

## COMMUNICATIONS ET LECTURES.

*De la nécessité d'une réaction en astronomie sphérique;*  
par F. Folie, membre de l'Académie.

Au mois de mai 1896, une conférence internationale des rédacteurs des grandes éphémérides astronomiques s'est réunie à Paris, dans le but d'arriver à l'uniformité du calcul des éphémérides. On s'est entendu sur les positions des fondamentales, sur les valeurs des constantes à employer, et même sur les formules dont on fera usage à partir de 1901 dans ces calculs.

Peut-être n'y a-t-il pas été question de la manière dont on calculera les termes du second ordre dans la réduction des circompolaires (\*); en tout cas, on y a considéré comme correctes les formules d'Oppolzer, rapportées à l'axe instantané, qui ne diffèrent de celles de Poisson, rapportées à l'axe d'inertie, que par l'omission des termes de la nutation eulérienne.

Dans des notes précédentes (\*\*), j'ai fait voir que les

(\*) L'expression complète de ces termes a été donnée dans ma *Revision des constantes de l'astronomie stellaire*. Elle est identique, dans la forme, à celle de Fabritius, mais renferme des termes qui ne sont pas négligeables et qui ont été omis par l'astronome russe.

(\*\*) Notices extraites de l'*Annuaire de l'Observatoire pour 1897. Vierteljahrsschrift*, octobre-décembre 1896.

formules de réduction en usage, prétendument rapportées à l'équateur instantané, sont radicalement fausses, précisément parce que leur auteur ne s'est pas aperçu qu'en prenant pour point de référence le pôle instantané, il n'a pas pris en même temps pour plan de référence l'équateur instantané, et qu'il a appliqué néanmoins à ses transformations analytiques les formules servant à passer d'un système orthogonal à un autre système orthogonal.

J'ai ajouté que ces transformations seraient exactes dans le cas où l'équateur instantané serait pris comme plan de référence, mais que, dans ce cas, la définition la plus capitale de l'astronomie, celle de l'heure, me semblait extrêmement difficile à établir.

Bien des astronomes, probablement, ne se seront pas rendu compte de la grave inexactitude des formules en usage; il faut, en effet, pour saisir la subtilité dans laquelle Oppolzer a versé à son insu, être très familier avec la théorie du mouvement de rotation de la Terre.

Je me propose de leur démontrer, sans calcul, le point capital que je viens d'affirmer, savoir que, si les formules d'Oppolzer sont, comme il le dit (\*) et comme elles le doivent pour être correctes, rapportées à l'équateur instantané, la définition de l'heure doit absolument être modifiée; j'ajoute que je laisse aux partisans d'Oppolzer le soin d'en donner une correcte dans son système.

Comme c'est sur la manière de tenir compte de la nutation eulérienne que roule toute la discussion, je ferai

(\*) On doit se rappeler que, dans les observations, l'équateur est pris pour plan fondamental et qu'il est déterminé par le plan perpendiculaire à l'axe de rotation. (OPPOLZER, traduction Pasquier, p. 155.)

abstraction des actions du Soleil et de la Lune, c'est-à-dire de la précession, et de la nutation tant bradléenne que diurne, qui sont dues à ces actions; je négligerai de plus les termes du second ordre de la nutation eulérienne, qui sont, du reste, absolument insensibles.

Ceci admis, on peut affirmer que l'axe instantané de rotation et, par suite, l'équateur instantané, sont absolument fixes dans l'espace; l'ascension droite et la déclinaison d'une étoile rapportées à ce système, seront donc absolument constantes, c'est-à-dire que, dans ce système, on n'a nullement à se préoccuper de la nutation eulérienne (\*).

Cette dernière provient, non des actions du Soleil et de la Lune, mais de ce que le mouvement initial de rotation de la Terre s'est effectué, non autour de l'axe polaire d'inertie, mais autour d'un axe incliné de  $0'',1$  environ sur celui-ci.

Il résulte de là que le pôle (d'inertie) tourne, avec toute la Terre, autour du pôle instantané, d'où le caractère diurne de la nutation eulérienne dans le système d'axes de Laplace.

Mais il résulte également des formules de la mécanique que le pôle instantané se déplace à la surface de la Terre en une période que j'ai évaluée à 520 jours (\*\*), Chandler

---

(\*) C'est là, au fond, ce qu'a démontré Oppolzer, et sa démonstration est correcte, mais pour le système du pôle et de l'équateur instantanés seulement, qui n'est pas le système d'axes employé par lui.

(\*\*) *Annuaire de l'Observatoire royal de Belgique*, années 1890, 1891, 1894, 1895, 1897.

à 430 jours environ (pour une Terre solide, la période serait de 505 jours), décrivant, autour du pôle d'inertie, une petite ellipse dont les axes ne sont pas encore bien déterminés, mais dont le plus grand ne surpasse probablement guère  $0'',1$ .

L'axe instantané étant immuable dans l'espace, les deux mouvements précédents donnent lieu à un mouvement uniforme de l'axe d'inertie autour de ce premier axe, mouvement dont la période est de  $1 + \frac{1}{\mu}$  jour,  $\mu$  étant égal à 520 d'après moi, à 430 d'après Chandler.

C'est dans ce mouvement que consiste, au fond, la nutation eulérienne, et il en résulte à l'évidence que, si cette nutation est sensible, on le reconnaîtra aux variations journalières de la hauteur du pôle (d'inertie), passage de Laplace que j'ai cité bien souvent à l'appui de ma manière de voir, qui n'est autre que la sienne (\*).

Évidemment aussi, lorsqu'on rapporte les latitudes au pôle instantané, comme le font tous les astronomes modernes, suivant en cela Oppolzer, puisque l'axe instantané passe toujours par la même étoile fixe (abstraction faite de la précession et de la nutation), mais qu'il se déplace à la surface de la Terre en une période de 500 à 400 jours, les latitudes ainsi estimées seront sujettes à des variations de même période.

Telle est, en ce qui concerne la latitude, la différence essentielle entre la méthode de Laplace, dont les formules sont rapportées aux axes d'inertie, et celle d'Op-

---

(\*) *Bulletin astronomique*, 1890; *Bulletin de l'Acad. roy. de Belgique*, 1895.

polzer, qui prend pour point de référence le pôle instantané.

Examinons maintenant quelle sera la seconde définition capitale de l'astronomie, celle de l'heure, dans les deux systèmes.

Dans celui de Laplace, la vitesse de la Terre autour de l'axe polaire (d'inertie) étant constante, et le méridien d'un lieu étant fixe, ce méridien passera tous les jours, à des intervalles de temps parfaitement égaux, par une même étoile fixe, et la durée de ces intervalles, qui est le jour sidéral, ou bien une fraction quelconque de cette durée, pourra être prise comme unité de temps.

Dans ce système, les heures sont donc rigoureusement uniformes.

Il n'est pas aussi simple, tant s'en faut, de définir l'heure dans le système d'Oppolzer.

Dans le système de Laplace, les axes de référence X, Y, Z sont les axes principaux de la Terre. Y étant l'équinoxe fixe, OI l'intersection de l'équateur (géographique) avec l'écliptique fixe,  $\psi$  désignera l'axe YOI,  $\varphi$  l'angle IOX. Ce dernier angle croît d'une manière rigoureusement uniforme en vertu de l'uniformité du mouvement diurne autour de Z (\*), c'est-à-dire qu'on a  $\varphi = nt$ .

Pour un autre méridien que ZX, on aurait  $\varphi_1 = L + nt$ ; les longitudes terrestres sont donc constantes et peuvent se réduire de la différence des heures  $\varphi_1 = \varphi$ .

Dans le système d'Oppolzer, pour qu'il soit analytique-

---

(\*) J'entends par là la projection autour de z du mouvement diurne qui s'effectue en réalité autour de l'axe instantané.

ment irréprochable, les axes de référence doivent être  $X_1, Y_1, Z_1$ , ce dernier étant l'axe instantané, les deux premiers, deux axes rectangulaires dans le plan de l'équateur instantané.

Il faut définir ces deux axes.

Quant au choix de l'axe  $X_1$ , deux systèmes sont en présence.

Le premier, logique, en harmonie avec l'idée mère, consiste à prendre pour méridien d'un lieu le plan qui passe par ce lieu et par l'axe instantané.

Analysons les conséquences qui découlent, en ce cas, des formules d'Oppolzer. Faisons remarquer d'abord que ces formules donnent, pour l'ascension droite,  $\alpha = \alpha_0 + \text{précession} + \text{nutation} + \text{aberration}$ , sans nutation eulérienne, et par suite  $\alpha = \alpha_0$ , puisque nous avons fait abstraction des forces perturbatrices et que nous ferons également abstraction de l'aberration (et de la parallaxe).

La constance de l'ascension droite résulte, au surplus, de la fixité de l'axe instantané. Or, pour Oppolzer, comme pour tous les astronomes, l'ascension droite d'une étoile est l'heure de son passage au méridien. On va voir qu'il y a contradiction flagrante entre cette définition et les conséquences logiques du système d'Oppolzer.

Je supposerai négligeables les petites variations produites par la nutation dans la vitesse angulaire de la Terre autour de son axe instantané, variations qui n'interviennent pas dans les formules de Laplace, où n'entre que la vitesse constante autour de l'axe d'inertie (\*).

---

(\*) Voir la définition *absolument rigoureuse* de l'heure dans la *Revision des constantes de l'astronomie stellaire*, pp. 93 à 97.

Le plan de l'étoile et de l'axe instantané est fixe dans le Ciel. Supposons-le passant, un certain jour, par le lieu de l'observation. Pour qu'il y repassât, les jours suivants, après vingt-quatre heures sidérales exactement, il faudrait que ce plan fût fixe dans la Terre également, ce qui n'est pas, puisque le pôle instantané décrit, en 300 à 400 jours, une ellipse autour du pôle d'inertie.

L'ascension droite déterminée par l'observation, à une pendule parfaite, au lieu d'être constante, subira donc des variations dont la période sera la période eulérienne.

Mais ce sont les ascensions droites des fondamentales qui servent à la détermination de l'heure. Comment déterminer à la fois celle-ci et le méridien instantané ? Comment déterminer la longitude du lieu, longitude qui varie périodiquement avec le pôle instantané, et dont les variations dépendent, en plus, de la latitude ?

Je ne vois pas la possibilité, dans ce système, de déterminations *absolues* de l'heure ni de l'ascension droite. On a vu, au surplus, qu'il conduit à des contradictions, puisque l'observation ne peut pas donner  $\alpha = \text{constante}$ , comme le donne la formule d'Oppolzer.

Ce n'est pas trop exiger des partisans de sa méthode que de leur demander de traduire correctement en analyse l'idée qu'il a incorrectement traduite.

Je ne m'en occuperai pas, trouvant le procédé de Laplace absolument correct, et beaucoup plus limpide.

Et qu'on ne vienne pas arguer de la petitesse des négligences commises.

Les formules de la mécanique céleste doivent être rigoureuses. S'il y a des termes négligeables, il faut que l'analyse en donne l'expression, et que celle-ci montre

qu'en effet ils peuvent être négligés. Ce n'est pas affaire de sentiment.

Le système que je viens de critiquer est celui que suivent les astronomes contemporains.

Un second système, moins logique, mixte, peut-on dire, mais qui se rapproche davantage de celui qu'Oppolzer semble avoir eu dans l'esprit, est le suivant (je dis *semble*, car Oppolzer n'a pas parlé des axes  $X_1, Y_1$ , et ma conviction est que ses axes sont  $Z_1, X, Y$ , axes obliques, et, par conséquent, que ses formules, fondées sur les formules de transformation d'axes orthogonaux, sont fausses) :

Prenons, pour axe  $X_1$ , la trace du méridien géographique ZL sur l'équateur instantané. Puisque le pôle d'inertie Z décrit dans le Ciel, autour du pôle instantané  $Z_1$ , abstraction faite du mouvement diurne, l'ellipse eulérienne, et que le point L revient occuper identiquement, après vingt-quatre heures sidérales, la même position par rapport à l'axe et à l'équateur instantanés, il en résulte que le méridien ZL, après vingt-quatre heures, n'occupera plus la même position; il en sera également ainsi de sa trace sur l'équateur instantané qui est fixe; et, comme c'est l'angle  $\varphi_1$ , compris entre cette trace et la droite fixe  $OI_1$ , qui détermine l'heure sidérale du lieu L, on voit que cette heure, au lieu d'être uniforme, comme celle de Laplace, subira des variations d'une période eulérienne, et que ces variations seront d'autant plus considérables que la latitude du lieu sera plus élevée.

La nutation eulérienne, qui, dans le procédé corrigé d'Oppolzer, disparaît aussi bien en longitude qu'en obli-

quité, reparait donc, chose bien plus grave, dans l'expression de l'heure.

Le dernier système d'axes a l'avantage de conserver un méridien fixe. Mais tous deux ont l'inconvénient irrémédiable de ne pouvoir définir l'heure correctement, à cause de l'ignorance dans laquelle nous sommes encore quant à la véritable expression et quant à la grandeur de la nutation eulérienne. Tout au moins — on me permettra d'insister sur ce point — devrait-on, avant de faire usage des formules d'Oppolzer, les compléter dans le sens que je viens d'indiquer, en substituant aux axes  $Z_1$ ,  $X$ ,  $Y$ , qu'il a employés inconsciemment, et auxquels il a appliqué incorrectement les transformations orthogonales, des axes  $Z_1$ ,  $X_1$ ,  $Y_1$  rectangulaires.

On pourra lire, dans la *Revision des constantes de l'astronomie stellaire*, pages 62 et suivantes, l'exposition détaillée de la méthode de Laplace, et s'assurer combien elle est simple, lucide, correcte et adéquate au mode d'observation.

Pour terminer, je rapporterai les paroles que j'ai prononcées à la réunion de la Société astronomique, qui a eu lieu à Bamberg au mois de septembre dernier, après y avoir démontré l'incorrection des formules d'Oppolzer :

« Depuis six ans, c'est en vain que je crie aux astronomes : *Caveant consules!* Aujourd'hui je puis dire aux directeurs des grands observatoires et des grandes éphémérides : *Si quid detrimenti res astronomica capit*, vous serez responsables de ce dommage devant la postérité. Tout l'avenir de l'astronomie dépend de la voie dans laquelle elle va s'engager. Si elle persévère dans ses

» errements actuels, elle fait fausse route, tant dans les observations que dans le calcul de l'heure et de l'ascension droite.

» Il faut, de toute nécessité, qu'on en revienne aux méthodes d'observation de Bessel et aux formules complètes de Laplace, c'est-à-dire aux formules du grand géomètre, complétées par les termes de la nutation eulérienne et de la nutation diurne, qu'il a pu négliger eu égard à la précision des observations de son temps. Et j'espère que l'astronomie du XX<sup>e</sup> siècle sera fondée sur des définitions et sur des méthodes d'observation et de calcul absolument correctes. »

Après avoir écrit cette note, j'ai parcouru, avec un vif intérêt, l'article de MM. Jabely et Simonin sur la mire lointaine de l'Observatoire de Nice (\*), et j'y remarque l'omission de la cause la plus importante, selon moi, des différences d'azimut déduites, pour la mire, des passages supérieurs et inférieurs des circompolaires : cette cause est incontestablement l'omission de la nutation eulérienne dans la réduction des observations, nutation qui est éliminée dans la moyenne des deux passages.

C'est donc avec infiniment de raison que les auteurs disent : « Que reste-t-il dès lors pour le mouvement de la mire lointaine? Peu de chose, sans doute, sinon rien. » Je pense même qu'ils peuvent hardiment supprimer le « peu de chose ».

(\*) *Bulletin astronomique*, janvier 1897.