

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

---

*Note au sujet d'une communication récente de M. Ch. Lagrange; par M. F. Folie, membre de l'Académie (\*)*.

Dans la note (janvier 1894) à laquelle a répondu mon honorable confrère (mai 1894), j'ai dit que la matière est trop délicate pour pouvoir se prêter utilement à une discussion purement orale; j'aurais pu ajouter que, pour la traiter convenablement, même par écrit, il fallait l'avoir longtemps mûrie, et l'aborder en faisant table rase de toute idée préconçue ou étrangère au sujet.

M. Lagrange verra qu'il a trop précipité sa réponse.

Je n'ai pu prendre connaissance de son travail qu'il y a huit jours; ma réplique, quoique hâtive, ne sera néanmoins pas précipitée, car la nutation eulérienne a fait spécialement l'objet de mes études depuis quatre ans; c'est même moi qui ai affirmé le premier, et *a priori*, que sa période devait être supérieure à 305 jours, comme les observations l'ont confirmé.

Je suivrai brièvement, point par point, mon honorable contradicteur dans ses critiques.

---

(\*) Cette note, écrite avant le 7 juillet, n'a pu être lue dans la séance de ce jour, par suite d'une circonstance fortuite, indépendante de ma volonté.

Et d'abord, je m'étonne qu'au sujet de l'illusion qu'il me reproche d'attribuer aux astronomes, il n'ait pas ajouté à ses citations (pp. 549 et 550) la phrase suivante, qui explique complètement ma manière de voir, et qui précède les trois premiers passages cités par lui :

« Les astronomes parlent toujours des variations du pôle astronomique *qui sont réelles*; et je prétends, moi, qu'on peut déduire de ces variations mêmes l'immuabilité du pôle géographique. »

La seule illusion que je reproche aux astronomes est donc de ne pas admettre qu'on puisse démontrer la constance des latitudes telles que je les définis, et de considérer ma définition, sinon comme incorrecte, au moins comme non susceptible d'application. Mes travaux sur les latitudes de Greenwich, de Honolulu et d'autres stations encore démontrent le contraire.

Tel est l'unique reproche que je fasse aux astronomes, en même temps que celui de négliger forcément bien des termes provenant de la très légère inclinaison de l'axe instantané sur l'axe d'inertie.

L'expression de la latitude *astronomique*  $\varphi$ , est, en effet, d'après Oppolzer, en fonction de ce que les astronomes appellent la latitude *moyenne*  $\varphi_0$  (*Traité des orbites*, p. 154) :

$$\begin{aligned} \varphi = & \varphi_0 + 0''.079 \cos(\mu't - \sigma) + 0''.009 \sin t \\ & - 0''.006 \sin(t - 2g - 2\omega - 2\Omega) \\ & - 0''.005 \sin(t - 2g' - 2\omega' - 2\Omega) - \text{etc.} \end{aligned}$$

dont les arguments renferment les longitudes du Soleil, de la Lune, de leurs périégées et du nœud.

Au lieu de cette formule correcte de la *latitude astronomique*, on se borne à écrire

$$\varphi = \varphi_0 + 0''.079 \cos(\mu't - \sigma),$$

en négligeant des termes dont la somme peut dépasser le centième de seconde.

Ces termes proviennent précisément de la substitution du pôle instantané, dans les formules, au pôle d'inertie.

J'en viens aux réponses de M. Lagrange à mes objections :

1. « Dans le système qui consiste à prendre le pôle instantané pour point de référence, il n'est plus possible de définir rigoureusement l'heure.

» Cette proposition n'est nullement fondée. Dans les termes les plus généraux, l'heure en astronomie, c'est l'angle horaire, ayant pour sommet le pôle d'un axe, d'un point idéal qui a un mouvement angulaire uniforme autour de cet axe. »

N'épiloguons pas sur cette définition en demandant à l'auteur où est le côté qui sert d'origine à son angle; nous conformant au sens du terme *angle horaire*, nous supposons que cette origine est dans le *méridien de l'axe instantané*, axe de référence de M. Lagrange. Mais ce méridien n'est pas fixe (nous reviendrons ci-après sur ce point); ses variations ont un caractère périodique; et, par suite, le point idéal qui a un mouvement angulaire uniforme autour de l'axe instantané ne pourra pas décrire des angles horaires égaux en des temps égaux.

J'ajouterai que, si je concède à M. Lagrange que ses angles horaires, décrits heure par heure en un jour déter-

miné, sont égaux pour la pratique, il n'a pas, pour cela, défini l'heure.

Tous les astronomes géomètres considèrent l'uniformité de l'heure comme la question la plus capitale de l'astronomie sphérique; tous la définissent par l'uniformité du mouvement de la Terre autour de l'axe d'inertie. Cette définition suppose un méridien fixe.

Admettons même, ce qui n'est pas le cas, que le mouvement de la Terre autour de l'axe instantané soit uniforme; il s'ensuivra que les jours sidéraux qui auront pour origine le méridien instantané seront inégaux entre eux, et, par suite aussi, les heures sidérales, puisque ce méridien instantané est sujet à des variations périodiques.

C'est la confusion entre les angles horaires décrits en d'assez courts intervalles de temps, lesquels sont très sensiblement égaux pour des temps égaux, et les angles dièdres décrits par un plan déterminé pendant un intervalle de temps aussi long qu'on le voudra, qui est la cause de l'erreur de M. Lagrange.

2. « Il n'est plus possible d'assigner une valeur constante à la différence de longitude de deux lieux de la Terre. »

M. Lagrange ne répond rien à cette objection, qui n'aurait d'intérêt, dit-il, que si le pôle géographique était fixe lui-même. Je ferai remarquer d'abord que, si j'ai trouvé depuis peu une cause nouvelle de variations de la hauteur du pôle d'inertie, comme c'est postérieurement à ma note, il n'y a pas lieu d'en faire état; en second lieu, que le pôle géographique, qui, depuis lors, n'est plus pour moi le pôle d'inertie, est un point fixe à la surface de la Terre (voir mon *Essai sur les variations de la latitude*),

en sorte que ma critique reste aussi fondée aujourd'hui qu'hier.

5. « Les définitions sont libres, mais à une condition, c'est qu'elles s'accordent entre elles. Or, la définition de l'heure est en contradiction formelle avec celle du méridien astronomique, donc avec celle de la latitude astronomique, puisque celle-ci est rapportée, comme ce méridien, au pôle instantané de rotation. »

On a vu qu'il n'en est rien quant au méridien astronomique, dit M. Lagrange; on vient de voir, au contraire, qu'il est parfaitement exact que la définition de l'heure est en contradiction avec celle du méridien astronomique, et l'on s'étonnera grandement que notre savant confrère ait pu en douter.

J'ajouterai: si vous définissez l'heure par rapport à un méridien fixe (méridien géographique), et je ne vois pas d'autre définition correcte possible, toutes vos formules doivent se rapporter à ce méridien fixe, comme toutes vos autres définitions, et vous commettez une inconséquence grave en rapportant l'heure au pôle géographique et la latitude au pôle instantané.

4. « A moins qu'on ne veuille prétendre que l'heure déterminée par le méridien *variable* des astronomes serait aussi correcte que celle qui est déterminée par un méridien *fixe*, prétention dont je me garderai bien de prêter l'idée à aucun astronome..., ce n'est pas... l'axe de rotation mais bien l'axe d'inertie dont la mécanique étudie les mouvements, et... c'est autour de ce dernier que la vitesse angulaire est une constante  $n$ , tandis qu'autour de l'axe de rotation elle est  $\sqrt{l^2 + m^2 + n^2}$ . »

a) Mon honorable contradicteur, ici encore, considère

le méridien astronomique comme *fixe dans le ciel*. Lorsque j'ai entendu ce passage, vraiment j'ai cru avoir mal compris.

Il ne sera pas difficile de démontrer combien il est inexact.

J'admettrai ici, quoique ce ne soit pas absolument correct, que l'axe instantané est fixe dans le ciel. Si les plans qui passent par cet axe et par différents lieux de la Terre étaient également fixes dans le ciel, il va de soi que les différences des longitudes *astronomiques* de ces lieux seraient constantes, et M. Lagrange admet le contraire avec tous les astronomes !

b) Il semble contester que si un point P d'un corps rigide est invariablement relié à un axe  $z$  fixe dans le corps, axe autour duquel la vitesse angulaire de ce corps est constante, il soit animé de cette vitesse autour de cet axe ; car c'est la seule chose que j'aie dite, conformément toujours à l'opinion de Laplace. Je le cite textuellement : « On voit donc que le mouvement de rotation de la Terre peut toujours être supposé uniforme, ou, *ce qui revient au même*,  $p$  (\*) peut toujours être supposé égal à une constante  $n$  ». (*Méc. cél.*, liv. V., § 8 fin).

C'est absolument comme si, étudiant le mouvement d'un projectile dans le vide, et affirmant que sa vitesse horizontale reste constante, on venait m'objecter que ce n'est pas là la vitesse du projectile.

c) Il me reproche comme une erreur de mécanique d'avoir affirmé que,  $n$  étant constant,  $\sqrt{l^2 + m^2 + n^2}$

(\*) Vitesse angulaire autour de l'axe d'inertie.

est variable. Voici, d'après M. Tisserand, l'expression de  $\omega = \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}$ , ou plutôt de  $\int \omega dt$  pour le cas de  $A = B$  :  $\int \omega dt = \text{constante} + n't + \frac{1}{4} a^2 b^2 c^2 \int \delta^2 n \cos u dt$ .

Quant à la dernière intégrale, ajoute-t-il, elle se composera de termes à courtes périodes, dont les coefficients seront extrêmement petits (*Méc. cél.*, t. II, p. 425).

M. Lagrange pourra donc dire que, non pas  $\omega$ , mais plutôt  $\int \omega dt$  est *sensiblement* constant ; mais  $n$  est regardé comme *absolument* constant par Laplace et par tous les géomètres.

5. Il me reproche comme une erreur de considérer la Terre et ses axes principaux comme fixes, et d'établir le mouvement du ciel relativement à ces axes. C'est, du moins, ce que l'on comprendra à la lecture de sa phrase.

Mais ce qu'il s' imagine erronément, ou ce qu'il semble me faire dire, c'est que la Terre tournerait, pour moi, autour de l'axe  $z$  *simplement*. Oui, si je négligeais  $l$  et  $m$ , comme il vient de le faire par une méprise peu explicable ; lorsque je dis que le méridien tourne uniformément autour de l'axe  $z$ , reproduisant une vérité scientifique affirmée, on l'a vu, par Laplace et, j'ajouterai, par tous ses successeurs, y compris Oppolzer (\*), ai-je dit pour cela que la Terre, et par suite l'axe  $z$ , ne sont animés d'aucune vitesse angulaire relativement aux axes des X et des Y ? Bien au contraire : je tiens évidemment compte de ces deux vitesses, puisque c'est là au fond tout le problème de la précession et de la nutation, que j'ai traité complètement.

(\*) « L'équation 2 a fait voir que la vitesse de rotation de la Terre autour de son petit axe est constante. » (*Traité des orbites*, p. 198.)

C'est ainsi encore qu'il prend le terme *d'axe du monde* employé, par moi, dans le sens d'axe d'inertie, comme synonyme *d'axe de rotation*, et qu'il nie cette vérité qui est presque un axiome : je puis considérer la Terre comme fixe et le ciel comme mobile autour d'elle.

Mais, comme je l'ai dit, lorsque l'analyse étudie le mouvement de rotation de la Terre en le rapportant à ses axes principaux, ou celui du ciel par rapport à la Terre considérée comme fixe, elle n'a nul besoin de rechercher la position de l'axe instantané. Ses formules lui donneront, par les expressions des vitesses angulaires  $l$ ,  $m$ ,  $n$  autour des trois axes principaux, toutes les expressions nécessaires au calcul, soit de la position d'un point du ciel relativement à ces axes, soit par surcroît, si l'on veut, de la position de l'axe instantané.

« Il suffirait des remarques précédentes pour voir que rien ne subsiste des arguments invoqués par l'auteur », ajoute notre savant confrère.

Je ne puis que l'engager à revoir à nouveau ces arguments à la lumière des critiques que je viens de faire des siens.

Les quatorze pages suivantes sont consacrées à des calculs que je n'ai pas eu le loisir d'examiner à fond. On me permettra d'y revenir, et de montrer qu'on peut les aborder bien plus simplement.

A la suite de ces calculs, M. Lagrange en arrive aux arguments fondés sur des opinions autorisées.

L'article 1 est relatif à la discussion que j'ai eue, sur la question des latitudes, avec différents rédacteurs du *Bulletin astronomique*, discussion dans laquelle je soutenais le caractère diurne de la nutation initiale, nié dans le *Bulletin*.

J'invoquais à cet égard l'opinion de Laplace, comme il est rapporté longuement dans l'article 4. On me permettra de répondre à ces deux articles à la fois.

Je regrette que notre confrère ait cru devoir *imprimer* que j'ai considéré comme une erreur *colossale* de dire que la phrase de Laplace sur les variations journalières de la hauteur du pôle se rapporte, non à des variations diurnes, mais à des variations d'une période de dix mois. C'est cette même erreur manifeste que j'ai combattue dans le *Bulletin astronomique*.

En ce qui concerne le terme de diurne appliqué à la nutation initiale, M. Lagrange trouve que, non seulement il ne prouve rien, mais que, dans la question actuelle, il prouve contre, attendu, dit-il, que le savant éminent qui s'en est servi s'est prononcé de la façon la plus nette contre ma manière de voir.

Je me bornerai à faire remarquer que ces articles du *Bulletin astronomique*, que j'ai combattus avec succès, datent de 1890, et que leur auteur, qui a rédigé le chapitre XXIX de la *Mécanique céleste* de M. Tisserand, publié en 1891, intitule le n° 211 : CYCLE EULÉRIEN. NUTATION DIURNE. « Cette nutation à peu près diurne se reconnaît, dit-il, facilement dans les formules du n° 180 (de M. Tisserand); elle dépend de l'argument  $g + \frac{c}{A} n (t + h)$ , dont la période est  $\frac{A}{c} = \frac{305}{306}$  de jour sidéral. »

Ce n'est donc pas à tort que j'ai déclaré que le caractère diurne de la nutation initiale, nié en 1890 dans le *Bulletin astronomique*, a été reconnu depuis mes critiques, et si je l'ai déclaré verbalement, d'ailleurs sans démonstration, comme il est dit (p. 573), dans l'une de nos dernières

séances, on trouvera cette démonstration dans les lignes qui précèdent.

Quant à l'expression de *variations journalières* employée par Laplace, si les astronomes de Paris, qui connaissent leur langue un peu mieux que nous, avaient cru pouvoir attribuer au mot *journalières* le sens que lui donne notre savant confrère, ils n'eussent pas manqué de me dire que je l'avais mal interprétée, au lieu de me répondre que l'expression de Laplace ne devait pas être prise au pied de la lettre (\*).

S'ils l'avaient pensé, ils se seraient mépris eux-mêmes; et la preuve, c'est que la phrase du grand géomètre vient immédiatement à la suite de cette formule, dont je n'écris que le premier terme, en représentant, de plus, par  $\gamma$  le coefficient assez long de Laplace :

$$\theta = h + \gamma \cos(\varphi + \lambda t + \beta) (**),$$

formule dans laquelle, vu la présence de  $\varphi = \text{conste} + n't$  dans l'argument, on reconnaît à première vue le caractère diurne de la variation considérée.

Pourquoi notre savant confrère a-t-il été chercher la définition de la latitude de Laplace dans l'*Exposition du système du monde*, ouvrage écrit pour un lecteur quelque peu géomètre, au lieu de recourir, lui géomètre, à la *Mécanique céleste* ?

Si, dans cette *Exposition*, Laplace définit l'équateur

(\*) *Bulletin astronomique*, p. 494, 1890.

(\*\*) *Méc. céle.*, § 4 fin.

céleste le plan perpendiculaire à l'axe de rotation de la Terre, c'est bien parce qu'il a déclaré dans sa *Mécanique céleste* que cet axe se confond très sensiblement avec l'axe d'inertie, auquel se rapportent toutes ses formules, comme le prouvent, du reste, les passages en note (\*).

Mon honorable contradicteur soutient que non; car, dit-il, le passage sur les variations journalières de la hauteur du pôle viendrait démontrer que Laplace a choisi pour axe de référence l'axe instantané et y a rapporté la latitude.

Il faut croire que M. Lagrange n'a pas songé à relire attentivement la formule de Laplace, qui renferme  $\varphi$  dans son argument; car  $\varphi$  disparaîtrait (comme l'honorable membre ne manquera pas de le reconnaître, puisque c'est la raison du choix fait par Oppolzer de l'axe instantané) si l'on prenait ce dernier pour axe de référence.

Mon affirmation, extraite des *Comptes rendus*, reproduite page 574 et contredite si carrément, est absolument

---

(\*) Laplace, dans le § 5 de sa *Mécanique céleste* (§ cité par M. Lagrange), définit l'équateur de la Terre comme perpendiculaire à l'axe d'inertie. Dans le § 4, où figurent les formules d'Euler, il parle encore expressément des axes principaux (p. 555 de l'édition de 1845). Au § 8, il dit: « On peut donc toujours confondre l'axe instantané de rotation de la Terre avec son troisième axe principal, et ses pôles de rotation représentent toujours, à très peu près, les mêmes points de sa surface. Déterminons le mouvement de rotation de la Terre autour de son troisième axe principal (p. 569),  $n-s$  sera la vitesse angulaire du troisième axe principal de la Terre » (p. 572). Mais en nul endroit, aucune de ses formules n'est relative à l'axe instantané.

vraie. Nul astronome n'y a contredit. Et lorsque je lis, à la page suivante : « Le seul pôle observé et observable est le pôle astronomique », je me demande quel est le sens de cette assertion. Un astronome observe la hauteur d'une étoile; s'il connaît sa déclinaison moyenne (rapportée à l'équateur géographique, ou, comme on semble préférer l'appeler aujourd'hui, à l'équateur *moyen*), il en conclura sa déclinaison apparente; celle-ci se calculera, soit par rapport au pôle géographique ( $\delta_g$ ), si l'on suit Laplace, soit par rapport au pôle astronomique ( $\delta_a$ ), si l'on suit Oppolzer. Et, selon le cas, on obtiendra la latitude géographique

$$\phi = z + \delta_g,$$

ou la latitude astronomique

$$\phi = z + \delta_a.$$

J'ai démontré (*Acta mathematica*, 1892; *Annuaire de l'Observatoire*, 1895), et même dans la présente note, que les calculs nécessités par la première de ces formules sont *absolument* corrects, ce qui n'est pas le cas pour ceux de la seconde.

La phrase suivante : « une preuve qui, à cet égard, dispenserait de toutes les autres, c'est que la hauteur du pôle géographique (pour la Terre rigide) ne peut avoir, en un lieu donné, aucune espèce de variations », phrase relative toujours aux variations journalières de Laplace, témoigne combien notre confrère a mal interprété ce passage du grand géomètre, qui signifie tout simplement que l'inclinaison de l'équateur géographique sur l'éclip-

tique subirait des variations diurnes, si l'inclinaison de l'axe de rotation sur l'axe principal était sensible, affirmation d'une évidence telle que j'ai peine à m'expliquer qu'on ne l'ait pas saisie du premier coup-d'œil.

Tel a cependant été le cas pour mes contradicteurs dans le *Bulletin astronomique*. Et je déclarerai ici franchement, à leur décharge comme à la mienne, que dans l'origine de cette discussion, ouverte par ma note des *Comptes rendus*, il y a eu, de part et d'autre, quelque confusion sur le sens du mot latitude.

C'est ainsi qu'on peut lire à la page 282 :

« Lors donc que M. Folie dit :

» Or, lorsque la latitude se déduit de l'observation d'une étoile, ne faut-il pas connaître la position apparente de cette étoile, et, pour cela, ajouter à la position apparente, telle que les astronomes la calculent en négligeant la nutation initiale, les quantités précédentes  $\Delta\delta$  et  $\Delta\alpha$ ?

» On peut répondre : non ». (*Bulletin astronomique*, 1890.)

Et à la page 281, il est dit :

« Les nutations calculées par Laplace, Poisson, etc., sont donc celles de l'axe principal OC. Lorsqu'on veut appliquer les formules directement au problème de la variation des latitudes, il faut tout rapporter au système d'axes qui tournent avec la Terre, et considérer la nutation de l'axe OC par rapport à l'étoile qui est fixe dans le ciel. » (*Bulletin astronomique*, 1890.)

C'est là exactement la théorie que je défends et d'où je tire tout à fait correctement la déduction, contredite page 282, que je viens de citer.

Et puisque notre confrère persiste à croire, contraire-

ment à ce qui est, que les rédacteurs du *Bulletin astronomique* l'ont emporté sur moi dans cette discussion, force m'est, à mon grand regret, de rappeler les faits.

La rédaction du *Bulletin astronomique* s'est refusée à insérer la dernière note que je lui ai adressée en réponse à celle dont je viens de parler (\*). L'eût-elle fait, si mes arguments avaient été faux, et lui avaient fourni l'occasion de me mettre définitivement dans mon tort ?

C'est alors, on s'en souvient, que j'ai donné lecture à la Classe de cette note, qui a été renvoyée à des commissaires (novembre 1890). M. Lagrange était l'un d'entre eux. J'ai vainement attendu ce rapport, et j'ai dû me décider, un an après, à reprendre le sujet sous une autre forme (décembre 1891). Alors seulement ont paru quelques lignes, dans lesquelles les commissaires, sans se prononcer sur le fond, ont simplement proposé l'impression de ma note (janvier 1892).

Je n'eusse certes pas rappelé ces faits, si M. Lagrange n'avait interprété tout à fait erronément la discussion que j'ai soutenue contre les rédacteurs du *Bulletin astronomique*.

Comment, lui, qui les connaît, vient-il parler de l'irréfutable démonstration de mes adversaires? (p. 579).

J'ai cité; qu'il veuille bien le faire également. Quant à moi, je déclare n'avoir rien lu qui ait été écrit contre ma manière de voir, depuis la publication de la note dont je viens de parler et qui a clos le débat.

Je rappellerai aussi qu'en 1892 j'ai développé complé-

(\*) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, 5<sup>e</sup> sér., t. XXIII, p. 86.

tement mon idée dans les *Acta mathematica*; que mon article a été reproduit, avec addition d'un argument nouveau, très frappant, dans l'*Annuaire* de l'Observatoire pour 1895, et qu'il n'y a rien été répondu, que je sache. Il me paraît cependant que, si une revue scientifique aussi sérieuse que les *Acta mathematica*, le premier journal de mathématiques du monde peut-être, publiait, sur un sujet de cette importance, un article incorrect, dans lequel on prendrait à partie les astronomes géomètres modernes, il s'en serait au moins trouvé un qui y eût répondu.

2. J'ai dit que M. Foerster rappelle que le mouvement de l'axe instantané à la surface de la Terre doit se traduire par des variations de longitude; j'en conclus qu'il reconnaît que le méridien astronomique n'est pas fixe. Et M. Lagrange soutient que M. Foerster ne reconnaît rien du tout. Mais si le méridien astronomique est fixe, il n'y a pas de variations de longitude possibles. S'il n'est pas fixe, et qu'on veuille le prendre comme plan de référence, je le répète, il faut qu'on donne une définition nouvelle, correcte et pratique de l'heure.

Oppolzer, du moins, est conséquent avec sa définition de la latitude, puisque ses formules sont rapportées à l'axe instantané. Seulement, il a omis la définition de l'heure dans ce système, et reconnu les négligences auxquelles ce système entraîne forcément. J'en ai signalé déjà dans l'application que font les astronomes de sa formule correcte de la variation de la latitude *astronomique*. Force m'est de le citer textuellement quant à d'autres négligences, puisque notre savant confrère nie qu'il les reconnaisse : « On peut sans hésiter omettre ces



termes; ils dépendent d'ailleurs uniquement de la différence entre l'axe instantané de rotation et l'axe principal d'inertie  $z'$  (comp. p. 151), différence dont l'existence n'a été démontrée que dans ces derniers temps. Quant aux termes provenant des forces perturbatrices, ils s'annulent dans les limites d'exactitude admises. » (Page 157).

A la page 200, le regretté astronome recherche l'expression du temps sidéral, dans laquelle entre son expression (10). « La dernière intégrale, dit-il, ne donne elle-même que des termes périodiques dont le plus grand a pour valeur  $0''0027 \sin \Omega$ . Nos observations et déterminations actuelles du temps sidéral étant fort loin de fournir une précision aussi considérable, il est permis de négliger ces termes comme insignifiants. »

Page 201, le méridien astronomique semble l'embarasser, puisqu'il dit : « le dernier terme représente ainsi le mouvement du point vernal moyen par rapport à un méridien fixe », c'est-à-dire par rapport au méridien *moyen* des astronomes ou au méridien *géographique*, ce qui revient au même, à très peu près.

Si un autre géomètre a défini la latitude à la manière d'Oppolzer, et si toutes ses formules sont néanmoins, comme celles de Laplace, relatives à l'axe d'inertie, on doit reconnaître qu'il y a là une inconséquence; car, selon les formules de Laplace, la latitude (géographique) calculée par les astronomes, qui font abstraction de la nutation initiale, est sujette à des *variations diurnes*, tandis que la latitude (astronomique) ne l'est pas.

Si donc ce géomètre avait recherché l'expression de la variation des latitudes telles qu'il les définit, il eût été obligé d'en venir au système d'Oppolzer, qui consiste à

prendre l'axe instantané comme axe de référence, et il s'en est bien gardé.

Il dit au contraire, comme Laplace, après avoir établi toutes ses formules relativement aux axes principaux :

« Il résulte de ce qu'on a vu précédemment que  $\theta_0$ ,  $\sigma$ ,  $f$ , et  $f'$  sont des quantités pratiquement insensibles; nous les supposons nulles désormais.

» Le plan du couple résultant, le plan  $xoy$ , et le plan perpendiculaire à l'axe instantané de rotation, seront donc confondus en un seul et même plan. »

Alors, bien évidemment, la latitude astronomique se confondra avec la latitude géographique, et il ne peut plus être question de variations de latitude, soit annuelles, soit diurnes.

Au sujet de la nutation diurne, que M. Lagrange fait intervenir, je ne sais à quel propos, dans la discussion (p. 579), je dirai que le théorème que j'invoque, sur la solidarité de l'écorce terrestre et du noyau dans les mouvements à longue période, a été énoncé par Delaunay (1868) et par W. Thomson (1873), longtemps avant que M. Ronkar y fût arrivé de son côté, comme je l'ai appris par la lecture de la *Mécanique céleste* de M. Tisserand, (t. II, p. 480).

Et si M. Lagrange le conteste, ce ne peut être qu'à raison des difficultés, d'une nature très délicate, qui se rencontrent dans cette théorie importante de la précession et de la nutation.

Il énonce à ce sujet (p. 577) en très bons termes, des règles générales qui me remettent en mémoire l'aphorisme de Newton : « In scientiis addiscendis magis exempla prosunt quam præcepta ».

Il m'a beaucoup peiné de voir un géomètre distingué et un bon astronome errer, sur cette question des variations de latitude, au point qu'il semble n'avoir pas bien compris les passages de Laplace, Oppolzer, etc., auxquels j'ai fait allusion, ni les discussions que j'ai eues avec quelques astronomes.

Certes il ne m'est pas agréable du tout d'être en contradiction avec la majorité de ceux-ci, et, si je n'étais absolument certain de marcher dans la voie de la vérité, je reviendrais sans fausse honte à leur sentiment : on a vu (\*) que je n'hésite pas à reconnaître une erreur, ou à revenir sur une affirmation que je croyais exacte, comme je l'ai fait en adoptant la période de Chandler au lieu de la mienne, malgré l'incompatibilité que je voyais entre cette période et la théorie, incompatibilité telle que je chercherai, jusqu'à ce que je le trouve, le moyen de la faire disparaître.

Je connais les arguments invoqués par les astronomes à l'appui de leur procédé; je conçois même qu'eu égard à la précision actuelle des observations, ils croient pouvoir persévérer, sans erreur *pratiquement appréciable*, dans leur méthode. Mais, à mesure que croîtra cette précision, la défectuosité de la méthode se fera sentir, et l'on en reviendra à celle de Laplace, suivi, du reste, par Bessel, Poisson, Peters, Serret et Tisserand, méthode qui, à l'avantage d'une correction absolue, joint celui de la constance des méridiens, des longitudes et des latitudes (si la Terre est de forme invariable), et d'une définition tout à fait correcte de l'heure.

L'histoire dira un jour que j'ai contribué, pour ma part, à remettre dans sa vraie lumière la question de la variation des latitudes. Plusieurs de nos confrères sont encore assez jeunes pour voir luire ce jour d'une justice qui sera sans doute tardive pour moi.

Indépendamment de mes autres découvertes (nutations diurnes, termes périodiques de l'aberration systématique) (\*), je puis dire avec quelque vérité que c'est ma note des *Comptes Rendus* qui a mis le feu aux poudres et poussé à l'étude approfondie de la nutation initiale.

On avait imaginé tout récemment l'hypothèse de la variation des latitudes; j'ai dit, le premier, dans cette note, ce qu'on doit entendre par là, et signalé la différence entre le calcul de la latitude géographique et celui de la latitude astronomique (\*\*).

---

(\*) *Un chapitre inédit d'astronomie sphérique* (ASTR. NACHR., n° 2607, p. 225, 1884).

(\*\*) Oppolzer, en parlant des variations de latitude, qui étaient encore douteuses à cette époque, disait (p. 151) : « Cependant il découle des recherches antérieures sur les latitudes, que même dans le cas où  $\xi_0$  et  $\eta_0$  atteindraient de grandes valeurs, il n'en résulterait encore pour les latitudes que des variations périodiques d'une période d'environ dix mois »; passage dirigé, à mon sens, contre l'affirmation de Laplace. Tous les astronomes étaient d'accord avec lui et niaient, comme on l'a vu, le caractère diurne des variations de la latitude géographique, si on la calcule abstraction faite de la nutation initiale, dont *quelques-uns même semblent encore douter*. M. Tisserand disait, en 1891 : « En admettant, ce qui semble dès maintenant très probable, que les variations sont réelles, il resterait à en trouver la cause. Mais on doit imiter, jusqu'à nouvel ordre, la réserve prudente de Villarceau. A côté des effets météorolo-

---

(\*) *Bulletin*, t. XXIII, p. 86, 1892.

S'il y a eu un lapsus calami (axe de rotation au lieu d'axe d'inertie), on en verra un bien autrement important dans une remarque faite au bas de la page 1036 (*Comptes Rendus*, 1890) et qui n'est pas de moi ; ceux-là seuls qui ne trouvent rien, ne s'exposent guère à des erreurs. J'en pourrais citer de graves chez mes contradicteurs, si mon but n'était pas tout simplement de défendre contre eux la théorie de Laplace, que je crois bien supérieure en exactitude à celle d'Oppolzer.

J'ai rappelé ci-dessus que c'est moi, le premier, qui ai annoncé que la période théorique de la nutation initiale serait trouvée trop courte, à raison de la fluidité intérieure du globe (\*), quoique l'honneur de la découverte ait été rapporté à Newcomb (\*\*), qui l'a dit longtemps après moi ; j'ai même démontré que cette période ne pouvait guère

---

giques dont on a parlé et auxquels il convient de joindre ceux de la nutation eulérienne, on pourrait toutefois conjecturer que, soit pour les instruments, soit pour l'atmosphère, la température joue un certain rôle, puisque les variations semblent suivre le cours des saisons (\*). Et jusqu'à l'heure actuelle, plusieurs astronomes, traitant encore empiriquement cette question de la variation des latitudes, recherchent par les observations elles-mêmes quelle peut en être la période, et subdivisent celle-ci par moitié et même par tiers (*Missions allemande et américaine à Honolulu*). Plusieurs cependant envisagent aujourd'hui la nutation eulérienne comme l'une de ses causes les plus certaines.

(\*) *Annuaire de l'Observatoire royal de Belgique*, 1891.

(\*\*) Discours prononcé à la séance annuelle de la Société astronomique de France, le 11 avril 1894.

(†) *La question de la variabilité des latitudes*. (BULL. ASTR., p. 354, 1890.)

dépasser 350 jours, et c'est pourquoi je suis obligé de chercher l'explication des 425 jours donnés par l'observation.

J'ai fait voir (\*) qu'à raison même de son caractère diurne, la nutation initiale se déterminera le plus sûrement par des observations faites à douze heures d'intervalle, et j'ai été suivi par d'autres astronomes (\*\*).

Quant à la cause des variations annuelles proprement dites de la latitude, j'ai énoncé à cet égard une hypothèse que l'observation semble confirmer parfaitement. J'ai de plus expliqué et calculé, au moyen de cette hypothèse, les différences systématiques signalées par Downing entre les catalogues de Greenwich et du Cap, et (\*\*\*) par la nutation diurne, les différences entre ceux de Paris et de Pulkova et celui de Washington, et entre ceux de Melbourne et du Cap.

De même, en 1891 (IV), j'ai affirmé que les variations de

---

(\*) *Annuaire de l'Observatoire royal de Belgique pour 1891*, p. 271. Dans l'*Annuaire* pour 1890, j'ai montré comment, vu le caractère absolument diurne de la nutation initiale, on peut déterminer celle-ci très aisément en éliminant toutes les erreurs de réduction au moyen des observations des passages supérieurs et inférieurs consécutifs d'une même étoile au méridien géographique. Et, pour le dire en passant, le succès que j'ai obtenu par l'emploi de ce procédé est une preuve éclatante du caractère diurne de la nutation initiale, nettement affirmé par Laplace, et néanmoins nié récemment par plusieurs astronomes du plus grand mérite.

(\*\*) *Astronomical Journal*, janvier 1895.

(\*\*\*) *Annuaire de l'Observatoire royal de Belgique*, p. 278, 1889.

(IV) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, 5<sup>e</sup> sér., t. XXIII, p. 86. Cette note a été lue dans la séance du 3 décembre 1891.

latitude seraient égales et de signes contraires sur deux méridiens opposés (dans le même hémisphère); et les observations faites simultanément en 1891-1892 en Europe et à Honolulu ont démontré l'exactitude de cette affirmation.

Voilà des faits qui établissent que j'entends assez bien cette question de la nutation initiale et de la variation des latitudes.

Je ne m'attendais pas, après avoir exposé ma manière de voir, aussi clairement que je l'ai pu, dans les *Acta mathematica*, dans l'*Annuaire de l'Observatoire* et dans ma communication de janvier dernier, à voir M. Lagrange intervenir dans le débat, en apportant des arguments qui sont parfois manifestement erronés.

Mon honorable contradicteur a l'esprit trop juste pour ne pas reconnaître qu'il s'est mépris, et le caractère trop droit pour ne pas en convenir.

Aussi est-ce avec une entière confiance que j'attends son rapport sur la note que j'ai soumise à la Classe le jour même où il faisait sa lecture.

Aujourd'hui, je sou mets à la Classe une autre note dans laquelle j'expose de rechef, *ab ovo*, et de la manière la plus rigoureuse, je pense, les notions et les formules fondamentales de l'astronomie sphérique, dans l'hypothèse d'une Terre rigide, en les fondant sur le fait capital de la constance de sa vitesse angulaire autour de son plus petit axe d'inertie.

J'appelle sur ce petit travail la critique la plus sévère, prêt à déclarer que j'abandonne la théorie que j'y défends, si l'on me montre qu'il s'y est glissé quelque erreur.

---