n'est causé que par la partie positive du tenseur des contraintes, D_c n'étant enclenché que pour des déformations supérieures ($\gamma_{XY} = 0.015$). Si l'évolution de D_t (loi Damage_TC) est plus rapide que D (loi Mazars), le graphique 4.B représentant l'évolution des contraintes de cisaillement SM_{XY} en fonction des déformations de cisaillement γ_{XY} illustre que la contrainte reprise par le modèle Mazars diminue rapidement une fois l'endommagement enclenché. Pour la loi Damage_TC, cette contrainte continue à augmenter au cours de la déformation et puis présente un adoucissement progressif dès que la variable D_c est enclenchée. Ce résultat est une conséquence directe de la discrétisation du tenseur en partie positive

$\bar{\sigma}^+$ et négative $\bar{\sigma}^-$ et de la formulation [4] utilisée pour calculer les contraintes dans la loi Damage_TC [FAR 98] :

$$\bar{\sigma} = (1 - D_t)\bar{\sigma}^+ + (1 - D_c)\bar{\sigma}^- \quad [4]$$

Par ailleurs, on remarque aussi une augmentation de la contrainte dans le cas de la loi Mazars. Celle-ci est due au fait que la bielle de traction étant fortement endommagée le chargement est repris par la bielle de compression. L'augmentation de la contrainte en cisaillement pour la loi Mazars est aussi due à l'introduction du coefficient beta qui limite D à une valeur inférieure à 1.

La comparaison de l'évolution des contraintes principales en fonction des déformations principales confirme la faiblesse du modèle Mazars : les directions principales σ_{11}, σ_{22} comparables aux bielles de tractions/compressions sont symétriques. A contrario, la dissociation du tenseur de contrainte positive et négative du modèle Damage_TC produit deux types d'évolutions distinctes.

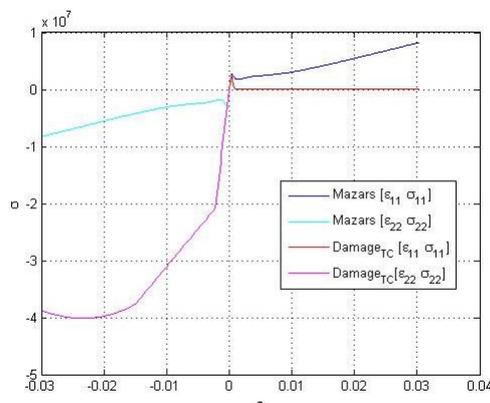


Figure 4. Mazars/Damage_TC : Evolution des contraintes principales en fonction des déformations principales.

2. Discrétisation spatiale

La discrétisation éléments finis adoptée pour la partie béton du voile 3 est présentée sur la Figure 5. Des éléments quadratiques à 4 nœuds sont utilisés (QUA4) formulés en contraintes planes. Les modèles d'endommagement sont introduits uniquement dans la partie centrale du voile. Les parties supérieures et inférieures sont supposées élastiques. Le maillage de la surface béton total est composé de 14156 éléments QUA4. Le treillis d'acier est composé de 4956 éléments finis barres ayant un comportement élastique-plastique avec écrouissage positif. Les tests effectués sur Castem pour composer le treillis par des éléments poutre TIMOSHENKO, pour prendre en compte l'effet goujon ne montrent pas de différence avec le modèle barre uniaxial. Pour amoindrir les phénomènes de rotation pendant l'essai, le dispositif expérimental est renforcé par des tirants sur les extrémités, reliant les deux parties supérieures et inférieures. Ils sont modélisés ci-dessous par des éléments finis poutres

élastiques. Les conditions aux limites cinématiques sur la partie basse sont configurées pour reproduire l'effet des tirants. Sur l'extrémité droite, les déplacements verticaux des surfaces inférieures et supérieures sont bloqués. Sur l'extrémité gauche, des déplacements nuls horizontaux sont en plus imposés.

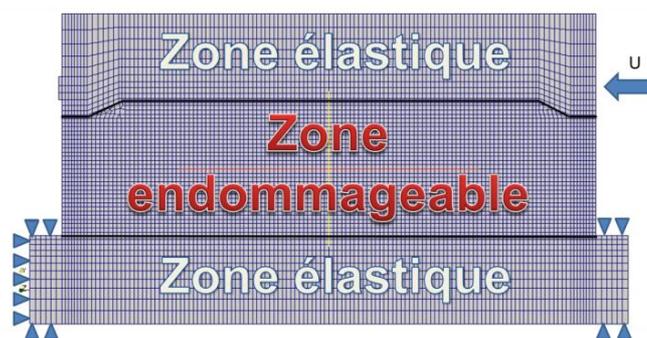


Figure 5. Discretisation spatiale du voile 3.

3. Résultat numériques et comparaisons avec les résultats expérimentaux

3.1. Comportement global

3.1.1. Raideur en comportement élastique

La Figure 6 montre la raideur élastique issue du modèle Mazars (le modèle Damage_DC donnant des résultats similaires en élasticité). Cette raideur est proche des données expérimentales fournies par les partenaires du PN Ceos.fr (il est à noter que les résultats expérimentaux finaux seront publiés courant 2014.)

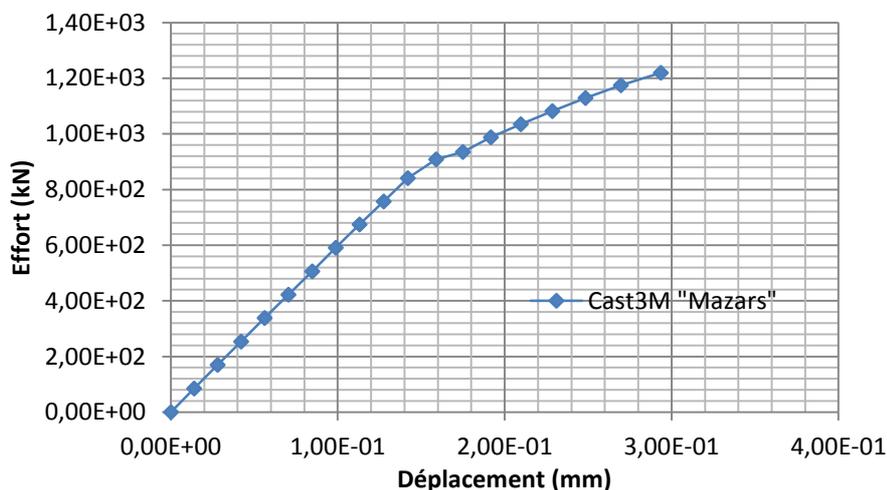


Figure 6. Résultats numériques : Raideur élastique.

3.1.2. Courbe effort-déplacement « Loi Mazars »

La Figure 7 représente l'évolution de la courbe force-déplacement issue de la loi Mazars et la confrontation avec les résultats expérimentaux. Les essais semblent confirmer les limites du modèle Mazars vis-à-vis des contraintes de cisaillement (même si un paramètre β égal à 1,06 ou à 1,07 a été utilisé, comme préconisé dans la littérature). La structure numérique s'endommage plus vite et arrive à un palier horizontal bien en-dessous de la résistance réelle du voile.

3.1.3. Courbe effort-déplacement « Damage_TC »

La limite élastique (premier changement de pente) semble conforme aux données expérimentales du voile 3. La rigidité de la deuxième partie de la courbe étant plus importante, la résistance ultime de modèle numérique se situe au cap des 5,5 MN (Figure 7) : le modèle s'effondre suite à une rupture de l'interface entre le mur et la structure haute renforcée et la phase de palier horizontal n'est pas reproduite. Lors des décharges, les déformations permanentes sont très faibles par rapport aux résultats expérimentaux. L'étude paramétrique sur l'influence de G_f montre que des valeurs comprises entre 60 et 100 N/m donnent de meilleurs résultats globaux, valeurs qui correspondent à celles souvent trouvées dans la littérature pour le béton.

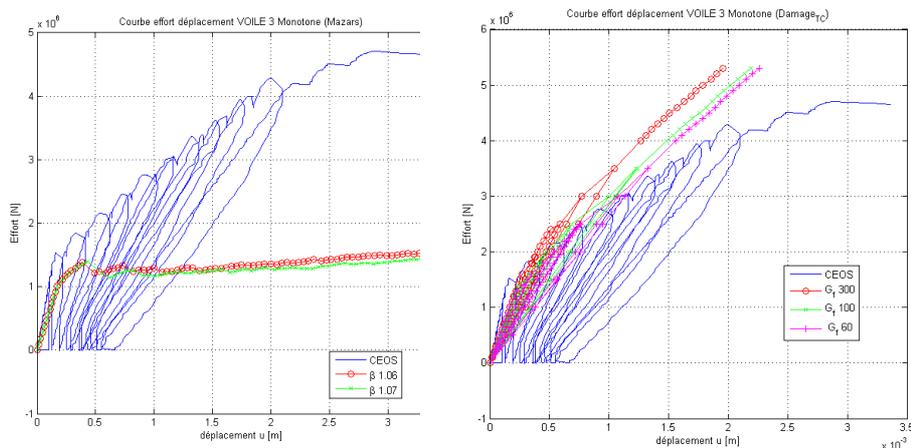


Figure 7. Mazars/Damage_TC : Résultats numériques Vs. résultats expérimentaux : Evolution effort déplacement.

Contrairement au modèle Mazars qui s'endommage trop vite, le modèle Damage_TC s'endommage plus lentement que les résultats expérimentaux. De plus, le développement des déformations permanentes est ici quasi-nul. L'origine de ces problèmes est entre autres liée au fait que le voile n'est pas une structure massive (pas de l'endommagement dû à la compression) et que le domaine élastique dans la partie positive du tenseur de contraintes est (à certains endroits) plus grand que les résultats expérimentaux (voir Figure 2).

3.2. Evolution des contraintes

Dans le cas de la loi Damage_TC ($G_f = 60 \text{ N/m}$), l'étude des contraintes principales de deux points caractéristiques, l'un dans une zone endommagée (point 15, « x » en rouge) le second dans une zone élastique (capteur 12, « + » en vert) (Figure 8) permet de mettre en évidence le comportement du mur: Dans les deux zones, l'état de contraintes lors de la phase élastique est proche du cisaillement pur (diagonale noire). Pour la zone 15, une fois la limite élastique atteinte, l'endommagement s'enclenche et la variable d'endommagement D_t impose que les contraintes positives chutent : les contraintes ne sont alors transmises qu'en compression (suivant l'axe σ_{22}).

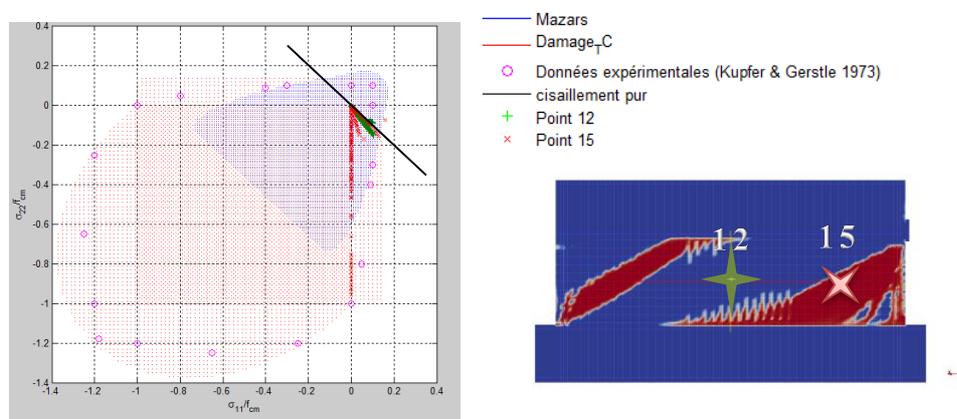
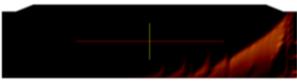
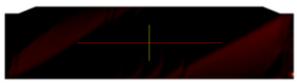


Figure 8. Evolution des contraintes principales aux points des capteurs 12 et 15 (Damage_TC, $G_f = 60 \text{ N/m}$).

3.3. Ouverture de fissures

Le calcul de l'ouverture de fissure maximale, déterminée à partir du modèle continu Damage_TC avec une procédure de post-traitement [MAT 09], permet de trouver des résultats comparables avec les résultats expérimentaux issus des partenaires du Programme National CEOS.fr. Le tableau 4 représente la cartographie de l'ouverture de fissures pour deux niveaux de chargement (2 MN et 4 MN) et pour deux niveaux de G_f . Les motifs et la cinématique de l'apparition des fissures sont similaires à ceux issus de la carte d'endommagement. Dans les bandes de localisation à l'intérieur du voile, la valeur de l'ouverture de fissure ne dépasse pas les 0.2 mm.

Tableau 4. Paramètres de la loi *Damage_TC*.

Chargement : 2 MN	Chargement : 4 MN
Gf 60 N/m	
	
Gf 300 N/m	
	

Les résultats numériques présentés sur la Figure 9 correspondent aux cycles charges décharges de la Figure 7. La procédure récupère la valeur maximale de l'ouverture de fissure sur la zone d'étude (avec élimination des zones d'interface). A une valeur de chargement donnée, on trouve donc plusieurs ouvertures de fissures suivant le moment de l'essai. La mesure de l'orientation des fissures permet de déterminer un angle moyen de 31° pour la fissure gauche, et de 35° pour la fissure droite.

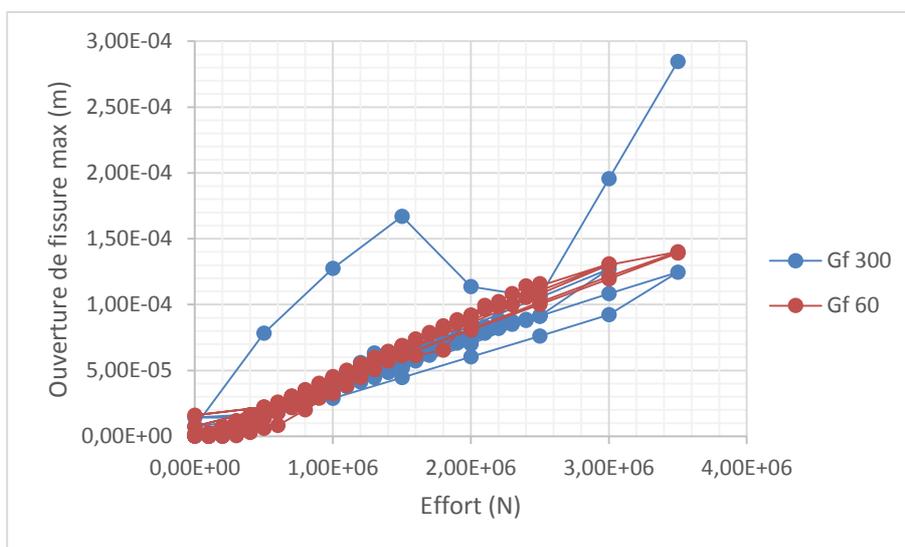


Figure 9. Résultats numériques: Evolution effort déplacement (*Damage_TC*).

4. Conclusion

L'emploi de deux lois d'endommagement permet de mettre en évidence leurs avantages et leurs limites pour modéliser une structure soumise à des importantes forces de cisaillement.

La loi Mazars, malgré le coefficient de correction de cisaillement β , ne permet pas d'atteindre les résistances obtenues expérimentalement pour ce type de sollicitation. De plus, l'absence de déformations permanentes dans sa formulation implique que toute étude cyclique avec cette loi n'est pas envisageable. Le modèle peut être aisément calibré lors d'un essai traction compression. La simplicité de la loi est aussi sa faiblesse : le critère d'endommagement n'est défini que par les déformations positives, la capacité de la structure de reprendre des forces s'avère très faible par rapport aux résultats expérimentaux une fois l'endommagement enclenché. Or, dans le cas du cisaillement, on distingue dans le tenseur des contraintes principales une composante positive (bielle de traction) et une composante négative (bielle de compression) : cette double composante, une fois l'endommagement enclenché, n'est pas bien reproduite et entraîne la rupture brutale de la structure. La loi Damage_TC introduit de nombreuses améliorations par rapport au modèle précédent : Plus de paramètres permettant de mieux définir les seuils aussi bien en traction qu'en compression, ainsi que l'introduction de déformation permanentes mais uniquement pour un endommagement par déformations négatives. Sur une structure « légère », comme c'est le cas du voile 3, celles-ci sont alors quasi-nulles et le comportement global trop résistant. Ce phénomène se trouve aggravé par le fait que l'endommagement en compression, avec les paramètres utilisés, ne se déclenche pas. La bielle de compression est donc toujours active et fournit à la structure une résistance qui n'est pas réaliste.

L'utilisation des modèles d'endommagement ne permet pas d'obtenir directement l'ouverture des fissures. Cette ouverture peut être approximée par des procédures de post-traitement [MAT 2009]. Ainsi la régularisation énergétique n'admet pas localisation cohérente de zones d'endommagement. Cette dépendance semble néanmoins moins forte pour le calcul des ouvertures des fissures. L'emploi de modèle Damage_DC semble alors approprié pour une première estimation de l'ouverture de fissure maximale, le temps de calcul étant relativement court (4 heures avec les paramètres énoncés). Des études supplémentaires sur des voiles soumis à des chargements alternés (voile 2, voile 4) semblent nécessaires pour vérifier si l'utilisation de cette loi est toujours justifiée.

Remerciement :

Les auteurs remercient le Programme National CEOS.fr (www.ceosfr.org) pour le support financier.

5. Bibliographie

- [FAR 93] FARIA, R. & OLIVER, J., 1993. A Rate Dependent Plastic-Damage Constitutive Model for Large Scale. *CIMNE Monograph 17*. 1993.
- [FAR 98] FARIA, R., OLIVER, J. & CERVERA, M., 1998. A strain-based plastic viscous-damage model for massive concrete structures. *International Journal for Solids and Structures*, Volume 35, No. 14 1998, p. 1533–1558.
- [KUP 73] KUPFER H.B., GERSTLE K.H.. Behavior of Concrete under Biaxial Stresses. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, Volume 99, No. 4, July/August 1973, p. 853–866.
- [MAT 09] MATALLAH C., LA BORDERIE C., MAUREL O., A practical method to estimate crack openings in concrete structures. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Volume 34, 2009, p. 1615–1633.
- [MAZ 84] MAZARS J., Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure, Thèse de doctorat, Université Paris VI, 1984.