à constater que la lumière seule n'intervertit point le sucre de canne dissous et qu'une chaleur de 100° n'altère point le sucre sec qu'il y ait présence ou absence d'air pur.

Il a trouvé, au contraire, que le sucre solide imparfaitement séché et le sucre en solution s'altèrent lorsqu'ils sont exposés à une température de 100°. Dans ce cas il y a absorption d'oxygène et production d'acide carbonique.

Toutefois cette altération s'effectue moins rapidement que certains chimistes ne le croient.

L'inversion d'une solution de sucre de canne, observée déjà, est due, d'après M. Motteu, au développement de moisissures.

L'exactitude de ces observations ne me paraît pas douteuse; elles sont d'ailleurs conformes aux faits constatés journellement dans l'industrie sucrière.

J'ai l'honneur de proposer à la classe d'ordonner l'insertion de la note de M. Motteu dans le *Bulletin* de la séance, de lui voter des remercîments pour sa communication et de l'engager à continuer ses recherches »

La classe a adopté ces conclusions, auxquelles ont souscrit les deux autres commissaires, MM. Donny et Melsens.

Sur quelques propriétés de l'invariant quadratique simultané de deux formes binaires ; par M. C. Le Paige.

Rapport de M. F. Folie.

« Nous avons eu l'occasion, en parlant de la dernière Note de M. C. Le Paige, *Sur quelques points de géométrie* *supérieure*, de faire remarquer que les propriétés de l'invariant quadratique commun à deux formes binaires du n^{me} degré, dont il a déduit la notion nouvelle de $2n$ points conjugués harmoniques, nous semblaient appelées à jeter du jour sur la théorie de l'involution du n^{me} ordre.

Dans son travail actuel, M. C. Le Paige étudie l'équation

$$C \equiv C_0 + K_1 C_1 + \dots + K_m C_m = 0$$

des courbes du n^{me} ordre qui passent par $\frac{n(n+3)}{2} - m$ points fixes, et il en déduit, au moyen de quelques élégantes transformations de déterminants, la propriété, qu'il avait déjà donnée, d'un système de $2n$ points conjugués harmoniques, ainsi que les suivantes :

Si n + 1 *groupes de* n *points sont tels qu'il soit possible de déterminer* n *points, conjugués harmoniques d'ordre* n, *de chacun de ces groupes, ces points sont en involution.*

Si (n + 1) n *points sont en involution, les* n *points* n^{ples} *de cette involution forment avec chacun des groupes de* n *points,* 2n *points conjugués harmoniques.*

En considérant ensuite les polaires successives d'un point relativement à une courbe $U_n = 0$, comme représentées par les émanants successifs de la forme U_n égalés à zéro, M. Le Paige arrive à des théorèmes nouveaux, dont quelques-uns avaient été donnés, dans certains cas particuliers, par MM. Salmon et de Jonquières. Nous citerons les suivants :

Pour les courbes d'ordre pair, les 2n *points d'intersection d'une transversale avec la courbe, la première polaire d'un point, et ce point, sont conjugués harmoniques d'ordre* n.

L'invariant linéo-linéaire des deux formes de degré pair

$$U_1 \equiv \frac{1}{x}(a_1, b_1, \dots g_1, 0)(x, y)^{2n+1}$$

$$U_2 \equiv (b_1, c_1, \dots g_1, 0)(x, y)^{2n}$$

est nul.

Si l'on prend un point sur une courbe d'ordre impair 2n + 1, *toute corde passant par ce point rencontre la courbe en* 2n *autres points, et la première polaire en* 2n *points, qui sont conjugués harmoniques d'ordre* 2n.

Si, par un point d'une courbe d'ordre pair, on mène une tangente à la courbe, cette tangente coupe la courbe, en général, en 2n — 2 *autres points, et la première polaire du point en* 2n — 2 *points (le point considéré n'étant compté qu'une seule fois), qui sont conjugués harmoniques du* $(2n-2)^{me}$ *ordre.*

Toute corde passant par un point double d'une courbe d'ordre pair 2n, *rencontre cette courbe en* 2n — 2 *autres points, et la polaire du point double en* 2n — 2 *points (le point étant compté une seule fois), qui sont conjugués harmoniques du* $(2n-2)^{me}$ *ordre.*

Toutes ces propriétés ne sont que l'interprétation géométrique de celles des invariants qui sont énoncées par M. Le Paige. Il en déduit, en outre, par quelques transformations fort simples, diverses propriétés algébriques déjà connues, ainsi que la suivante, qui est probablement nouvelle :

L'invariant quadratique d'une forme de degré pair est, à un facteur constant près, égal au quotient de deux déterminants symétriques.

Enfin il établit que la relation

$$\Sigma \pm [(\lambda_1 - \theta_1)^n (\lambda_2 - \theta_2)^n \ldots (\lambda_n - \theta_n)^n] = 0,$$

dans laquelle les quantités λ et les quantités θ sont, respectivement, les racines d'une première et d'une 2^e forme binaire, exprime que $2n$ points sont conjugués harmoniques ; et cette forme pourra conduire à généraliser la théorie des points conjugués harmoniques du second ordre.

Nous avons dû laisser bien des points intéressants de côté, dans cette brève analyse.

Mais elle suffit, pensons-nous, pour montrer l'originalité et l'importance des découvertes de M. Le Paige.

Nous avons donc l'honneur de proposer à la classe d'ordonner l'impression de son travail au *Bulletin*, et de voter des remercîments à l'auteur. »

La classe a adopté ces conclusions, auxquelles a adhéré le second commissaire, M. Catalan.