SUR

LES TERMES DU SECOND ORDRE

PROVENANT DE

LA COMBINAISON DE LA NUTATION

OU DE

L'ABERRATION ET DE LA RÉFRACTION

Dans notre recherche des termes du second ordre de la nutation et de la réfraction (*), nous avons été amené naturellement à nous demander s'il n'y a pas lieu d'introduire la déclinaison apparente (décl. + réfr.) au lieu de la déclinaison vraie, dans les termes en tg δ et en séc δ des formules de réduction.

Il nous a paru qu'il le faut; et voici notre argument :

Supposons une lunette idéale dans laquelle existerait le

(*) Voyez : *Catéchisme correct d'astronomie sphérique* (MEMORIE DELLA PONTIFICIA ACCADEMIA DEI NUOVI LINCEI, vol. IX), et *Annuaire* pour 1894, p. 376.

vide absolu, s'étendant au delà des limites de l'atmosphère, et dont l'axe optique serait rigoureusement parallèle à celui de la lunette d'observation; l'heure du passage méridien d'une étoile idéale, située sur l'axe optique de la lunette idéale, sera identiquement la même que celle de l'étoile réelle observée au même instant à la lunette méridienne, puisque les images des deux étoiles se confondent. Or, si δ est la déclinaison de l'étoile réelle, $\delta + r$ sera celle de l'étoile idéale.

Dans les formules de réduction de celle-ci en Æ, il n'est pas douteux que $\delta + r$ intervienne.

Et, puisque les Æ des deux étoiles sont les mêmes, c'est $\delta + r$ aussi qui doit intervenir, dans les formules de réduction de l'étoile réelle.

Dans un article déjà assez ancien (*), nous avons signalé cette nécessité, et fait voir que notre règle est confirmée par les observations de circompolaires de Paris et de Washington en Æ. Voici cet article :

« Indépendamment des termes que nous avons ajoutés aux formules de réduction usitées (*Monthly Notices*, t. LII, n° 8), il est d'autres termes du second ordre, dont les astronomes n'ont pas tenu compte, à tort, selon nous. Je veux parler de ceux qui proviennent de la combinaison de l'aberration et de la réfraction; car c'est bien le rayon réfracté qui arrive à l'œil.

Je ne chercherai ces termes que dans le cas des observations méridiennes. Il ne s'agit alors que d'introduire, au lieu

(*) *Comptes rendus*, 20 février 1893.

de la déclinaison vraie δ, cette déclinaison augmentée de la réfraction r (*).

En appelant $\Delta\alpha$ et $\Delta\delta$ les termes du premier ordre de l'aberration, qui sont de la forme

$$\Delta\alpha = -\mathrm{K}\ \mathrm{s\acute{e}c}\ \delta\,(\mathrm{M}),\quad \Delta\delta = -\mathrm{K}\,(\mathrm{N}_1 \cos\delta + \mathrm{N}_2 \sin\delta),$$

et $\delta\Delta\alpha$, $\delta\Delta\delta$ ceux du second ordre qui proviennent de la combinaison de l'aberration et de la réfraction, on aura

$$\delta\Delta\alpha = \mathrm{tang}\,\delta r\ \Delta\alpha,\quad \Delta\delta = \mathrm{K}r\,(\mathrm{N}_1 \sin\delta - \mathrm{N}_2 \cos\delta).$$

En ascension droite, cette correction est très importante pour les circumpolaires; en déclinaison, elle est négligeable pour toutes les étoiles, excepté près de l'horizon, où il n'y aurait aucune utilité à en tenir compte.

Calculons-la en ascension droite pour la polaire (1892). $\Delta\alpha$ peut s'écrire dans ce cas

$$\Delta\alpha = -\mathrm{K}\ \mathrm{s\acute{e}c}\ \delta\ m \cos(\odot - 21^\circ 28'),$$

donc

$$\delta\Delta\alpha = -r\mathrm{K}m\ \mathrm{tang}\,\delta\ \mathrm{s\acute{e}c}\,\delta \cos(\odot - 21^\circ 28'),$$

(*) Car la distance zénithale z est égale à $\varphi - \delta$, abstraction faite de la réfraction. En tenant compte de celle-ci, on aura $z = \varphi - \delta - r$; c'est-à-dire que le rayon lumineux qui arrive à l'œil vient en apparence d'un point dont la déclinaison est $\delta + r$; c'est ce point, et non le point de déclinaison δ, qui détermine sa direction apparente.

où

$$\log \mathrm{K} = 1{,}3406,$$
$$\log \mathrm{tang}\,\delta\ \mathrm{s\acute{e}c}\,\delta = 3{,}3100,$$
$$\log m = 9{,}9674;$$

en prenant la réfraction moyenne, pour Paris, égale à 48″,7 pour le passage supérieur, à 53″,3 pour l'inférieur, on aura

$$-\delta\Delta\alpha = \frac{9'',2}{10'',0}\cos(\odot - 21^\circ 28') = \frac{0^s,60}{0^s,66}\cos(\odot - 21^\circ 28'),$$

variation annuelle très importante, qu'on n'avait nullement soupçonnée.

Il reste à démontrer expérimentalement que la correction ci-dessus (évaluée pour Paris à $\pm\ 0^s,60$ comme valeur maximum) existe bien réellement. J'ai donc prié l'un de mes astronomes de la vérifier dans les observations de Paris; il a choisi l'année 1882. Le terme correctif en ascension droite peut se mettre sous la forme

$$m \cos(\odot - 21^\circ,5) = \begin{cases} +m & \text{le 11 avril,} \\ -m & \text{le 14 octobre.} \end{cases}$$

Il résulte des observations ci-jointes que cet écart existe en effet, et qu'il est même plus fort que la valeur calculée $2m = 1^s,2$: la moyenne trouvée pour les trois instruments est $1^s,5$.

OBSERVATIONS DE PARIS, 1882. — Ascension droite.

Terme correctif de l'aberration en ascension droite

$$m\cos(\odot - \mathrm{M}) = +m \quad \text{le 11 avril} \qquad (\mathrm{M} = 21^{\circ},5)$$
$$= -m \quad \text{le 13 octobre}$$

pour α *Ursæ minoris* (Polaire, 1882).

1° *Grand méridien.*

Observateurs : L. LEVEAU, P. P. PÉRIGAUD, H. R. H. RENAN, P. P., P. PUISEUX.

DATES.	Calcul — Observ.	Passage.	Observ.
14 mars.	– 0,5	*s*	L.
15 mars. . . .	– 1,0	*s*	L.
16 mars. . .	– 1,8	*s*	L.
18 mars. . . .	– 4,4	*s*	L.
20 mars. . . .	– 5,7	*s*	L.
3 avril. .	– 1,8	*s*	L.
4 avril.	– 5,8	*s*	L.
5 avril. . . .	– 2,5	*s*	L.
6 avril.	+ 0,6	*s*	L.
7 avril.	+ 0,5	*s*	L.
8 avril. . . .	– 1,7	*s*	P.
26 avril. . . .	– 1,1	*i*	H. R.
2 mai	0,0	*i*	P. P.
5 mai	+ 0,4	*i*	P. P.
Moy. . . .	– 1,6		

DATES.	Calcul — Observ.	Passage.	Observ.
25 sept.	+ 0,9	*i*	L.
27 sept.	+ 2,1	*i*	L.
2 oct.	– 1,6	*i*	L.
11 oct.	+ 1,0	*i*	L.
17 oct.	+ 0,7	*s*	H. R.
18 oct.	+ 1,0	*s*	H. R.
22 oct.	+ 0,2	*i*	L.
23 oct.	+ 2,0	*s*	H. R.
24 oct.	– 0,5	*i*	L.
30 oct.	+ 1,1	*i*	L.
1 nov.	+ 3,7	*i*	L.
2 nov.	– 0,3	*s*	H. R.
4 nov	– 0,9	*s*	H. R.
9 nov.	– 1,7	*s*	H. R.
9 nov.	+ 3,1	*i*	L.
Moy. . . .	+ 0,7		

2° *Lunette de Gambey.*

Observateurs : E. ESMIOL, F. FOLAIN, O. OBRECHT.

DATES.	Calcul — Observ.	Passage.	Observ.
19 avril.	+ 2,1	*i*	P. P.
21 avril.	– 0,7	*i*	P. P.
29 avril.	+ 1,5	*i*	F.
1 mai	+ 1,5	*i*	F.
2 mai	+ 1,0	*i*	F.
Moy. . . .	+ 1,1		

DATES.	Calcul — Observ.	Passage.	Observ.
17 oct.	— 1s,0	s	O.
23 oct.	+ 2,5	s	F.
24 oct.	+ 1,2	s	F.
2 nov.	— 2,0	s	E.
Moy. . . .	+ 0,1		

3e *Cercle du Jardin.*

Observateurs : B. Barré, C. Callandreau.

DATES.	Calcul — Observ.	Passage.	Observ.
14 avril.	— 1s,0	i	B.
19 avril.	— 3,4	i	B.
20 avril.	— 1,1	i	B.
1 mai	— 0,9	i	B.
3 mai	+ 2,6	i	C.
7 mai	— 1,7	i	C.
8 mai	— 1,8	i	C.
11 mai	— 1,7	i	C.
13 mai	0,0	i	C.
14 mai	— 1,2	i	C.
Moy. .	— 1,0		

DATES.	Calcul — Observ.	Passage.	Observ.
18 oct.	+ 1s,0	s	B.
22 oct.	+ 1,1	s	B.
24 oct.	— 0,7	s	B.
4 nov.	+ 0,6	s	B.
Moy. . . .	+ 0,5		

Résumé. — En donnant à chaque moyenne un poids proportionnel au nombre d'observations, on a :

Avril	1°	— 1s,6	p 14
Octobre . . .		0s,7	p 15
	2°	+ 1s,1	p 5
		+ 0s,1	p 4
	3°	— 1s,0	p 10
		+ 0s,5	p 4

d'où

Avril	— 1,0	p 29
Octobre . . .	+ 0,5	p 24

ce qui donne

$$m = 0^s,75. \text{ »}$$

Postérieurement à cet article, j'en ai écrit un second (*) dans lequel je fais voir que de bonnes observations trahissent

(*) *Bulletin de l'Académie royale de Belgique*, avril 1893.

également la négligence que commettent les astronomes en écrivant δ au lieu de $\delta + r$ dans l'epression de la nutation en Æ.

Je reproduis ici cette preuve :

Les observations de Washingion ont offert deux séries d'observations entièrement réduites, à neuf ans d'intervalle, l'une en 1875, l'autre en 1884.

Au commencement de ces années, la longitude du nœud était de 15° et de 195° respectivement, et le terme correctif du terme principal de la nutation pouvait s'écrire, en secondes de temps,

$$\Delta^2 \alpha = -r \sec^2 \delta \sin 1'' \frac{8{,}98}{15} \cos (\Omega - 15^\circ 40'),$$

qui donnait, en adoptant pour Washington la réfraction moyenne $r = 72''$,

$$\begin{array}{ll} 1875 & \Delta^2 \alpha = -0^s{,}57 \text{ pour } \Omega = 15^\circ \\ 1884 & \Delta^2 \alpha = -0^s{,}40 \text{ pour } \Omega = 195^\circ. \end{array}$$

Ces termes correctifs représentent la différence $\Delta =$ calcul — observation.

Or en 1875, de janvier à juillet, soixante-deux observations ont donné

$$\Delta = -0^s{,}56.$$

En 1884, quarante-huit observations ont donné

$$\Delta = +0^s{,}415 ;$$

ce qui est encore une confirmation très remarquable de notre théorie.

Quelques astronomes m'ayant cependant exprimé des doutes quant à l'exactitude de cette règle, qui a été contestée dans les Comptes Rendus, j'avais pensé d'abord à les lever en déterminant la durée de passage d'une étoile entre les fils extrêmes du réticule d'une lunette méridienne, ne réfléchissant pas à la vitesse plus grande dont est animée l'étoile idéale, et j'avais prié l'éminent directeur de l'Observatoire de Naples (à cause de la réfraction plus considérable de la polaire sous cette latitude) de bien vouloir faire effectuer quelques déterminations de la distance des fils du réticule par l'observation de circompolaires et d'équatoriales.

Avec la plus aimable obligeance, dont je lui suis très reconnaissant, M Fergola s'est empressé de me faire parvenir une série de déterminations d'où il est résulté à l'évidence que c'est bien $\operatorname{tg} \delta$ et non $\operatorname{tg} (\delta + r)$ qui doit intervenir dans le calcul de cette distance.

Mais ce fait, qui provient de ce que la vitesse de l'étoile idéale $(\delta + r)$ n'est pas la même que celle de l'étoile réelle (δ), ne prouve rien quant à la formule de réduction en Æ ; et cette dernière question devait encore être élucidée.

C'est ce que nous nous sommes proposé de faire au moyen d'une serie d'observations dont la précision compense la faiblesse relative de la réfraction.

Ces observations sont celles de la Polaire effectuées de 1861 à 1875 par Wagner, à Poulkova. Afin d'éliminer les erreurs qui peuvent provenir d'un déplacement du pôle, nous n'avons pris que les Æ qui résultent de la combinaison d'un passage supérieur avec un passage inférieur consecutif ou à peu près.

Et pour obtenir une variation appréciable en Æ, nous avons choisi deux séries, la première dont la date moyenne est 1862.0 ($\Omega = 267°$), la seconde, 1870.8 ($\Omega = 96°20'$), en sorte que les longitudes du nœud diffèrent à peu près de 180°.

Le formule de réduction appliquée par Wagner est, quant au terme nodal de la nutation affecté du facteur $\operatorname{tg}\delta$:

$$\begin{aligned}\Delta\alpha &= \operatorname{tg}\delta\,(6''.865 \sin\alpha \sin\Omega - 9''.225 \cos\alpha \cos\Omega)\\ &= -\operatorname{tg}\delta\, 9''.036 \cos(\Omega + 15°7') \quad \text{Polaire 1865.0,}\end{aligned}$$

terme de réduction au lieu apparent, que nous aurons à changer de signe pour la réduction au lieu moyen.

Si cette formule est correcte, il ne doit pas y avoir de différence entre les Æ moyennes rapportées à 1865.0, que Wagner a déduites de ses observations de 1861-1862 et de 1870-1871. Si elle est incorrecte, il faudra ajouter à la valeur déduite des premières observations :

$$\sin 1''r \sec^2\delta\, 9'' \cos 280°;$$

à la seconde

$$\sin 1''r \sec^2\delta 9'' \cos 109°,5.$$

L'excès de la seconde sur la première devra donc être

$$+ \sin 1''.2r \sec^2\delta\, \frac{9}{15} \sin 85° \sin 15°$$

en secondes de temps.

En prenant 34″ pour la réfraction moyenne de la Polaire à Poulkova, et pour δ la déclinaison moyenne pour 1865.0, 88° 35′,4, on trouve 0″.084.

La moyenne des cinquante et un couples d'observations que j'ai relevés dans les années 1861-1862 est

$$1^h\, 9^m\, 38^s,80$$

celle des vingt-huit couples de 1870-1871 :

$$1^h\, 9^m\, 38^s,84.$$

Différence $0^s,04$, deux fois moindre, à la vérité, que celle qui est donnée par le calcul précédent, mais de même sens.

Si les erreurs que nous avons signalées n'avaient d'autre résultat que de modifier l'Æ de la polaire calculée par les astronomes, elles seraient fort aisément réparables.

Mais elles ont des conséquences bien autrement graves.

C'est au moyen des Æ observées et calculées de la polaire que les astronomes déterminent, en effet, le méridien et l'azimut de leurs mires; et c'est au moyen de cette détermination qu'ils calculent ensuite les Æ des autres étoiles qu'ils ont observées. L'influence de l'erreur commise dans le calcul de l'Æ de la polaire se répercute par conséquent dans celui de toutes les étoiles observées.

La négligence de la réfraction dans l'expression de l'aberration en Æ, et celle des termes périodiques de l'aberration systématique sont certainement aussi l'une des causes pour lesquelles ont a très fréquemment trouvé, pour les observations en Æ, une valeur trop forte pour la constante de l'aberration.

Dans un travail que j'ai préparé sur ce sujet, et fondé sur les Æ de la Polaire observées à Poulkova de 1862 à 1872, d'où Nyrén a déduit une correction positive très forte de la constante de l'aberration, j'ai relevé, en vue surtout du calcul de l'aberration systématique, toutes les observations faites en mai, juin et en octobre, novembre, décembre; j'ai commencé par introduire dans les résidus n, donnés par les observations, la correction r qui résulte de la combinaison de l'aberration et de la réfraction. La somme des carrés des résidus, multipliés par les poids, est bien moindre après que cette correction a été introduite : nouvel argument en faveur de l'exactitude de celle-ci, et tiré d'observations dont nul ne contestera la précision

Le tableau ci-dessous donne le nombre p des Æ relevées, les moyennes n des résidus obtenus en retranchant la moyenne générale ($58^s.79$) de la valeur donnée par l'observation, la correction r provenant de la réfraction, les nouveaux résidus $n' = n + r$, enfin les sommes Σpn^2.

	p	n	+	r	=	n'
5 mai	22	$-0^s.27$		+0.18		−0.09
15 mai	55	−0.05		0.16		+0.11
25 mai	20	−0.15		0.13		−0.02
5 juin	28	−0.03		0.11		+0.08
15 juin	19	−0.04		0.08		+0.05
15 octobre	15	+0.09		−0.19		−0.28
25 octobre	7	+0.03		−0.18		−0.15
5 novembre . . .	5	+0.40		−0.17		+0.23
15 novembre . . .	5	−0.17		−0.16		−0.33
25 novembre . . .	7	+0.19		−0.13		+0.06
5 décembre . . .	11	−0.02		−0.11		−0.13
18 décembre . . .	9	+0.21		−0.07		+0.14
Σpn^2 . . .		4.04				3.22

Il serait vraiment étrange que les observations de Paris, de Washington et même de Poulkova, concourussent à confirmer une règle bien fondée, ce me semble, en théorie, et que cette règle fût fausse ! Il faudrait, en tous cas, pour démontrer cette fausseté, de bien bons arguments, appuyés, comme les miens, par des séries de bonnes observations.

On peut donc considérer comme établi en théorie, et confirmé par les meilleures observations, que

Dans les formules de réduction en Æ, c'est la déclinaison apparente qu'il faut introduire dans les facteurs $\operatorname{tg}\delta$ **ou** $\sec\delta$.

F. F.