SUR LE CYCLE EULÉRIEN.

§ 1. *Preuve de la fluidité intérieure du globe tirée de la longueur de la période eulérienne.*

Dans le volume précédent, j'ai posé cette question : « Le mouvement du pôle instantané à la surface de la Terre est-il direct ou rétrograde ? »

Et j'avais cru que l'analyse ne pouvait pas la résoudre. Des raisons tirées de la mécanique m'avaient édifié sur le sens direct de ce mouvement, lorsque M. Tisserand l'a démontré analytiquement (*).

Ce mouvement ne peut, en effet, être rétrograde que pour un corps qui tournerait autour de l'axe de son *plus petit* moment d'inertie, ce qui n'est pas le cas pour la Terre solide.

Pour *celle-ci*, le mouvement du pôle instantané est donc direct, et l'on doit admettre, *en ce cas*, l'exactitude de la période eulérienne de 430 jours environ trouvée par Chandler.

Mais nous allons démontrer que la longueur de cette

(*) *Bulletin de l'Academie de Belgique*, octobre 1894, p. 276. C'est pour avoir pris par inadvertance les quantités p, q, r, de Laplace comme relatives à z, y, x, tandis qu'elles le sont à z, x, y, que j'étais arrivé, d'après ses formules, à un mouvement rétrograde.

période est absolument incompatible avec l'hypothèse d'une Terre solide. Et la question du sens direct ou rétrograde du mouvement du pôle instantané à la surface de l'*écorce solide* du globe restera, pour nous, entière.

Les astronomes géomètres semblent avoir un peu perdu de vue les conséquences qui résulteraient de l'adoption de la période de Chandler.

Nous rappellerons que le mouvement d'une Terre *solide* ne dépend absolument que des rapports

$$\frac{A}{C} = \alpha, \frac{B}{C} = \beta$$

de ses moments d'inertie entre eux; que la constante de la précession luni-solaire a pour facteur

$$1 - \alpha + 1 - \beta;$$

celle de la nutation bradléenne

$$\frac{1-\alpha}{\beta} + \frac{1-\beta}{\alpha}.$$

Quant à celle de la nutation diurne, elle est

$$\nu = \frac{h}{2}\left\{\frac{1-\alpha}{\beta} - \frac{1-\beta}{\alpha}\right\},$$

h représentant $\frac{3}{4}\frac{m_1{}^2}{n}$, m_1 le moyen mouvement du soleil, n celui de la Terre autour de son axe.

Quelle que soit l'opinion que l'on professe sur la cause de la discordance entre la valeur théorique de la période eulérienne et sa valeur réelle, toujours est-il que, pour une Terre *solide*, les valeurs de α et β doivent être telles qu'elles donnent très approximativement $\nu = 0$.

On doit donc avoir à très peu près

$$\frac{1-\alpha}{\beta} = \frac{1-\beta}{\alpha} \quad \text{ou} \quad \beta = \alpha.$$

C'est ce que savent tous les astronomes, qui ont toujours admis cette égalité en faisant

$$\frac{1-\alpha}{\beta} = \frac{1-\beta}{\alpha} = \frac{C-A}{A},$$

seul coefficient qui entre dans leurs expressions de la précession et de la nutation.

Posons, au contraire,

$$\beta = \alpha(1+p),$$

p étant une fraction très petite, dont nous négligerons le carré.

Alors

$$\frac{1}{2}\left\{\frac{1-\alpha}{\beta} + \frac{1-\beta}{\alpha}\right\} = \frac{1-\alpha}{\alpha}\left(1-\frac{p}{2}\right),$$

que nous écrivons

$$q\left(1-\frac{p}{2}\right).$$

Or, la période de la nutation bradléenne s'exprime, en jours sidéraux, par

$$\sqrt{\frac{\alpha\beta}{(1-\beta)(1-\alpha)}} = \frac{1}{q}\sqrt{\frac{q}{q-p}};$$

et le coefficient de la nutation diurne

$$\nu = \frac{h}{2}(\beta-\alpha)\frac{\beta+\alpha-1}{\alpha\beta}$$

par

$$\frac{h}{2}\frac{p}{1+p}\left(2+p-\frac{1}{\alpha}\right) = \frac{h}{2}p\left(1-\frac{q}{1+p}\right).$$

La concordance des constantes de la précession et de la nutation entre elles permet d'affirmer que q diffère très peu de 0.00328.

Si nous supposons que la nutation diurne est nulle, c'est-à-dire que $p = 0$, nous retrouvons la période théorique de 305 jours.

Admettons maintenant la période de Chandler; nous aurons

$$\sqrt{\frac{q}{q-p}} = \frac{430}{305},$$

d'où

$$\frac{p}{q} = 0{,}497$$

et

$$p = 0.00467.$$

Comme le facteur $\frac{h}{2}$ est égal à 1547″, le coefficient de la nutation diurne serait égal à 2″.2!

La période de Chandler est donc absolument inadmissible pour une Terre *solide*. Or, elle est un fait dans cette même hypothèse; car la période du mouvement *direct* du pôle instantané est bien de 430 jours environ (*).

Donc, la Terre n'est pas solide.

Les observations ont donné 0″.07 pour la constante de la nutation diurne.

Supposons que celle-ci ait lieu pour une Terre solide, et calculons la période eulérienne qui correspondrait à cette valeur de la constante.

Dans l'expression

$$\nu = 0''.07 = \frac{h}{2} p \left(1 - \frac{q}{1+p}\right),$$

nous pouvons négliger $\frac{q}{1+p}$ vis-à-vis de 1, et nous trouverons $p = 0^s.00000528$;

$$q - p = 0.0032747 \quad \text{et} \quad \frac{1}{q}\sqrt{\frac{q}{q-p}} = \frac{1}{q} \times 1.002$$

à peine.

La période $\frac{1}{q}$ de 305 jours serait donc à peine augmentée de 0.6 jour si la nutation diurne constatée par l'observation avait lieu pour la Terre solide.

Or, indubitablement la période eulérienne est notablement

(*) *Annuaire* pour 1894, pages 331 et suivantes.

plus grande, quand bien même on n'admettrait pas celle de Chandler. La Terre ne peut donc pas être considérée comme solide.

Et même dans l'hypothèse d'une écorce solide, dont les axes principaux A′, B′, C′ coïncideraient à peu près avec les axes A, B, C du noyau, et dont les moments autour de ces axes se succéderaient dans le même ordre de grandeur pour l'une et pour l'autre, on pourrait difficilement, je pense, parvenir à expliquer une période notablement supérieure à 305 jours, parce que, si la différence entre les rapports $\frac{A'}{C'}$, $\frac{B'}{C'}$, et $\frac{A}{C}$, $\frac{B}{C}$ était un peu grande, ce qui devrait être pour arriver à cette période, il en résulterait probablement, dans les coefficients des termes solaires et lunaires de la nutation bradléenne, des altérations que l'observation eût déjà constatées.

Peut-être, quand on aura établi la theorie du mouvement de rotation de l'écorce solide, en tenant compte du frottement de la couche fluide, et des actions mutuelles qui s'exercent entre l'écorce et le noyau, trouvera-t-on la clef du mystère.

La matière est très difficile; jusqu'à présent, je n'ai trouvé d'autre explication plausible, depuis que Chandler a établi sa période, que celle que j'ai donnée dans le volume précédent : la substitution, à la période de 425 jours (que j'ai trouvée le mieux répondre aux observations) avec mouvement direct, d'une période de 321 jours avec mouvement rétrograde du pôle instantané.

La première période (Chandler) correspond à un mouvement annuel *direct* de 312°; la seconde à un mouvement *rétrograde* de 408°; le pôle instantané revient donc, après un an, à la même position, que l'on adopte l'un ou l'autre mouvement.

Mais il en sera tout autrement dans le cours de l'année.

Et c'est par des observations suivies de mois en mois que l'on pourra décider lequel de ces deux mouvements il faut adopter. Jusqu'à cette heure, nous n'avons pu entreprendre qu'une recherche de l'espèce; on en trouvera les résultats dans le paragraphe suivant, extrait de notre « Catéchisme correct d'astronomie sphérique » (*).

Nous communiquerons également, à cause de l'importance du sujet, un essai d'une autre nature, quoique nous n'ayons pas encore pu traiter toute la série des observations de Struve en Æ, sur lesquelles nous avons fondé cette seconde recherche.

§ 2. *Recherche de la période de la nutation eulérienne par les observations de Greenwich.*

MM. Thackeray et Turner ont publié assez récemment les résultats de douze années d'observations faites à Greenwich, et reconnaissent y avoir trouvé la confirmation de la période de Chandler, tout en faisant remarquer qu'il y semble bien manifestement exister une période de cinq ans.

Quoique les erreurs accidentelles soient assez considérables, je me suis résolu à faire usage de ces observations pour la comparaison de ma période avec celle de Chandler.

Tout d'abord, je ferai remarquer qu'outre cette analogié si grande qu'elles offrent de représenter le même mouvement du pôle de rotation, l'une dans le sens direct, l'autre dans le sens rétrograde, il en existe une seconde, purement accidentelle, il est vrai, mais qui est de nature à les faire discerner assez difficilement l'une de l'autre.

(*) *Mem. della Pontificia Accademia dei Nuovi Lincei,* vol. IX, X, XI.

La période de Chandler (C) est de 14 mois, la mienne (F) de 10 $^1/_2$ mois. Donc

$$6\,C = 8\,F = 7 \text{ ans.}$$

La longue période de 7 ans renferme donc exactement 6 périodes de Chandler ou 8 des miennes.

Les criteriums qui permettront de trancher la question sont les suivants :

La meilleure période sera celle suivant laquelle

1° Les maxima et les minima seront le plus nettement caractérisés;

2° Les époques des maxima (ou des minima) seront séparées entre elles par des périodes entières;

3° Les époques d'un maximum et d'un minimum par un nombre impair de demi-périodes.

Afin que notre comparaison ne fût pas troublée par les variations annuelles que les astronomes ont reconnues, et dont le volume précédent renferme la formule, nous avons commencé par éliminer ces dernières, en faisant la somme des résidus à six mois de distance; ces résidus ont été pris sur le diagramme des observations de Greenwich donné par M. Thackeray dans les M. N. (V LIII, page 120); ils sont exprimés en centièmes de seconde, et reproduits ci-dessous (tableau I).

I. — *Résidus.*

Années.	Janvier.	Février.	Mars.	Avril.	Mai.	Juin.	Juillet.	Août.	Septembre.	Octobre.	Novembre.	Décembre.
1880	»	0	2	− 8	− 12	− 18	− 12	− 6	6	6	− 2	− 23
1881	− 42	− 38	4	40	40	22	9	8	− 7	− 14	− 20	− 18
1882	− 5	− 2	18	17	47	3	12	2	− 2	− 21	3	− 2
1883	10	11	33	58	38	57	51	51	33	21	7	5
1884	7	5	34	49	73	68	63	40	29	36	28	10
1885	− 18	− 19	− 40	− 12	− 21	− 27	− 22	− 7	40	41	49	24
1886	− 4	− 20	− 20	− 2	40	39	34	33	32	28	47	7
1887	13	14	22	20	18	10	7	0	− 14	− 13	− 12	− 19
1888	− 19	− 13	− 2	27	22	17	2	10	8	− 10	− 18	− 15
1889	− 3	− 17	− 30	− 34	0	20	47	28	7	− 23	− 42	− 47
1890	− 27	− 25	16	46	33	31	38	49	32	33	34	7
1891	0	20	32	20	29	40	62	68	41	27	»	»

Le tableau suivant renferme la somme des résidus pris à six mois d'intervalle, janvier + juillet, février + août, etc.

II. — *Sommes des résidus à six mois d'intervalle.*

Années.	Janvier + juillet.	Février + août.	Mars + septembre.	Avril + octobre.	Mai + novembre.	Juin + décembre.	Juillet + janvier.	Août + février.	Septembre + mars.	Octobre + avril.	Novembre + mai.	Décembre + janvier.
1880-81	»	− 6	8	− 2	−14	−41	−54	−44	10	46	38	− 4
1881-82	−33	−30	− 3	26	20	4	4	6	11	3	− 3	−45
1882-83	7	0	16	− 4	20	1	22	43	34	31	61	55
1883-84	61	62	66	72	65	62	58	53	67	69	80	73
1884-85	70	45	63	85	104	78	45	21	19	24	7	−17
1885-86	−40	−26	0	29	28	− 3	−26	−27	−10	30	89	63
1886-87	30	13	12	26	27	46	47	49	54	48	35	47
1887-88	20	14	8	7	6	− 9	−12	−13	−16	44	40	− 2
1888-89	−17	− 3	6	47	4	2	− 1	− 7	−22	−44	−48	5
1889-90	44	11	−23	−76	−47	64	20	3	−23	− 7	− 7	−45
1890-91	11	24	68	49	69	38	38	69	−84	53	63	47
1891	88	73	47	»	»	»	»	»	»	»	»	»

C'est de ces derniers résidus, d'où les variations annuelles sont éliminées, que nous avons fait usage en vue de la comparaison des périodes. Nous en avons fait la somme deux à deux, d'abord à 10 $^{1}/_{2}$ mois, ensuite à 14 mois d'intervalle.

III. — F. *Somme des résidus à dix mois et demi d'intervalle.*

ANNÉES	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1880	»	−23	−24	−49	− 2	−18	−42	−10	15	55	45	− 1
1881	−42	−34	1	34	26	12	15	18	29	25	28	31
1882	65	58	78	60	89	70	86	73	88	93	129	130
1883	138	134	124	126	130	155	147	118	100	89	102	89
1884	60	16	30	72	116	107	58	6	− 8	5	22	32
1885	21	21	23	43	47	24	11	20	38	94	110	105
1886	56	34	29	37	35	53	45	38	11	32	34	29
1887	24	4	− 2	9	23	2	− 9	−12	−20	− 4	−23	−33
1888	−24	22	34	− 4	−61	−65	8	35	−10	−31	−10	− 2
1889	32	8	−35	−30	12	119	74	41	77	70	62	42
1890	66	92	149	109	»	»	»	»	»	»	»	»

III. — Ch. *Sommes des résidus à quatorze mois d'intervalle.*

ANNÉES.	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1880–81	»	20	28	2	− 10	− 35	− 43	− 41	7	31	45	− 01
1881–82	− 47	− 34	17	27	42	47	35	37	72	58	58	47
1882–83	73	72	81	58	78	57	89	82	114	104	134	100
1883–84	124	147	167	155	140	83	77	80	74	52	50	47
1884–85	70	74	91	82	75	51	35	60	78	87	37	− 2
1885–86	− 28	0	27	75	75	46	28	21	25	56	79	77
1886–87	38	22	18	17	15	33	31	63	64	46	18	14
1887–88	26	31	12	9	5	− 46	− 34	− 57	− 34	19	54	9
1888–89	− 70	− 79	− 41	81	24	5	22	− 14	− 29	− 60	− 7	29
1889–90	112	60	16	− 38	− 9	133	104	56	86	40	81	56
1894	58	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»

On remarquera d'abord que la marche des résidus est bien plus régulière dans le tableau F que dans le tableau Ch.

Dans le premier, on trouve des séries de 6 ou 7 résidus consécutifs tous négatifs, ou de 11 résidus tous supérieurs à 100.

Dans le second, on ne rencontre pas de séries semblables.

Si l'on recherche, dans l'un et dans l'autre, les séries de 12 résidus consécutifs présentant les maxima et les minima les plus caracteristiques, on obtiendra les résultats ci-dessous pour les sommes de ces 12 résidus :

IV. — *F.*

1880 III à 1881 II	– 83
1882 X à 1883 IX	1533
1887 VI à 1888 V	– 129
1888 VI à 1889 V	– 78

IV. — *Ch.*

1880 IV à 1881 III.	– 28
1882 VII à 1883 VI.	1398
1887 IV à 1888 III.	64
1888 VI à 1889 V.	+ 87

Et l'on voit que les maxima et les minima sont bien mieux accusés dans le premier que dans le second tableau.

Recherchons maintenant les intervalles de temps qui se sont écoulés entre les différents minima et maxima.

Nous trouvons d'abord qu'entre le premier minimum et le maximum il y a 31 mois, soit 3 périodes entières (F), 27 mois, soit 2 périodes entières (Ch).

Ni l'un ni l'autre de ces résultats n'est satisfaisant; mais nous ferons remarquer que ce minimum est précisément le commencement de la série, et qu'il était probablement précédé du minimum absolu. C'est pourquoi il n'est pas possible de faire usage de la date de ce premier minimum comme date du minimum absolu. On remarquera, du reste, que la série des résidus est, en valeur absolue, bien plus faible dans ce premier minimum que dans le second.

Mais le maximum est bien nettement caractérisé dans l'un et l'autre des tableaux III; comme on le voit dans ceux du nº IV.

L'intervalle de temps, écoulé entre ce maximum et le premier ou le second minimum suivant, est

$$\text{F.}\quad \begin{cases} 1^{\circ}\ 56 \text{ mois} = 5\ {}^{1}/_{3} \text{ périodes (F)} \\ 2^{\circ}\ 68 \text{ mois} = 6\ {}^{1}/_{2} \text{ périodes (F)} \end{cases}$$

$$\text{Ch.}\quad \begin{cases} 1^{\circ}\ 57 \text{ mois} = 4 \text{ périodes} + 1 \text{ mois (Ch.)} \\ 2^{\circ}\ 69 \text{ mois} = 5 \text{ périodes} - 1 \text{ mois (Ch.)} \end{cases}$$

Les seconds résultats (Ch) sont absolument mauvais, puisqu'il s'écoule un nombre entier de périodes presque exactement entre un maximum et un minimum.

Les premiers, au contraire, sont satisfaisants; l'un donne exactement une demi-période au delà du nombre entier, l'autre un tiers de période.

Or, entre un maximum et un minimum, il doit s'écouler un nombre impair de demi-périodes.

Tous les criteriums tirés des observations sont donc en faveur de la période de 321 jours.

C'est celle-ci, ou l'accroissement annuel de 408°.4 (soit 1°.12 par jour) pour ιt, que nous avons admise pour le calcul de la nutation initiale au moyen de la formule

$$z - n + \gamma \cos(\beta + \iota t) + h \cos(\odot - \Lambda) = 0,$$

ou

$$z - n + u \sin \iota t + v \cos \iota t + h \cos(\odot - \Lambda) = 0,$$

si l'on pose

$$u = -\gamma \sin\beta, \quad v = \gamma \cos\beta.$$

On voit immédiatement que, si l'on fait la somme de ces équations pour deux observations séparées par un intervalle de six mois, les termes annuels disparaîtront, d'où l'équation plus simple

$$2z - n - n' + u(\sin \iota t + \sin \iota t') + v(\cos \iota t + \cos \iota t') = 0.$$

C'est cette équation que nous avons formée pour toutes les combinaisons deux à deux du tableau I; les $n + n'$ sont donnés, comme on l'a vu, dans le tableau II; en les désignant par n_1, et les coefficients de u et de v par a et b, on a donc à résoudre un système de 154 équations de la forme

$$2z + au + bv - n_1 = 0.$$

Nous en avons tiré les équations normales

$$\begin{array}{rrrrl}
11.7u & - \ 0.4v & - \ 1.9\,z & + \ 0''.22 & = 0 \\
- \ 0.1 & + \ 12.5 & - \ 0.19 & + \ 1''.25 & = 0 \\
- \ 1.9 & - \ 0.19 & + \ 154 & - \ 27''.4 & = 0;
\end{array}$$

d'où

$$u = 0''.014; \ v = 0''.096; \ 2z = 0''.21;$$

et

$$\gamma = 0''.0966; \ \beta = \mp 188° \ 25', \text{ Greenwich, } 1880.0,$$

selon que ι est positif ou négatif.

Nous ne formerons pas les nouveaux résidus que l'application de notre formule donnerait au lieu de ceux du tableau II, parce que nous devrions les comparer à ceux qu'on obtiendrait en employant la période de Chandler, et que nous reculons devant ce labeur.

Notre but est de chercher les résidus que l'application de notre formule complète (61) fournira au lieu de ceux du tableau I, et de construire notre diagramme de la variation des latitudes, pour le comparer à celui de Chandler.

Mais, pour cela, il est nécessaire que nous déterminions le terme $h \cos(\odot - \Lambda)$. Tenant donc pour exacte la période de 521 jours, nous avons voulu rechercher également, comme M. Van de Sande Backhuyzen l'a déjà fait dans le volume LI des M. N., si, au lieu d'éliminer les variations annuelles, nous ne pourrions pas les déterminer en éliminant la nutation eulérienne.

Dans ce but, comme les observations comprennent à peu près 14 périodes complètes de 521 jours, et que les moyennes mensuelles de toute la série seront, par suite, très peu influencées de la nutation eulérienne, nous avons commencé par prendre ces moyennes.

Mais comme, de plus, après 47 ½ mois l'angle ιt aura augmenté de 180° (abstraction faite des circonférences entières), nous avons pris également les moyennes mensuelles des résidus deux à deux à 47 $^1/_2$ mois = 4 ans — $\frac{1}{2}$ mois d'intervalle.

Ces deux moyennes mensuelles différentes sont consignées dans le tableau suivant sous les n^{os} I et II, avec les sinus (c) et les cosinus (e) des longitudes correspondantes du Soleil, prises pour le milieu de chaque mois, pour la série 1, pour le 7.5 pour la série 2.

Les points qui figurent à côté de quelques nombres remplacent la fraction $^1/_2$, dans ce tableau comme dans ceux qui suivent.

I.

	n	c	e
Janvier	− 8	− 0.90	0.43
Février	7	− 56	83
Mars	8	− 09	99.
Avril	15	+ 43	90
Mai	22.	82	57
Juin	20.	99.	09.
Juillet	24	92	− 39
Août	23	60	− 80
Septembre . .	13	+ 12	− 99
Octobre	8.	− 37.	− 93
Novembre . .	4	− 80	− 60
Décembre . . .	− 5.	− 99	− 12

II.

	n	c	e
Janvier	− 12	− 0.95	0.31
Février	− 7	− 65	75.
Mars	9.	− 21	98
Avril	23	+ 31	95
Mai	31	74	67.
Juin	39.	97.	22
Juillet.	45	96	− 27.
Août	44	70	− 71
Septembre . . .	35.	+ 25	− 97
Octobre	28	− 24	− 96.
Novembre . . .	22	− 71	− 70
Décembre . . .	2	− 97	− 24

Les variations annuelles sont bien nettement marquées dans les deux séries, mais plus particulièrement dans la seconde, dont la nutation eulérienne est complètement éliminée, si, comme nous croyons l'avoir démontré, la période de 321 jours est exacte.

A ces résidus, nous avons à appliquer l'équation des variations annuelles de latitude $\Phi_a - \Phi = \Delta\Phi = h \cos(\odot - A)$, qui devient, en faisant $h \sin A = x$, $h \cos A = y$:

$$z + cx + ey - n = 0.$$

Elle nous a donné, par l'emploi du procédé de **T. Mayer :**

1) $$7.60x + 1.215y = 118 = 1''.18$$
$$1.22x + 7.65y = 14 = 0''.14;$$

d'où

$$x = 0''.155, \quad y = -0''.046.$$

Et, par suite,

$$h = 0''.16. \quad A = 287^\circ.$$

2) $$7.70x - 0.255y = +175 = +1''.75$$
$$0.245x + 7.77y = -16 = -0''.16;$$

d'où

$$x = 0''.226, \quad y = -0''.0155,$$

et, par suite,

$$h = 0''.23 \quad A = 274^\circ.$$

Les résultats des deux déterminations sont assez concordants pour qu'il soit permis d'en prendre la moyenne :

$$h = 0''.2, \quad A = 280^\circ.$$

Cette valeur de A approche de 300°, comme nous l'avions affirmé *a priori* dans notre *Essai sur les variations de latitude* (*); elle diffère peu aussi de celle que M. Van de Sande Backhuyzen a déduite d'une autre série de latitudes de Greenwich (**), et de la valeur adoptée par Chandler pour

(*) Voyez le volume précédent.
(**) M. N. Vol. LI.

Greenwich également. Nous avons fait remarquer dans notre *Essai* que c'est erronément que celui-ci considère cet angle comme variant avec la longitude du lieu de l'observation; c'est le facteur h qui varie suivant la formule $h = i \cos M$, i étant le maximum de la variation annuelle, M l'angle du méridien du lieu avec celui sur lequel se présente ce maximum.

Notre valeur de h est deux fois plus forte que celle de M. Van de Sande Backhuyzen Au surplus, d'après notre théorie des variations annuelles, ce facteur h doit varier, d'une année à l'autre, avec la quantité de neige qui s'est accumulée pendant l'hiver sur les terres de l'hémisphère boréal. Il est probable, toutefois, qu'il sera sensiblement constant lorsqu'il est déduit des moyennes d'une assez longue série d'années d'observations.

On remarquera que la valeur de h déduite du second procédé est sensiblement plus grande que l'autre; cela tient probablement à cette circonstance que la nutation eulérienne est complètement éliminée dans ce procédé, tandis qu'elle ne l'est qu'imparfaitement dans le premier.

§ 3. *Recherche de la période eulérienne par les observations de Struve.*

Nous avons pu déduire la nutation eulérienne des observations en Æ de la polaire, faites par Struve à Dorpat, parce que ces observations, au contraire de la pratique suivie aujourd'hui, ont été faites dans un *méridien fixe.*

Elles nous ont donné des résultats tellement concordants que nous avons pu en conclure, le premier, que la période théorique de 305 jours était trop courte (*).

Celle que me fournissaient directement ces observations était à bien peu près une année entière; ce qui provient de cette circonstance, complètement ignorée à l'époque où je traitais cette question, que le pôle d'inertie, indépendamment de la nutation eulérienne, est sujet également à un déplacement annuel qui se traduit par des effets analogues à ceux de cette nutation, comme je l'ai fait voir dans mon *Essai sur les variations de la latitude* (**).

Il importait donc d'éliminer ces variations annuelles.

Deux procédés se présentent pour atteindre ce but :

1° Retrancher l'une de l'autre des observations faites aux mêmes dates dans des années différentes;

2° Ajouter des observations faites à six mois d'intervalle.

C'est le premier procédé seul que j'ai pu appliquer jusqu'à cette heure; et, comme les groupes d'observations dont il m'a été possible de faire usage sont peu nombreux (dix-huit seulement), on ne peut pas en attendre une détermination correcte de l'angle du méridien instantané avec le méridien de Dorpat.

Mais il existe un criterium plus sûr : la constante de la nutation eulérienne est certainement égale à 0″.08 à très peu près, comme nous l'avons trouvé par un grand nombre de déterminations différentes (***), et, dans ces pages mêmes, par les dix années d'observations de la latitude de Greenwich.

La période qui nous donnera pour cette constante une valeur approchante devra obtenir la préférence.

(*) *Annuaire* pour 1891.

(**) Voyez le volume précédent.

(***) *Annuaire* pour 1894.

Nous avons donc calculé la nutation eulérienne en appliquant à chacune des différences $\Delta^2\alpha$ entre une Æ supérieure et une Æ inférieure consécutive, l'équation

$$\begin{aligned}\Delta^2\alpha &= 2\gamma \operatorname{tg} \delta \sin(\beta + \iota t)\\ &= u \operatorname{cor} \iota t + v \sin \iota t\end{aligned}$$

et en retranchant l'une de l'autre les observations faites aux mêmes dates, afin d'éliminer la variation annuelle.

En prenant successivement pour origine le 1er janvier et le 1er avril, et en adoptant pour ι :

1° La valeur de Chandler, 0°.84 par jour;

2° Notre valeur, — 1°.12,

nous nous attendions à voir se manifester, dans l'une ou l'autre hypothèse, une concordance ou une discordance plus ou moins accentuée avec la période admise; et, en effet, la période de Chandler conduit à une discordance complète; la nôtre, à un accord très satisfaisant.

De plus, le second critérium est tout en faveur de la seconde hypothèse, c'est-à-dire du mouvement rétrograde avec période de 321 jours.

En adoptant la période de Chandler, nous avons trouvé par les moindres carrés :

Orig. 1er janvier 1825. $u = 0.0165$; $v = 0.0875$;

d'où

$\beta = 10°55'$, $\gamma = 0''.016$.

Orig. 1er avril $u = -0.085$; $v = 0.076$;

d'où

$$\beta = 312^\circ\,35', \qquad \gamma = 0''.0208.$$

$$\Delta\beta = 302^\circ, \quad \text{tandis qu'elle serait}$$
$$= 78^\circ \quad \text{d'après la période}$$

de Chandler ; et γ n'est, en moyenne, égal qu'à 0''.018 dans cette hypothèse.

La nôtre a donné :

Orig 1er janvier. $\qquad u = -0.644; \qquad v = -0.218;$

d'où

$$\beta = 251^\circ\,15', \qquad \gamma = 0''.1254.$$

Orig. 1er avril. $\qquad u = 0.016; \qquad v = 0.0804;$

d'où

$$\beta = 168^\circ\,45', \qquad \gamma = 0.015.$$

$$\Delta\beta = -82^\circ\,30', \text{ tandis qu'elle devrait être } -104^\circ \text{ d'après notre période;}$$

et la moyenne des valeurs que nous trouvons pour γ, 0''.070, concorde parfaitement avec sa valeur reelle; tandis que celle que nous avons déduite, en admettant la période de Chandler, était 0''.02 à peine, résultat absolument inadmissible.

On trouvera à la fin de cette notice tous les éléments du calcul.

§ 4 *Conclusions.*

De la discussion des observations de Greenwich et de celles de Struve, il semblerait donc résulter qu'on doit admettre la période de 321 jours avec mouvement rétrograde du pôle instantané.

Ce mouvement rétrograde est-il possible en théorie, et dans quel cas?

Il ne l'est pas pour la Terre solide, mais cette hypothèse est à rejeter.

Il ne l'est pas non plus pour l'écorce solide, si elle tourne autour de l'axe de son plus grand moment d'inertie.

Il ne l'est que si elle tourne autour de l'axe de son plus petit moment; c'est-à-dire que le mouvement rétrograde du pôle instantané de l'écorce nous oblige à admettre que C est, pour elle, plus petit que A et B.

Cette idée est, jusqu'à present, la seule que je trouve conciliable avec la théorie; mais peut-on s'expliquer que C soit le plus petit mouvement d'inertie de l'écorce?

Il me parait que l'explication se trouve dans cette considération très ingenieuse de M. Faye, que l'écorce de la Terre doit être plus épaisse sous les mers, où le refroidissement a été plus énergique, que sous les continents.

A plus forte raison doit-elle être notablement plus épaisse aux pôles qu'à l'equateur; et de là pourrait résulter la grandeur plus considérable des moments d'inertie de l'écorce autour des axes equatoriaux qu'autour de l'axe polaire.

Telle est l'explication que je soumets aux astronomes.

Elle sera vraie, si la période de 321 jours, qui donne, *année par année*, les mêmes résultats que celle de 425 jours, en fournit de meilleurs, lorsqu'on fait varier l'origine dans le courant des années successives.

C'est là un point délicat qui mérite d'appeler l'attention des astronomes, et sur lequel nous aurons à revenir.

ANNÉES MOIS ET DATES.	p	$\Delta^2 x$	C. I		C. II		F. I		F. II	
			sin u	cos u	sin u	cos u	sin u	cos u	sin u	cos u
1823. Mars 26-5 . . .	3	0.017	0.95	0,33	− 0.08	1.00	1,00	− 0.10	− 0.11	0.99
Avril 10-5 . . .	1	0.63	1.00	0,10	0.16	0.99	0.92	− 0.39	0,21	98
Mai 5-5 . . .	2	− 0.015	0 96	− 0,27	50	87	64	− 77	64	77
18-5 . . .	6	− 0,034	89	− 45	66	75	42	− 91	81	59
30-5 . . .	3	− 0.04	80	− 60	77	64	20	− 98	93	38
Juin 2 . . .	4	− 0.052	78	− 63	79	61	15	− 99	94	34
1824. Mars 27-7 . . .	3	− 0.163	33	94	− 83	56	57	− 82	71	71
Avril 9 . . .	2	− 0.15	50	87	− 72	70	35	− 94	85	52
Mai 1-5 . . .	2	0.03	75	66	− 46	89	− 9	− 1.00	99	11
21-5 . . .	6	0.033	91	42	− 18	98	− 46	− 89	96	− 29
28-5 . . .	2	0.12	95	32	− 8	1,00	− 58	− 82	91	− 41
Juin 7 . . .	4	− 0.012	98	19	+ 7	1.00	− 52	− 70	82	− 58
1825. Mars 21 . . .	3	− 0.043	− 66	75	− 90	− 44	− 12	− 99	1.00	+ 8
Avril 9 . . .	2	0.065	− 42	91	− 98	− 18	− 46	− 89	96	− 29
Mai 7 . . .	3	0.17	− 2	1,00	− 97	+ 23	− 85	− 52	67	− 74
17-5 . . .	4	0.045	+ 14	99	− 93	38	− 94	− 34	51	− 86
31-5 . . .	3	− 0.01	34	94	− 83	56	− 1,00	− 7	16	− 97
Juin 3 . . .	2	0.235	37	93	− 81	59	− 1.00	− 2	21	− 98

Dans ce tableau, C indique qu'on a pris t = 0°.84 par jour; F, 1°.12; I que l'origine était le 1er janvier, II, le 1er mars 1823.

Les dix-huit équations de condition ont été formées en combinant deux à deux, par soustraction, les équations formées, aux mêmes dates à peu près, pour chacune des années 1823 à 1825.