

gements de concentration et de composition des liquides allantoïdien et amniotique, qui coïncident avec les changements anatomiques de perméabilité de l'ouraque et de l'urèthre, constituent une preuve décisive de l'exactitude de l'origine principalement urinaire de ces liquides.

J'ai l'honneur de proposer à la Classe d'insérer le travail de M. Jacqué et les figures qui l'accompagnent dans le recueil des *Mémoires* in-8° et de voter des remerciements à l'auteur. »

Ces conclusions, auxquelles se rallie M. Masius, second commissaire, sont adoptées par la Classe.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

Sur les variations journalières de la latitude et du méridien dans le système de l'axe instantané; par F. Folie, membre de l'Académie.

Aussitôt que j'eus envoyé à sir G.-H. Darwin ma *Recherche trigonométrique de la nutation de l'axe instantané*, il me répondit que mes formules concordaient avec celles d'Oppolzer, et démontraient que cette nutation est nulle, c'est-à-dire que les deux termes par lesquels je l'exprimais se détruisaient l'un l'autre.

Cette observation d'un géomètre aussi éminent ne laissa pas de me frapper.

Bientôt cependant je me rassurai et lui écrivis qu'il

faisait erreur, que mes deux termes ne peuvent s'entre-détruire, puisque la période du premier est de $\frac{305}{306}$ jours, celle du second de 505 jours d'après Oppolzer et tous les astronomes.

Je n'ai pas encore reçu de réponse à cette dernière lettre, écrite depuis un an.

Je me décidai donc à publier dans les *Annales de la Société scientifique de Bruxelles* ma démonstration telle que je l'avais communiquée *in extenso* à sir Darwin.

Des tirés à part en ont été adressés à plusieurs astronomes distingués; j'ai reçu quelques accusés de réception, mais aucune réfutation.

La grande importance de ce sujet m'a engagé à en poursuivre l'étude, et je suis arrivé à cette conclusion que, si même sir Darwin avait raison, si la nutation eulérienne de l'axe instantané était nulle, si les deux termes par lesquels je l'exprime s'entre-détruisaient, le choix du pôle instantané n'en serait pas moins inacceptable en astronomie, parce qu'il repose sur une erreur géométrique tellement grave qu'il est incroyable que personne ne l'ait encore constatée.

Cette erreur consiste à croire que la période du mouvement du pôle instantané autour du pôle géographique est de 505 jours.

Si Oppolzer, Tisserand, tous les astronomes et moi-même nous avons suivi cette erreur pendant trente ans, cela tient à une interprétation incorrecte de formules analytiques correctes.

Voici le développement de ces formules, dans lequel nous suivons, en le simplifiant un peu, le texte d'Oppolzer :

Les vitesses angulaires de la Terre autour de ses axes

principaux sont, dans le cas où il n'existe pas de forces perturbatrices :

$$l = \gamma \cos(\mu t - \sigma), \quad m = \gamma \sin(\mu t - \sigma), \quad n = \text{constante.}$$

α' , β' , γ' désignant les angles que l'axe instantané fait avec ces trois axes, Γ celui que fait avec l'axe des x sa projection sur l'équateur, on a

$$\begin{aligned} \cos \alpha' &= \sin \gamma' \cos \Gamma, & \sin \alpha' &= \sin \gamma' \sin \Gamma \\ &= \frac{\gamma}{\omega} \cos(\mu t - \sigma), & &= \frac{\gamma}{\omega} \sin(\mu t - \sigma) \\ \omega &= \sqrt{l^2 + m^2 + n^2} = n \end{aligned}$$

aux quantités près du second ordre.

« On voit donc que l'axe instantané décrit, autour de l'axe de la Terre, une surface conique dont l'ouverture est déterminée par $\sin \gamma' = \frac{\gamma}{\omega} \dots$ On trouve, pour la période d'un tour, $\frac{2\pi}{\mu} = 504.8$ jours moyens. » (Oppolzer, p. 151.)

Toute cette analyse est correcte.

Mais absolument incorrecte est la conclusion suivante, que les astronomes en tirent :

La période de la variation de la latitude astronomique (pôle instantané) est de 505 jours. (Oppolzer, p. 155.)

Cela serait vrai si l'axe de la Terre (Z) était fixe.

Mais il ne l'est pas, puisqu'il décrit, en $\frac{305}{306}$ jours, en vertu des mouvements diurne et eulérien, un cône d'ouverture $\frac{\gamma}{\omega}$ autour de l'axe du plan invariable.

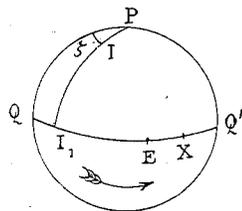
Si donc on peut dire, au point de vue géographique, c'est-à-dire en considérant l'axe de la Terre (Z) comme fixe, tant dans celle-ci que dans l'espace, que le pôle instantané décrit en 505 jours un cercle autour du pôle

d'inertie, au point de vue astronomique, c'est-à-dire par rapport à une étoile fixe, c'est radicalement faux.

On me répondra : Vous-même avez déclaré qu'on peut considérer les axes principaux de la Terre comme fixes. D'accord, pourvu que le Ciel soit considéré comme mobile. Celui-ci est donc animé d'un mouvement uniforme autour de l'axe principal Z. Le mouvement eulérien se traduit, comme on vient de le voir, par un mouvement du pôle instantané d'une période de 505 jours autour de cet axe.

La projection du pôle instantané sur le Ciel subira donc deux mouvements : le mouvement diurne de la Terre, en sens inverse, et le mouvement direct de 505 jours ; l'argument en sera $-\varphi + \mu t - \sigma$, ou, en retournant à la Terre mobile et au Ciel fixe, $\varphi + (\mu t - \sigma)$.

Ce point est d'une importance tellement capitale qu'il ne sera pas superflu de le prouver analytiquement.



Soient PQ le colure des solstices, P et Q' le pôle et l'équateur géographiques, I le pôle instantané, E l'équinoxe, X le point d'intersection de l'axe des x avec

l'équateur, I_1 la projection du pôle instantané sur ce plan.

On a

$$EX = \varphi. \quad I_1X = \Gamma = \mu t - \sigma.$$

L'argument du mouvement du pôle instantané est l'angle

$$\zeta = \angle QI_1 = \angle QE - \angle I_1E = \frac{\pi}{2} + \Gamma + \varphi = \varphi + (\mu t - \sigma) + \frac{\pi}{2},$$

comme nous venons de le trouver par un raisonnement purement géométrique.

La période du mouvement du pôle instantané est donc de $\frac{305}{374}$ jours, celle du mouvement du pôle géographique de $\frac{305}{336}$ jours.

La latitude astronomique d'un lieu fixe de la Terre est donc sujette à des *variations journalières*, de même que la *hauteur du pôle* (géographique). Nous répétons à dessein pour la dixième fois cette expression de Laplace, qui ne devait pas, selon M. Radau (*), inconsiderément soutenu par M. Tisserand, être prise au pied de la lettre.

A quoi bon, dès lors, ce choix de pôle instantané, qui, selon les astronomes, devait ne donner lieu qu'à une période de 505 jours dans la variation des latitudes?

Choix d'autant moins justifiable qu'il rend impossible une définition correcte de l'heure et, par suite, de l'ascension droite, comme je l'ai dit depuis longtemps, et qu'il conduit à faire usage de formules incorrectes pour l'expression des variations en ascension droite et en D.

Car si l'on affecte de l'indice 1 les notations relatives à l'axe instantané, on doit écrire :

$$\Delta \delta_1 = \sin \alpha_1 \Delta \theta_1 + \cos \alpha_1 \sin \theta_1 \Delta \psi_1$$

$$\Delta \alpha_1 = (\cos \theta_1 + \sin \alpha_1 \operatorname{tg} \delta_1) \sin \theta_1 \Delta \psi_1 - \cos \alpha_1 \operatorname{tg} \delta_1 \Delta \theta_1$$

(*) *Bulletin astronomique*, 1890. Voir ma réponse dans le *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, 1892.

Au lieu de ces formules, les astronomes écrivent simplement :

$$\Delta\delta_1 = \sin \alpha \Delta\theta_1 + \cos \alpha \sin \theta \Delta\psi_1$$

$$\Delta\alpha_1 = (\cos \theta + \sin \alpha \operatorname{tg} \delta) \sin \theta \Delta\psi_1 - \cos \alpha \operatorname{tg} \delta \Delta\theta_1,$$

formules indémonstrables : première incorrection ;

Ils font

$$\Delta\theta_1 = \Delta\psi_1 = 0$$

quant à la nutation eulérienne : seconde incorrection ;

Dans leur calcul de α , ils négligent encore cette nutation : troisième incorrection ;

Enfin c'est α_1 , donc φ_1 qu'ils devraient calculer ; je les mets au défi de le faire, puisque leur méridien, qui devrait être fixe comme celui qui sert d'origine à φ_1 , est sujet lui-même à des *variations journalières* : quatrième incorrection.

Dans le système de l'axe instantané, la latitude et le méridien subissent donc des variations journalières dont les astronomes ne tiennent nul compte, persuadés qu'ils sont que la nutation eulérienne se traduit simplement par un mouvement, d'une période de 305 jours, du pôle instantané autour du pôle géographique.

Finiront-ils par abandonner ce système radicalement vicieux, ou, du moins, quelqu'un d'entre eux tentera-t-il de me réfuter autrement qu'en disant, comme plusieurs l'ont fait : il s'agit de si peu de chose ?

Les tristes expériences que j'ai faites depuis dix ans me permettent d'en douter.