

*Sur les variations de la latitude; par F. Folie, membre de l'Académie.*

A l'occasion des variations (réelles ou apparentes) de la latitude qui résultent des observations faites à Berlin, à Potsdam et à Prague, et qu'Yvon Villarceau avait déjà signalées il y a plus de vingt ans dans les observations de Paris, plusieurs astronomes des plus distingués ont imaginé que certains phénomènes météorologiques pouvaient occasionner des variations de l'espèce (KÜSTNER, *Neue Methode*, Berlin 1888; ALBRECHT, *Astron. Nachr.*, n° 3010, et TISSERAND, *Bulletin astronomique*, septembre 1890).

Afin de préciser, nous extrayons de cette dernière publication le passage suivant, qui indique que l'auteur considère des variations plus ou moins considérables de la pression atmosphérique, d'un hémisphère à l'autre, comme capables de produire un déplacement de l'axe polaire.

« M. Förster a communiqué les résultats de M. Küstner au congrès de Salzbourg (1888), en même temps qu'il indiquait les phénomènes météorologiques comme une cause possible des variations de la latitude. On trouve à ce sujet, dans le tome II de la *Géodésie supérieure* de M. Helmert, quelques lignes où il estime que les variations de latitude causées par les phénomènes météorologiques pourraient atteindre seulement quelques centièmes de seconde; il ajoute, il est vrai, que Sir W. Thomson aurait trouvé que ces variations pourraient s'élever à 0",5; nous ne croyons pas que ce dernier calcul ait jamais été publié en détail, avec les hypothèses sur lesquelles il

repose. Toutefois, on peut prouver (p. 489 du tome II de mon *Traité de mécanique céleste*) que, si l'on transportait de la latitude moyenne  $+ 45^\circ$  à la latitude  $- 45^\circ$  une masse d'eau de  $0^m,10$  d'épaisseur recouvrant le dixième de la surface terrestre, l'axe principal serait dévié de  $0',16$ . Le poids d'une colonne d'eau de  $0^m,10$  équivaut à celui d'une colonne de  $0^m,007$  de mercure; on conçoit donc qu'un changement notable de la pression barométrique puisse entraîner des effets du genre considéré. » (B. A., l. c., p. 344, et TISSERAND, *Mér. céleste*, l. c.)

Sans doute, en considérant, — ce qui est permis au point de vue analytique, — le sphéroïde terrestre comme composé de la Terre et de l'atmosphère, on pourra dire que, si une partie considérable de l'atmosphère se trouvait subitement transportée du nord au sud de l'équateur, il en résulterait un faible déplacement de l'axe principal de ce sphéroïde.

Mais cet axe principal n'est pas celui de la Terre proprement dite; c'est un axe purement fictif, qu'on peut absolument se dispenser de considérer dans l'étude du mouvement de rotation de la Terre, comme nous allons le démontrer.

Dans cette étude, il est permis, comme on le sait, d'analyser le mouvement du système, composé de la Terre et de l'atmosphère, en faisant abstraction de cette dernière, pourvu qu'on tienne compte des actions qu'elle exerce sur la Terre.

Dans le but de simplifier la démonstration, nous commencerons par supposer à la Terre une forme sphérique; peu importe, du reste, la distribution des masses dans l'intérieur de cette sphère, en sorte que ses trois moments d'inertie principaux peuvent être tout à fait quelconques.

Du moment que la forme de la Terre est sphérique, quelle que puisse être la distribution des pressions dans l'atmosphère, on sait que toutes ces pressions sont normales à la surface, et que, par suite, leurs lignes d'action passent toutes par le centre de la sphère. Les pressions de l'atmosphère ont donc des moments absolument nuls autour de ce centre, et ne peuvent altérer en rien le mouvement de rotation qui a lieu autour de lui. Il est vrai que nous avons fait abstraction des frottements de l'atmosphère sur la Terre; mais ce ne sont pas ces frottements auxquels il a été fait allusion dans les lignes citées plus haut.

Il reste donc établi, par les principes les plus simples de l'hydrostatique, que la distribution des pressions atmosphériques, quelle qu'elle soit, ne peut exercer absolument aucune influence sur le mouvement de rotation de la Terre, en supposant que la surface de celle-ci soit celle d'une sphère.

Mais, si l'atmosphère n'a pas d'action sur le mouvement de rotation de cette sphère, il va de soi qu'elle ne peut nullement déplacer ses axes d'inertie; car tout déplacement de l'un de ces axes entraînerait nécessairement une variation dans le mouvement de rotation.

Il ne serait pas aussi simple de démontrer qu'il en est de même pour le cas d'un sphéroïde aplati, qui est le cas de la Terre.

Toutefois, on peut affirmer que, si une variation de pression d'un hémisphère à l'autre peut exercer, en ce cas, une influence sur la position de l'axe d'inertie fictif du système formé de la Terre et de l'atmosphère, cette influence sera de l'ordre de l'aplatissement.

Elle se réduirait donc, non à des centièmes de seconde, mais à des dix-millièmes de seconde bien probablement.

Il est à remarquer que, dans ce qui précède, je ne me suis inscrit en faux que contre la conclusion que j'ai citée, relative à l'influence *directe* d'une variation de la pression atmosphérique sur la position de l'axe principal d'inertie de la Terre, et non contre l'affirmation de Sir W. Thomson, affirmation à laquelle servent bien probablement de base ses idées sur la plasticité de l'écorce terrestre, ni contre celle de M. Schiaparelli, qui suppose également une plasticité suffisante à la Terre (B. A., *ibid.*, p. 345), ni même contre celle de M. Helmert, qui attribue à l'influence d'une couche de neige ou de glace sur l'hémisphère boréal un déplacement de 0",01 à 0",02 tout au plus dans la direction de l'axe de la Terre (*Höhere Geodäsie*, II, 422).

Toutefois, je répéterai ici ce que j'ai dit précédemment (1) sur ces variations de la latitude, c'est que j'hésiterai à les croire réelles aussi longtemps que je ne serai pas fixé sur plusieurs points encore obscurs des formules de réduction.

Comme cette question des variations de latitude préoccupe à bon droit les astronomes, et que je ne me suis pas encore complètement expliqué au sujet de ces points obscurs, je vais tâcher de faire saisir nettement quels sont ces points, et pourquoi je les trouve obscurs.

Nul n'ignore que tous les géomètres ont exclusivement étudié le mouvement de la Terre considérée comme un corps solide.

---

(1) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, 5<sup>e</sup> série, t. XX, n<sup>o</sup> 7, 1890.

Et moi-même, lorsque j'ai établi les formules de la nutation diurne de l'axe du monde, en regardant la Terre comme composée d'un noyau fluide à sa surface et d'une écorce solide, je me suis borné, jusqu'à présent, à étudier séparément les mouvements du noyau et de l'écorce considérés comme solides, et à appliquer à ces mouvements ce théorème démontré par M. Ronkar : Dans les mouvements à très courte période, l'écorce est indépendante du noyau ; dans les mouvements à très longue période, elle en est solidaire.

Qu'arrive-t-il dans les mouvements à période intermédiaire ?

C'est là ce qu'une analyse tout à fait complète et, par suite, fort difficile du mouvement de l'écorce, établie en tenant compte du frottement et des réactions du noyau, pourra seule établir.

Néanmoins, on sait, par l'analyse de M. Ronkar, que, pour ces mouvements à période intermédiaire, il n'y a ni solidarité, ni indépendance absolues entre le noyau et l'écorce. Et W. Thomson avait déjà antérieurement exprimé la même opinion.

Il en résulte que, si l'on peut considérer la précession, et peut-être le terme nodal de la nutation, comme étant les mêmes pour l'écorce, à cause de son entraînement par le noyau dans les mouvements à très longue période, et pour la Terre supposée tout entière solide, il n'en peut plus être ainsi pour les termes de la nutation à période plus courte.

Déjà, dans l'*Annuaire de l'Observatoire royal pour 1890*, j'avais, pour ce motif, émis des doutes sur l'exactitude de la période de 305 jours attribuée par les astronomes à la nutation initiale, et calculée dans l'hypothèse d'une Terre solide.

Les meilleures observations sont venues confirmer mes doutes et m'ont permis de déterminer, de la manière la plus certaine, la durée de cette période, que j'ai trouvée de 336,5 jours au lieu de 305 (1).

Et non seulement les valeurs que j'ai attribuées, pour différentes époques, à l'angle qui fixe la position du pôle instantané de rotation à la surface de la Terre, concordent fort bien entre elles, grâce à cette nouvelle période; mais j'ai même pu, en l'adoptant, faire concorder entre elles également les valeurs déterminées par Peters, Downing et Nyrén en 1842, 1850 et 1870, tandis que ces deux derniers astronomes ne savaient comment expliquer l'écart considérable qui existait entre leurs déterminations respectives, de même qu'entre celles-ci et celles de Peters, persuadés qu'ils étaient de l'exactitude théorique de la période de 305 jours.

Plusieurs astronomes (DOWNING, *Monthly Notices*, vol. XL, p. 430; KÜSTNER, *l. c.*, p. 53) pensent même, avec sir W. Thomson, qu'il se présenterait à certaines époques des variations brusques dans l'amplitude ou la phase de ce mouvement.

Toutes les déterminations que j'en ai faites depuis 1824 jusqu'à 1843, ajoutées à celles de Downing et de Nyrén pour 1850 et 1872, accusent, au contraire, une régularité parfaite qui se traduit par un accroissement annuel de 390°,5 pour l'arc décrit, à la surface de la Terre, par l'axe instantané de rotation.

Voici, en effet, les valeurs de cet arc qui ont été déterminées par Peters, Nyrén, Downing, et moi-même pour

(1) *Comptes rendus*, mai 1890. *Bull. Acad.*, juillet 1890. *Ann. Observ.* pour 1891.

différentes dates, ces valeurs étant toutes ramenées au méridien de Poulkova.

La dernière colonne du tableau (obs.-calc.) donne la différence qui existe entre la valeur déterminée par l'observation et la valeur calculée, en partant de celle que j'ai trouvée pour 1824, et en adoptant mon accroissement annuel de 390°,5.

	Calcul.	Observation.	Obs.-calc.
1824 . . . . . F. F. . . .	"	151°5	
1838 . . . . . " . . . .	218°5	213,5	- 5°
1842 . . . . . Peters (1). . .	340	344,6	+1,6
1850 . . . . . Nyrén (2). . .	224	224	0
1872 . . . . . Downing (3).	175	175	0

(1) *Astr. Nachr.*, 123.  
 (2) *Bestimm der Nut. der Erdaxe*, p. 36.  
 (3) *Monthly notices*, vol. XL, p. 432. (Valeur ramenée à Poulkova.)

Quant à l'amplitude, l'accord est tout aussi parfait.

Les observations de Struve pour 1823, 1824 et 1825 m'ont respectivement donné 0",075, 0",084 et 0",084. Peters avait trouvé, pour 1842, 0",075, et Downing, par les observations de Greenwich, de 1868 à 1877, 0",079. On peut donc adopter avec confiance la valeur moyenne 0",08 pour la constante de la nutation initiale.

A l'accroissement annuel de 390°,5, que j'ai déduit des meilleures observations, ce qui y satisfait d'une manière remarquable, comme on vient de le voir, correspond une

période de 336,5 jours, au lieu de celle de 305 jours que les astronomes ont adoptée jusqu'à présent.

Le calcul de cette dernière période, je l'ai dit, est fondé sur l'hypothèse d'une Terre solide.

La période est fautive, l'hypothèse l'est donc aussi.

Mais tous les termes de la nutation, à l'exception du terme nodal, déterminé par l'observation, ont été calculés également dans l'hypothèse d'une Terre solide.

Les coefficients de ces termes sont donc incorrects.

Dans la suite de cette exposition, je ferai abstraction des termes lunaires, à cause de leur peu d'importance et de la brièveté de leur période, qui font que leur influence est noyée dans les résultats déduits d'un grand nombre d'observations, et je m'occuperai exclusivement des termes solaires.

Ceux-ci sont, les uns de période semestrielle, les autres de période annuelle.

Or, nous venons de voir que la période de la nutation initiale, qui est presque annuelle également, doit être augmentée du dixième environ de sa valeur théorique, calculée dans l'hypothèse d'une Terre solide, pour concorder avec l'observation.

Les astronomes savent que la valeur de cette période est l'inverse de la valeur  $\frac{C-A}{A}$  qui leur sert à calculer les termes de la nutation.

Si l'on peut admettre que ce coefficient doit se déterminer de la même manière pour des périodes de même longueur, il en résultera que les coefficients des termes solaires annuels doivent être diminués environ du dixième de leur valeur; mais quant aux coefficients des termes semestriels, on ne peut affirmer qu'une chose, c'est qu'ils sont incorrects; et le seul moyen de trouver leur valeur véritable est de recourir à l'observation.

« Car, dans les problèmes de cette nature, la difficulté (des intégrations) nous force de négliger, presque à chaque pas, quelque terme qui nous arrête; ce qui revient au fond à négliger une partie des causes du phénomène, tandis que l'observation, qui ne s'attache qu'au résultat, tient tacitement compte de toutes les causes, connues ou inconnues, qui peuvent y concourir (POINSOT, *Add. à la Conn. des Temps*, p. 1858). »

Si nous sommes parvenu à faire pénétrer dans l'esprit des astronomes les vérités qui précèdent, ils n'hésiteront pas à admettre les conséquences, très graves cependant, que nous allons en tirer.

Il va de soi, en effet, que si les termes solaires de la nutation doivent être soumis à revision au moyen de bonnes observations, il en est de même de la constante de l'aberration, puisque les termes de l'aberration ont une période annuelle, c'est-à-dire exactement la même que celle de certains termes solaires, exactement double de celle des autres; il en est de même aussi de ceux de la parallaxe dont la période est également annuelle.

Et peut-être la difficulté que les astronomes ont toujours éprouvée dans la détermination des parallaxes absolues, tient-elle précisément à l'incorrection que je viens de signaler dans les formules de réduction.

Ajoutez à cela que les astronomes n'ont encore tenu compte ni de la nutation diurne, ni des termes de l'aberration qui proviennent de la combinaison de la vitesse annuelle de la Terre avec la vitesse de transport du système solaire, comme je l'ai fait remarquer récemment (1), et vous connaîtrez exactement quels sont les points qui

(1) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, 5<sup>e</sup> série t. XX, n° 11, 1890.

sont encore obscurs, pour moi, dans les formules des réductions stellaires.

Il est à remarquer que les principaux d'entre ces points concernent les termes annuels.

Or, on peut s'assurer aisément, et par les variations de latitude constatées à Berlin, à Potsdam et à Prague (1), et par celles qu'Yvon Villarceau avait déjà constatées à Paris (2) au moyen des observations faites de 1836 à 1871, que ces variations ont une période presque exactement annuelle.

Et comme les termes dont je viens d'établir l'incorrection certaine sont aussi des termes annuels, on conçoit que c'est seulement quand leurs coefficients auront été bien déterminés par des séries de bonnes observations, que je pourrais me résoudre à admettre comme réelles les variations de latitude signalées, si elles persistaient encore après qu'on aurait fait usage des nouvelles valeurs trouvées pour ces coefficients.

Il est difficile de prévoir dans quel sens la correction des termes solaires de la nutation influera sur la détermination de la constante de l'aberration.

Faudra-t-il la diminuer, comme M. Küstner l'avait conclu d'abord de ses observations très précises sur la latitude de Berlin?

Et, fait remarquable, des sept couples d'étoiles dont il a fait usage, pas un seul ne lui a donné une correction positive ou nulle pour cette constante.

Mais son respect pour l'autorité de W. Struve et de son école, respect qui témoigne en faveur de la modestie de

(1) *Astr. Nachr.*, n° 5010.

(2) *C. R.*, nov. 1878.

l'auteur, l'empêcha d'admettre cette conclusion « d'autant plus surprenante, dit-il, que les séries récentes d'observations de Poulkova, faites à différents instruments et fondées sur des méthodes différentes, concourent toutes à augmenter la constante de l'aberration, en nombre rond, de 0'',05, comme cela résulte avec une grande certitude (*mit groszer Sicherheit*) de la discussion de Nyrén. » (*L. c.*, p. 45.)

Aussi préféra-t-il chercher dans des phénomènes météorologiques l'explication des variations de latitude qu'il avait constatées par ses observations.

Et c'est encore dans ces phénomènes exclusivement que la plupart des astronomes tendent à voir la cause des variations de latitude constatées tout récemment à Berlin, à Potsdam et à Prague, sans se demander si elles ne résultent pas plutôt d'erreurs ou d'omissions dans les formules dont ils font usage.

Toujours est-il que la constante de Struve, qui devrait être encore augmentée, d'après Nyrén, est déjà trop forte pour s'accorder avec les valeurs admises pour la vitesse de la lumière, la parallaxe du Soleil, et le diamètre équatorial de la Terre.

Si l'on suppose, en effet, la vitesse de la lumière égale à 500 200 kilomètres par seconde (moyenne entre les valeurs trouvées par Cornu, 500 400, et par Michelson, 299 940), la parallaxe du Soleil égale à 8'',86, et le rayon équatorial de la Terre égal à 6378,4 kilomètres, on trouve 20'',52 pour la constante de l'aberration, nombre qui se rapproche très fort de celui de Delambre, 20,255, et surtout de la moyenne 20,543 entre ce dernier et celui de Gläsenapp, 20,431, qui ont été tous deux déduits directement d'un grand nombre d'observations d'éclipses de satellites de Jupiter.

Pour obtenir 20,44, il faudrait, ou diminuer la parallaxe du Soleil, ou diminuer la vitesse de la lumière de  $\frac{1}{200}$  au moins de sa valeur, ou l'une et l'autre à la fois de  $\frac{1}{400}$  environ. Mais les astronomes tendent plutôt à croire que la parallaxe du Soleil est supérieure à  $8'',86$ . Il ne resterait donc plus qu'à admettre qu'il faut réduire de 1500 kilomètres le nombre que nous avons adopté pour la vitesse de la lumière, ce qui donnerait un résultat inférieur même à celui de M. Michelson.

Il est permis d'hésiter à admettre cette conséquence, en présence surtout de la correction que M. Küstner avait déduite, pour la constante de Struve, de ses observations, mais qu'il n'a pas voulu admettre lui-même, et qui donnait le nombre 20,313, si rapproché du résultat théorique calculé ci-dessus, ainsi que de la moyenne de ceux qui ont été déterminés par Delambre et Glasenapp.

L'avenir seul pourra dire quelle est la véritable valeur qu'il faudra attribuer à la constante de l'aberration.

Cet avenir est toutefois assez rapproché, je pense.

Le sujet d'études *spécial* que j'ai assigné à l'Observatoire royal est, en effet, la revision complète, fondée sur la théorie et l'observation, des formules qui servent à déterminer le lieu apparent des étoiles.

Un premier résultat est déjà acquis : la nutation initiale est exactement déterminée, et les astronomes pourront aujourd'hui en corriger leurs observations.

Les recherches sur la constante de l'aberration et sur les coefficients des termes solaires de la nutation sont en bonne voie.

J'espère pouvoir, dès le printemps, en communiquer les résultats à l'Académie.