# Ueber einige in den Peters'schen Formeln unberücksichtigte Glieder der jährlichen Nutation.

In dem ersten Theile meiner »Theorie der täglichen, jährlichen und säculären Bewegung der Erdaxe« habe ich die Differentialformeln integrirt, unter der Annahme, dass die Schiefe der Ekliptik eine Constante sei, um meine Formeln mit den früheren einfacher vergleichen zu können; trotzdem habe ich einige Coefficienten gefunden, welche von den Peters'schen, der Grösse und sogar dem Zeichen nach, abweichen.*) In dem zweiten Theile werde ich zeigen, dass diese Laplace'sche Annahme nicht mehr zulässig ist, wenn man die Glieder bis auf 0."0001, wie Peters, berechnen will.

Die Differentialgleichungen der Bewegung der Erdaxe kann man schreiben:

$$(1)\quad \begin{cases} \dfrac{d\theta}{dt} = a\cos\theta\sin\Omega - b\sin\theta\sin 2\odot + \cdots \\ \dfrac{d\psi}{dt} = -\dfrac{c}{\sin\theta} + e\dfrac{\cos 2\theta}{\sin\theta}\cos\Omega - g\cos\theta\,\mathrm{sos}\,2\odot + \cdots \end{cases}$$

worin $a, b, c, e, g$ constante Grössen bezeichnen.

Streng genommen soll man in diesen Gleichungen $\theta$ durch $\theta_0+\varepsilon$ ersetzen, wenn $\theta_0$ die mittlere Schiefe, $\varepsilon$ die Nutation in der Schiefe bezeichnet. Es werden demnach die Gleichungen, wenn $\cos\varepsilon = 1$ und $\sin\varepsilon = \varepsilon$ gesetzt wird:

$$(2)\quad \begin{cases} \dfrac{d\theta}{dt} = ac_1(1-t_1\varepsilon)\sin\Omega - bc_1(t_1+\varepsilon)\sin 2\odot + \cdots \\ \dfrac{d\psi}{dt} = -\dfrac{c}{s_1}(1-c_1'\varepsilon) + \dfrac{ec_2}{s_1}(1-2t_2\varepsilon - c_1'\varepsilon)\cos\Omega - gc_1(1-t_1\varepsilon)\cos 2\odot + \cdots \end{cases}$$

wo $s_1, c_1, t_1, c'_1; s_2, c_2, t_2, c'_2$ die sin, cos, tg und cotg der Winkel $\theta_0$ und $2\theta_0$ bezeichnen.

Integrirt man die erste dieser Gleichungen, und beschränkt man sich zunächst auf die beiden Hauptglieder, so findet man $\theta-\theta_0 = \varepsilon = \alpha\cos\Omega + \beta\cos 2\odot$, wo bekanntlich $\alpha = 9."223$, $\beta = 0."54$. Setzt man diesen Werth von $\varepsilon$ in die Gleichungen (2) ein, so werden dieselben, indem man nur die neuen, von $\varepsilon$ abhängigen Glieder hinschreibt:

$$(3)\quad \begin{cases} \dfrac{d\theta}{dt} = -\tfrac{1}{2}a\alpha s_1\sin 2\Omega - \tfrac{1}{2}b\beta c_1\sin 4\odot - \tfrac{1}{2}(a\beta s_1 + b\alpha c_1)\sin(2\odot+\Omega) - \tfrac{1}{2}(b\alpha c_1 - a\beta s_1)\sin(2\odot-\Omega) \\ \dfrac{d\psi}{dt} = -\tfrac{1}{2}(h\alpha - g_1\beta) - c\dfrac{c'_1}{s_1}(\alpha\cos\Omega+\beta\cos 2\odot) - \tfrac{1}{2}h\alpha\cos 2\Omega + \tfrac{1}{2}g_1\beta\cos 4\odot \\ \qquad\qquad - \tfrac{1}{2}(h\beta - g_1\alpha)[\cos(2\odot+\Omega)+\cos(2\odot-\Omega)] \end{cases}$$

worin $e\dfrac{c_2}{s_1}(2t_2+c'_1) = h_1$ und $gs_1 = g_1$ gesetzt worden ist.

Wie man sieht, ist das erste Glied des Ausdrucks von $\dfrac{d\psi}{dt}$ dem früher angegebenen Ausdrucke der Präcessions-constante hinzuzufügen; auch das zweite und dritte sind gar nicht unbedeutend, sie ändern die bekannten Coefficienten der Hauptglieder der Nutation in der Länge.

Führt man die Integration und nachher die numerische Rechnung aus, so bekommt man leicht für die den gebräuchlichen Formeln der Nutation hinzuzufügenden Glieder:

$$(4)\quad \begin{cases} \text{in der Schiefe: } -0.000045\cos 2\Omega + 0.00003\cos(2\odot+\Omega) + 0.00003\cos(2\odot-\Omega) \\ \text{in der Länge: } -0.00057\,t - 0.01532\sin\Omega + 0.00172\sin 2\Omega + 0.00002\sin 2\odot. \end{cases}$$

Setze ich diese Glieder mit den im ersten Theile meiner Abhandlung vorkommenden Gliedern zusammen und berücksichtige ich ferner die Glieder, welche von den Ungleichheiten des Mondes**) herrühren, so werden für 1800.0 die Formeln der jährlichen Nutation folgende, worin alle Längen mittlere sind:

$$(5)\quad \begin{cases} \Delta\theta = 9.2231\cos\Omega - 0.0903\cos 2\Omega + 0.0936\cos 2☾ + 0.0194\cos(2☾-\Omega) + 0.0127\cos(3☾-\Gamma') \\ \qquad -0.005\cos(☾+\Gamma') + 0.5404\cos 2\odot + 0.0217\cos(3\odot-\Gamma) - 0.0093\cos(\odot+\Gamma) \\ \Delta\psi = -17.2574\sin\Omega + 0.2097\sin 2\Omega - 0.2182\sin 2☾ + 0.0681\sin(☾-\Gamma') - 0.0378\cos(2☾-\Omega) \\ \qquad -0.0297\sin(3☾-\Gamma') + 0.0117\sin(☾+\Gamma') - 1.2462\sin 2\odot + 0.1276\sin(\odot+\Gamma) - 0.0500\sin(3\odot-\Gamma) \\ \qquad +0.0215\sin(\odot+\Gamma). \end{cases}$$

Es sind diese, insofern die Peters'sche Constante richtig ist, die definitiven Formeln der jährlichen Nutation, wenn das Innere der Erde fest ist. Ist aber der innere Kern des Erdballs flüssig, so können noch andere Glieder vorkommen, wie ich später zeigen werde.

*) Theorie der täglichen etc., Art. 56.

**) Man findet diese Glieder, welche ich aus den in Art. II der Vorrede angeführten Gründen ausgelassen habe, ebenso wie die übrigen sehr kleinen Glieder, in Dr. Ubaghs: Formules de la nutation annuelle. (Mém. de l'Acad. de Brux., t. XLVII.)

Brüssel 1886 Dec. 19.

*F. Folie.*