

## SUR LA NUTATION SÉCULAIRE DE L'AXE DU MONDE.

La Terre tourne, en 24 heures sidérales, autour d'un axe dont les intersections avec sa surface déterminent le pôle boréal et le pôle austral.

Depuis les immortels travaux de Newton, poursuivis par d'Alembert et portés au plus haut degré de perfection par Laplace, on sait que cet axe n'est pas fixe dans l'espace. On avait cru toutefois qu'il est fixe par rapport à la Terre, c'est-à-dire que les pôles du globe sont immobiles à sa surface, jusqu'au moment où l'auteur de la Théorie de la Rotation des Corps fit voir que, si l'axe de rotation d'un corps solide est animé d'un mouvement angulaire dans l'espace, il est nécessairement mobile aussi dans le corps lui-même.

Les pôles de la Terre se déplacent donc à sa surface, en obéissant, dans une mesure que la mécanique céleste peut aisément déterminer, dans l'hypothèse d'une Terre solide, aux différents mouvements dont son axe est animé, dans l'espace, autour du centre de gravité du globe.

Ces mouvements, qui sont connus sous les noms de précession, de nutation, et de variations séculaires en obliquité et en longitude, ne sont pas les seuls qui affectent l'axe du monde, si la Terre est fluide à l'intérieur. Nous avons montré que, dans ce cas, l'axe du monde est soumis à une nutation diurne qu'on ne peut considérer comme insensible, et qui le fait tourner, pendant un demi-jour environ, autour de sa position moyenne.

Un des problèmes les plus délicats de l'astronomie de position consistera à vérifier, par l'observation, l'existence de cette nutation diurne, et à en déterminer la grandeur. On pourra en déduire alors, avec une certaine approximation, l'épaisseur de la croûte solide du globe.

Si cette croûte est assez mince, ses irrégularités superficielles seront de nature à introduire, dans les formules du mouvement annuel et séculaire de l'axe du monde, des termes qui ont été négligés par les Géomètres.

Nous comptons revenir sur ce sujet dans l'un des prochains volumes de l'Annuaire.

Dans la présente notice, nous ne nous occuperons des mouvements de l'axe du monde que dans l'hypothèse d'une Terre entièrement solide, hypothèse qui a servi de point de départ aux théories des Géomètres.

Ils ont divisé ce mouvement en trois parties, dont nous essaierons de donner une notion élémentaire.

Ce mouvement n'existerait pas, c'est-à-dire que l'axe du monde serait absolument fixe, si la Terre était une sphère composée de couches homogènes.

Ce mouvement n'existerait pas non plus si le Soleil et la Lune étaient toujours situés dans le plan de l'équateur terrestre, plan perpendiculaire à l'axe du monde.

Mais la Terre étant renflée à l'équateur, et le Soleil et la Lune étant situés très généralement en dehors du plan de l'équateur, les attractions de ces astres sur le renflement équatorial tendent à élever ou à abaisser celui-ci, et, par suite, puisqu'il est invariablement lié avec la Terre, à élever ou à abaisser le plan de l'équateur terrestre et l'axe du monde, qui est perpendiculaire à ce plan.

C'est cette tendance, combinée avec le mouvement de

rotation de la Terre, qui produit le mouvement de l'axe du monde.

Pour l'analyser, on le rapporte à un plan fixe, et à une droite fixe de ce plan.

Le plan fixe sera celui de l'écliptique d'une époque déterminée, 1800,0, par exemple; la droite fixe sera l'intersection de l'équateur moyen (\*) de la même époque avec ce plan, ou la ligne qui passe par l'équinoxe moyen (\*) du printemps de 1800,0.

Cela fait, la mécanique céleste démontre que le mouvement de l'axe du monde, ou de l'équateur terrestre, se décompose en trois parties :

1<sup>o</sup> Une partie uniforme, appelée *précession des équinoxes*, qui consiste en un mouvement rétrograde et uniforme de la ligne des équinoxes sur le plan fixe.

En vertu de ce mouvement, l'équinoxe du printemps se déplace annuellement de 50'',2 environ sur ce plan; et, comme cette quantité est renfermée 25800 fois dans 560<sup>es</sup>, l'équinoxe accomplit une révolution entière dans le ciel en 25800 ans. Mais, tandis que l'équateur est animé de ce mouvement de révolution, son inclination sur l'écliptique fixe reste invariable; en sorte qu'on peut dire que le pôle moyen, ou l'axe moyen du monde, tourne autour du pôle ou de l'axe de l'écliptique fixe, sans que leur distance ou leur inclination mutuelle varie, dans une période de 25800 ans.

2<sup>o</sup> Une partie périodique, appelée *nutaton annuelle*.

Si l'on fait abstraction de cette deuxième partie du mouvement de l'axe du monde, celui-ci occupera une position

conventionnelle à laquelle on donne le nom de position moyenne.

C'est à cette position conventionnelle que se rapportent les expressions de pôle moyen, d'équateur moyen et d'équinoxe moyen employées ci-dessus.

En tenant compte, au contraire, de la nutaton annuelle de l'axe du monde, on aura ce que les astronomes appellent le pôle, l'équateur et l'équinoxe *vrais*.

(S'il existe une nutaton diurne, cette dénomination de *vrais* ne sera plus que conventionnelle.)

Dans la nutaton annuelle, c'est l'action de la Lune, et surtout la position des nœuds de son orbite (intersection de celle-ci avec l'écliptique qui est prépondérante).

Aussi la période de ce mouvement est-elle celle du mouvement des nœuds de la Lune, ou 18  $\frac{1}{2}$  ans environ.

La nutaton annuelle s'exerce à la fois en obliquité et en longitude, c'est-à-dire qu'elle fait varier et l'obliquité de l'écliptique et la position de l'équinoxe.

3<sup>o</sup> Une partie séculaire, appelée *variations séculaires en obliquité et en précession*.

Les géomètres, tout en ne donnant pas la formule périodique de ces variations, n'ignorent pas, et déclarent même expressément qu'elles sont périodiques, mais que leur période est tellement longue qu'on peut faire abstraction de cette périodicité et se borner à donner les termes de ces variations qui dépendent du carré du temps.

C'est l'examen de ce dernier point qui fait le principal objet de la présente notice.

Nous avons trouvé la formule périodique de ces variations séculaires.

Elle n'est pas de nature à figurer dans cette notice. Aussi

\*) Voir ci-dessous, au 2<sup>o</sup>, la définition du terme « moyen. »

nous bornerons-nous à en signaler les conséquences, et à en vérifier l'exactitude en comparant les résultats qu'elle donne à ceux que Laplace a déduits de la sienne.

Auparavant, il sera utile d'exposer en quelques mots la cause de ces variations séculaires.

Ces dernières n'existeraient pas si le plan de l'écliptique était invariable. Mais les attractions, exercées par les planètes sur la Terre, imprimant à ce plan un mouvement périodique, en vertu duquel : 1° son inclinaison sur le plan de l'écliptique fixe diminue, en un siècle, de 52" d'après Laplace, de 48" d'après Le Verrier, qui a pu employer des données plus exactes sur les masses des planètes, de 47",6 enfin d'après les observations les plus récentes;

2° Son nœud ou son intersection avec l'écliptique fixe a un mouvement rétrograde de 8",7 environ par an, d'après Le Verrier.

En adoptant cette valeur pour le mouvement du nœud, nous avons trouvé que la diminution séculaire de l'obliquité de l'écliptique qui répond le mieux, d'après nos formules, aux observations du commencement de l'ère chrétienne est de 50" environ.

En partant de ces deux données, notre formule des variations séculaires nous a conduit à donner à ces variations le nom de *nutations séculaires de l'axe du monde*, et à définir celle-ci en ces termes :

« Si nous appelons équateur normal un plan, dont l'inclinaison sur l'écliptique d'une époque déterminée est égale à l'obliquité moyenne de cette époque, et dont l'intersection avec ce dernier plan passe, à chaque instant, par l'équinoxe moyen de cet instant, nous pourrions dire que :  
 « En vertu de la nutation séculaire de l'axe du monde, le

« pôle moyen décrit autour du pôle normal, considéré comme fixe, une ellipse dont le grand axe, dirigé vers le pôle de l'écliptique fixe (\*), est sensiblement constant pendant plusieurs siècles, et dans laquelle le rapport du grand axe au petit est égal à celui des cosinus de l'obliquité normale et du double de cette obliquité. »

La limite des écarts, ou des variations du pôle moyen produites par ce mouvement de nutation à longue période, et rapportées au pôle de l'écliptique fixe, ou le maximum absolu des grands axes des éléments d'ellipse décrits par le pôle moyen, est de 1' environ, et l'intervalle de temps nécessaire pour que cette limite soit atteinte est de plus de 15000 ans.

L'époque à laquelle cet écart est le plus considérable tombe, pour le moment le plus rapproché de l'époque actuelle, vers l'an 1240.

Enfin la période de la nutation séculaire est de 50000 ans environ. Cette période diffère peu de celle du mouvement de précession des équinoxes, à cause de la petitesse du mouvement du nœud de l'écliptique, mouvement qui ne s'élève qu'à 8",7 par an.

Il nous reste à montrer l'accord qui existe entre notre formule et les observations anciennes ; car, pour les observations modernes, elle concorde avec la formule usitée chez les astronomes, et qui ne tient compte que du terme dépendant du carré du temps ; les autres termes, que l'on trouverait par le développement de notre formule, sont en effet trop peu importants pour une période de temps assez courte.

Afin de comparer notre formule à celle de Laplace, qui a, sur la formule habituellement usitée, l'avantage de renfermer

(\*) Écliptique moyenne de l'époque.

des termes périodiques, nous l'avons appliquée au calcul des anciennes mesures de l'obliquité rapportées, par le grand géomètre, dans la *Connaissance des Temps* pour 1811.

Nous avons exclu toutefois l'observation de Pythéas (— 550), celle de Li Tchou Foung (+ 629), et celle d'Ulough Begh (1457), comme trop incertaines.

Quant à Pythéas, en premier lieu, d'après Madler (*Geschichte der Himmelskunde*, t. I, p. 50) « quelques-uns le font contemporain d'Alexandre, d'autres le reportent à une époque postérieure d'un siècle environ. » En second lieu, ses observations devaient être fort peu précises, puisqu'il « trouva que la longueur de l'ombre, au temps du solstice d'été, avait, à l'égard de la hauteur du gnomon, la même proportion à Marseille qu'à Byzance.... Il est bien fâcheux qu'il n'y ait pas plus de certitude sur le lieu, ni sur l'époque de cette observation. » (Bailly, *Histoire de l'Astronomie ancienne*; Paris, 1775; p. 236.)

En ce qui concerne les observations chinoises de l'an 50, leur écart considérable avec les formules indique amplement qu'il convient de les rejeter. Laplace entre, à leur sujet, dans des développements qui ne peuvent être résumés ici.

Pour celles de l'an 629, elles doivent avoir été peu précises, puisque la latitude que Laplace en a déduite pour la ville de Siganfou est de 55°5' supérieure à la latitude réelle (*L. c.*, p. 442). Ces observations ne peuvent, du reste, concorder avec celles faites en 1279 par le plus grand astronome qu'ait eu la Chine, au témoignage de Laplace.

A l'observation défectueuse d'Ulough Begh enfin, nous avons substitué celle de Regiomontanus, qui date de la même époque environ, et qui est certainement beaucoup plus exacte.

On sait que Laplace avait adopté une diminution séculaire de 52". En admettant d'abord une valeur uniforme de 50", nous avons trouvé que, pour les années appartenant à l'ère chrétienne, notre formule donne des résultats un peu plus concordants avec les observations que celle de Laplace; mais qu'en appliquant les deux formules, avec cette même variation séculaire, aux observations antérieures à l'ère chrétienne, les résultats de la nôtre sont de beaucoup les plus concordants, comme il résulte des nombres suivants qui indiquent les différences entre l'observation et le calcul fait d'après les deux formules.

ANNÉES.	O-F	O-L
— 50	2'22",6	2'41",2
— 250	0 55 9	1 6 3
— 350	3 51 0	4 4 0
— 1100	2 37	3 6

Cet accord entre notre formule et les observations les plus reculées nous a engagé à rechercher une expression empirique de la variation séculaire qui conduirait à des résultats aussi satisfaisants que possible, et partant, pour l'époque actuelle, de la valeur 47",6, qui semble la meilleure.

Voici quels sont les écarts qui résultent de notre formule et de l'adoption de la valeur empirique

$$E_1 = - 0,476 + 0,000018 t \text{ (").}$$

Nous avons consigné également dans ce tableau les écarts trouvés par Laplace en partant de la valeur  $E_1 = - 0,52$ .

(\*) Nous sommes très reconnaissant à M. Wouters, assistant à l'Observatoire royal, du labeur auquel il a dû se livrer pour trouver, d'après nos données, cette formule empirique.

ANNÉES.	O-L	O-F
- 1100	+ 2' 47,1	+ 1'16'',4
250	- 12 0	- 3 9
+ 173	- 44 1	- 7 0
+ 461	- 1 0 7	- 13 6
+ 880	+ 28 0	+ 7 5
+ 1000	- 24 0	- 3 4
+ 1270	- 20 0	- 6 4
+ 1487		+ 6 2

A part la première observation, qui, vu sa date excessivement éloignée, ne peut pas inspirer une très grande confiance, on voit combien les écarts que donnent nos formules sont insignifiants.

Il semblerait donc que la formule empirique, au moyen de laquelle nous avons exprimé la valeur qu'il faut attribuer à la diminution séculaire de l'obliquité, pour obtenir celle-ci avec exactitude à des époques très reculées, est aussi satisfaisante que possible.

Mais on voit qu'elle attribue à cette diminution séculaire une variation de beaucoup plus considérable que celle qui résulte des formules de Le Verrier.

Y aurait-il là une question nouvelle, dont il appartiendrait à la Mécanique céleste de rechercher la solution ?

F. F.