

1796

Folie

TRENTE-CINQ ANNÉES

DE TRAVAUX MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

PAR

F. FOLIE

DIRECTEUR HONORAIRE DE L'OBSERVATOIRE ROYAL, MEMBRE DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE,
DE L'ACADÉMIE PONTIFICALE DES NUOVI LINCEI, ETC.

Estratto dalle Memorie della Pontificia Accademia Romana dei Nuovi Lincei vol. XXII

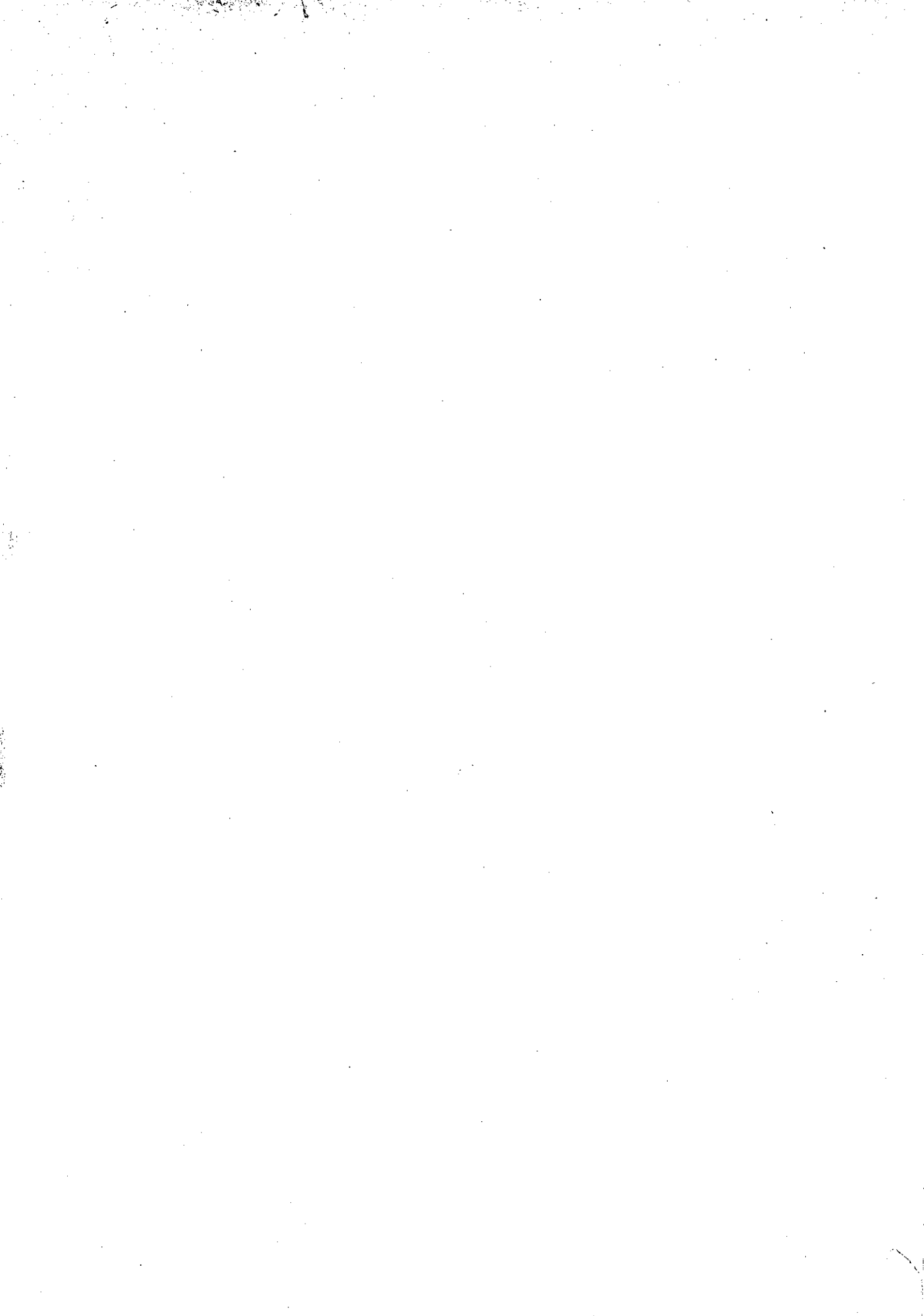
ROMA

TIPOGRAFIA DELLA PACE DI F. CUGGIANI

Piazza della Pace 35.

1904





TRENTE-CINQ ANNÉES
DE TRAVAUX MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

PAR

F. FOLIE

DIRECTEUR HONORAIRE DE L'OBSERVATOIRE ROYAL, MEMBRE DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE,
DE L'ACADÉMIE PONTIFICALE DES NUOVI LINCEI, ETC.

Estratto dalle Memorie della Pontificia Accademia Romana dei Nuovi Lincei vol. XXII



ROMA
TIPOGRAFIA DELLA PACE DI F. CUGGANI
Piazza della Pace 35.
1904

TRENTE-CINQ ANNÉES DE TRAVAUX MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

PAR

F. FOLIE

Directeur honoraire de l'Observatoire royal, membre de l'Académie royale de Belgique,
de l'Académie pontificale des Nuovi Lincei, etc.

(Suite)

CHAPITRE V.

Fondements de l'astronomie sphérique du XX^e siècle.

§ 1. THÉORIE DU MOUVEMENT DE ROTATION DE L'ÉCORCE TERRESTRE.

1. Mes hésitations au sujet de la nutation chandlérienne n'ont pris fin que quand j'eus trouvé les équations du mouvement de rotation de l'écorce terrestre ¹. Les principaux résultats en sont les suivants :

“ La précession et la nutation générale sont absolument les mêmes pour l'écorce que pour la Terre solide, à part quelques différences minimales dans les coefficients des termes solaires ; la nutation eulérienne également.

La nutation diurne est propre à l'écorce seule ; son coefficient dépend de la différence B-A des moments d'inertie de celle-ci.

Et de plus il existe, pour l'écorce, deux termes à constantes arbitraires, dont la période dépend aussi, exclusivement, de ses moments d'inertie, l'un de nutation générale, rétrograde, l'autre de caractère eulérien, c'est-à-dire d'une période de 1 jour moins une petite fraction „.

Ce dernier terme est le terme chandlérien, et voilà son explication purement théorique ; la petite fraction serait de $\frac{1}{430}$ environ si la période de Chandler est bien déterminée.

¹ Voir *Théorie du mouvement de rotation de l'écorce terrestre*, 1898.

L'est-elle? J'en doute encore, parce que, dans toutes les déterminations qu'il en a faites, Chandler a négligé la nutation eulérienne, et que cette négligence d'un terme à période de 300 jours peut lui avoir fait trouver une valeur trop faible pour sa propre période.

La recherche doit en être reprise à nouveau, en même temps que celle de la période eulérienne, qui n'est peut-être pas tout à fait exactement de 305 jours.

Je me suis occupé de la question, non dans le but de déterminer ces périodes, ce qui exigerait un travail au-dessus de mes forces, mais pour vérifier ma théorie.

2. Voici ce que j'en disais en 1898 ¹:

“ La théorie du mouvement de rotation de l'écorce terrestre, que nous avons publiée récemment, révèle, pour l'axe d'inertie de celle-ci, deux nutations d'un caractère diurne; la première est la nutation eulérienne proprement dite; sa période, qui dépend surtout des moments d'inertie du noyau, est de 305 jours pour la Terre solide, ou pour notre *ellipsoïde fictif*, et elle est la même pour l'écorce; la période de la seconde dépend des moments d'inertie de l'écorce, et ne peut donc être déterminée que par l'observation. Nous avons admis qu'elle est celle que Chandler a découverte, mais à laquelle nous n'avons pas cru pendant longtemps, vu le manque d'une explication théorique tant soit peu satisfaisante. Indépendamment de la nutation eulérienne et de la nutation chandlérienne, il existe, pour l'écorce, une troisième nutation, de caractère non diurne, qui vient donc s'ajouter aux termes de la nutation générale. Cette nutation a la même période que la chandlérienne; son sens est rétrograde; son coefficient, comme celui des deux autres, du reste, est une constante arbitraire.

Il va de soi que la nutation eulérienne et la chandlérienne, à raison de leur caractère diurne, s'éliminent toutes deux dans l'expression de la somme des déclinaisons (ou des ascensions droites) et, par suite, dans celle de la différence des latitudes prises à douze heures d'intervalle, tandis que la nutation générale, et, par conséquent, le nouveau terme théorique que nous avons trouvé, ne s'y éliminent pas.

¹ Bull. de l'Acad. roy. de Belgique, août 1898.

Quoique l'existence de la nutation chandlerienne, absolument inexplicable pour une Terre solide, soit un critérium certain de la fluidité de la Terre en dessous de son écorce, il nous a paru très intéressant de le renforcer encore, en établissant l'existence du nouveau terme bradléen, qui ne peut absolument pas se rencontrer dans la théorie du mouvement de rotation d'une Terre solide.

Si les formules de nutation étaient correctes, ce terme serait fort aisé à découvrir dans la différence des latitudes, ou dans la somme des ascensions droites, prises à douze heures d'intervalle.

Celles-ci, en effet, ne pourraient renfermer que les corrections des termes de la nutation générale, de ceux de l'aberration et de ceux de la nutation diurne. Et c'est ainsi que nous avons pu le mieux déterminer cette dernière ¹.

Nous sommes fondé à croire, toutefois, qu'il y a également une correction à apporter aux termes dépendants de la simple longitude du Soleil, que cette correction provienne, soit d'une erreur sur celle des termes solaires, soit de l'existence, pour l'axe de l'écorce, d'une nouvelle nutation solaire.

Il se passera longtemps encore avant que l'ensemble de ces dernières corrections (nutation solaire et aberration) soit bien connu.

Et peut-être le moyen le plus simple de résoudre le problème serait-il de le scinder, c'est-à-dire de déterminer exactement, à moins de $0''.01$ près, la parallaxe du Soleil, pour en déduire la valeur de la constante de l'aberration.

La théorie du mouvement de rotation de l'écorce terrestre a donc établi l'existence de la nutation chandlerienne, mais elle a montré, en outre, que celle-ci n'est pas une modification de la nutation eulérienne, comme on le croit, et que cette dernière existe également pour l'écorce et pour le noyau.

Quant au terme solaire de Chandler, à caractère diurne, il peut s'expliquer, comme nous l'avons dit, ou par un déplacement météorologique du pôle d'inertie ², ou par des déviations pério-

¹ *Revision des constantes de l'astronomie stellaire*. Bruxelles, Hayez, 1896.

² Voir *Essai sur les variations de latitude*, 1893.

diques de la verticale, provenant de la non-coïncidence des centres de gravité de l'écorce et du noyau ¹.

Ainsi se trouve expliqué le phénomène, jusqu'à présent si obscur, de la variation des latitudes.

Quant au sens précis de cette expression, aujourd'hui courante dans la science, il nous sera permis de rappeler que nous n'avons jamais varié à son sujet ².

Ce n'est pas à dire que nous niions absolument la possibilité de variations *réelles* de la latitude, rapportée à l'un ou l'autre pôle : celles-ci surviendraient s'il existait un déplacement mécanique du pôle d'inertie, provenant soit de l'accumulation des neiges hivernales au pôle, soit des déformations élastiques de l'écorce.

C'est ce que l'étude de cette question si intéressante, poursuivie dans la voie théorique que nous venons d'indiquer, pourra révéler un jour, en même temps qu'elle répandra la lumière sur bien des points, encore imparfaitement connus, des formules de réduction au lieu apparent.

C'est l'ancienne méthode de Laplace et de Bessel, abandonnée à tort depuis trente ans, qui sera reprise sous peu, appropriée à l'écorce terrestre, par tous les astronomes qui voudront se rendre compte par eux-mêmes de l'exactitude des formules dont ils font usage „.

Ma théorie du mouvement de rotation de l'écorce terrestre signale, indépendamment de la nutation diurne, l'existence d'un terme de nutation générale (c'est-à-dire le même pour tous les observatoires) à période chandlerienne, et celle de deux termes dont la période est de $\frac{1}{1+\epsilon}$ jour, ϵ étant égal à 305 pour l'un, à 430 pour l'autre.

A ces deux termes, il faut en ajouter un de même forme, provenant des circonstances météorologiques, et pour lequel ϵ est égal à 365.

J'ai recherché le terme rétrograde par les observations de la polaire faites en déclinaison par Peters (origine 11 Juillet 1843) en AR par Lindhagen (origine 11 Avril 1843).

¹ Nous reviendrons ci-dessous sur ce point important.

² Voir *Des préjugés en astronomie*, 1892.

Les constantes angulaires ont été trouvées respectivement égales à $4^{\circ}30'$ (11 Juillet) et à $39^{\circ}30'$ (11 Avril), ce qui indique un mouvement rétrograde ; les constantes numériques $0''.033$ (Peters) et $0''.117$ (Lindhagen).

La dernière valeur est certainement trop forte. La première, malgré sa petitesse, a abaissé la somme des carrés des résidus, de 6.11 à 1.61, et, par suite, a diminué de plus de moitié l'erreur probable d'une observation.

On peut donc regarder comme certaine l'existence d'un terme rétrograde de nutation générale à période chandlérienne, quoique les constantes n'en soient pas encore déterminées. Et c'est là le critérium le plus convaincant de la fluidité intérieure du globe, puisque, pour une Terre solide, il ne peut exister nul terme rétrograde de nutation.

3. Un fait que je tenais à vérifier empiriquement, puisqu'il est nié par tous les astronomes, est celui de l'influence de la nutation initiale (eulérienne et chandlérienne) en AR.

D'après eux, il n'y a aucune différence entre les AR d'une étoile, observées à ses passages supérieur et inférieur consécutifs ; d'après mes formules, il doit y en avoir une, qui permettra de déterminer les constantes des trois nutations à période diurne, l'eulérienne, la chandlérienne et l'annuelle (j'emploie par abréviation le mot de nutation pour désigner ce dernier terme qui provient d'un déplacement de l'axe d'inertie).

Les AR de la polaire observées par Lindhagen et par I. W. Struve m'ont conduit aux résultats suivants.

Dans l'ordre de leur importance ces trois termes seraient l'annuel, le chandlérien, l'eulérien.

Les coefficients que j'ai trouvés par les deux séries sont

pour l'eulérien	$0''.43$ (Lindhagen)	$0''.029$ (Struve)
pour le chandlérien	$0''.46$	$0''.038$

Les observations de Lindhagen sont assez peu précises ; aussi les coefficients sont-ils peut-être 5 fois trop forts ; ceux déduits des observations de Struve sont trop faibles, parce que les résultats qu'il a donnés sont les moyennes de plusieurs observations, ce qui contribue certainement à masquer des différences systémati-

ques. Nous avons voulu les rechercher dans les observations de latitude de Peters.

Ici encore la variation annuelle est la plus considérable; mais la nutation eulérienne l'emporte de beaucoup sur la chandlérienne.

Toutes ces déterminations doivent être reprises au moyen de longues séries d'observations de passages supérieurs et inférieurs, en AR et en D, qui serviront en même temps à déterminer la durée exacte des périodes eulérienne et chandlérienne, comme nous avons essayé de le faire au moyen des séries précédentes.

Les constantes angulaires que nous avons déduites de la série de Struve sont:

eulérienne $137^{\circ}34'$; chandlérienne $183^{\circ}49'.5$, 2 Août 1824;
de celle de Lindhagen:

$279^{\circ}36'$	$278^{\circ}33'$	11 Avril 1843.
Différences 142°	$95^{\circ}\frac{1}{4}$	

Or entre les deux origines il s'est écoulé 6926 jours qui comprennent 22 périodes eulériennes et 15 chandlériennes entières. En ajoutant donc

7920°	5400°	aux différences précédentes
on obtient 8062°	$5495^{\circ}\frac{1}{4}$	en 6826 j.; d'où
304.8 j.	447.2 j.	pour la période.

Le premier de ces nombres concorde exactement avec sa valeur théorique; le second serait-il plus exact que celui de Chandler?

C'est ce que nous avons tenté d'élucider en déterminant ces deux périodes par la comparaison des observations de Struve en AR avec celles de Peters en D.

Ces dernières nous ont donné

$31^{\circ}33'.5$	$88^{\circ}34'$	10 Juillet 1843.
Différences -106°	$-95^{\circ}16'.5$	

En y ajoutant comme précédemment

7920°	5400°	on trouve
7814°	$5304^{\circ},72$	en 6916 jours,

ce qui donne 318.2 et 460.4 jours pour les deux périodes respectives.

Ces deux nombres sont probablement trop grands. Si on les réduit chacun des 0.04 de leur valeur, on obtient 305.5 et 442 jours, c'est-à-dire la période eulérienne presque exactement, et, pour la chandlérienne, un nombre qui se rapproche très fort de celui 447 trouvé précédemment.

4. Comme je le dis dans le travail cité en note :

“ Est-ce pure coïncidence ? L'exactitude du nombre trouvé pour la période eulérienne permet d'en douter.

Ce qu'on peut affirmer, c'est que cette dernière existe ; et, puisque Chandler, dans ses déterminations, a omis d'en tenir compte, celles-ci sont à reprendre en réparant cette omission.

Peut-être de nouvelles recherches, entreprises dans cette voie, conduiront-elles à une période un peu différente de 431 jours pour le terme chandlérien.

Il est possible que nous nous en occupions ultérieurement.

Quoique nos formules en déclinaison soient identiques à celles que les astronomes emploient dans la variation des latitudes, il ne sera pas inutile de montrer que notre explication de ces variations est en parfaite harmonie avec celle que nous avons donnée des différences systématiques entre une ascension droite supérieure et de l'ascension droite inférieure consécutive.

En groupant les moyennes des latitudes s. et i. de Peters, nous en avons déduit, par le procédé de T. Mayer, pour la variation annuelle $0''.29$; pour la nutation eulérienne $0''.10$; pour la chandlérienne $0''.062$.

Ici encore, on voit prédominer la variation annuelle ; mais la nutation eulérienne semble l'emporter notablement sur la chandlérienne.

Dans le but de contrôler ce résultat assez surprenant, nous avons fait la somme des observations à $1\frac{1}{2}$ an d'intervalle, ce qui élimine le terme annuel ; la résolution des équations de condition, assez peu nombreuses, du reste, nous a conduit à un coefficient trois à quatre fois plus fort pour la nutation eulérienne que pour la chandlérienne.

Au sujet de la période de Chandler, j'ajouterai que j'ai trouvé, dans le diagramme des latitudes de Poulkova, tracé par M. A. Ivanof, une période bien caractérisée de deux ans et demi, comme MM. Tackeray et Turner en avaient soupçonné une de cinq ans

dans celles de Greenwich. Or, $2\frac{1}{2}$ ans = 914 = $3 \times 304.7 = 2 \times 457$ jours.

Pour la période eulérienne, nous avons trouvé 304.8 jours; pour la chandlérienne 447 et 442 jours. Ces derniers nombres se rapprochent plus du précédent que de 431.

Je ferai observer, au surplus, que de ce diagramme, dont les abscisses croissent de 0.05 an = 18 jours, il serait bien difficile de déduire une période à moins de dix jours près.

Le nombre 457, trouvé d'après le diagramme, pourrait donc se réduire à 447, mais pas, probablement, à 431.

Du reste, il n'est guère possible que la période chandlérienne ait pu être déterminée exactement, puisqu'il n'a jamais été tenu compte, dans les recherches qui y ont été consacrées, de la nutation eulérienne, dont nous avons démontré théoriquement et pratiquement l'existence.

Nous avons prouvé l'existence du terme nouveau de nutation générale, rétrograde, à période chandlérienne et à constantes arbitraires, que nous a donné l'intégration des équations du mouvement de rotation de l'écorce terrestre :

1° Par les latitudes de Peters;

2° Par les ascensions droites de Lindhagen.

La comparaison de ces deux séries nous a fait voir que ce terme est bien rétrograde.

Son coefficient n'est probablement que de 0".04.

Nous avons montré, dans les observations de Lindhagen et dans celles de Struve, la marche systématique des différences entre deux ascensions droites consécutives s. et i., différences niées par tous les astronomes, et établi qu'elles proviennent de trois termes à caractère diurne de la nutation du pôle géographique, l'annuel, l'eulérien et le chandlérien.

La comparaison des deux séries nous a donné :

Pour la période eulérienne 304.8 jours.

Pour la période chandlérienne 447 jours, nombre qui se rapproche plus, que celui de Chandler, du nombre 457 déduit de la période de deux ans et demi manifestée dans les latitudes de Poulkova.

La comparaison des observations de Struve en ascension droite, avec celles de Peters en déclinaison, nous a conduit égale-

ment à un nombre très voisin du précédent pour la période de Chandler.

En calculant la parallaxe de la polaire et la constante de l'aberration par nos formules, nous avons trouvé: *parallaxe* $0''.010$, *constante de l'aberration* 20.449.

La moyenne entre cette valeur et celle que nous avons déduite des observations de Struve, 20.457 au lieu de 20.445, donnera 20.451, qui est bien probablement exacte à un couple de millièmes près.

Il n'est pas douteux que, si nous avons eu le loisir de corriger toutes les observations de la nutation diurne, dont les constantes sont bien connues, et d'introduire la correction des coefficients des termes solaires se rapportant à l'écorce du globe, nous serions arrivé à une concordance plus considérable encore.

Celle que nous avons obtenue suffira toutefois, espérons-le, pour prouver aux astronomes la nécessité de faire usage de nos formules relatives à l'écorce terrestre.

Et les valeurs que nous avons trouvées pour les périodes eulérienne et chandlérienne, en appliquant nos formules aux différences entre les ascensions droites s. et i. de Lindhagen et de Struve, entre ces dernières et les observations de Peters en déclinaison, finiront peut-être par convaincre ceux qui n'ont pas suivi nos démonstrations mathématiques de l'incorrection des formules d'Oppolzer, d'après lesquelles ces différences seraient nulles, qu'ils doivent en revenir aux seules formules correctes, rapportées aux axes principaux, et exposées exclusivement par tous les géomètres qui, depuis Euler jusqu'à Tisserand, ont traité la question du mouvement de rotation de la Terre.

5. Ainsi non seulement la théorie a rendu exactement compte de la nutation chandlérienne qui auparavant était inexplicable, et prouvé l'existence d'un terme rétrograde de la nutation générale, de période chandlérienne également, que les observations ne seraient pas parvenues à révéler, mais qu'elles peuvent décèler aujourd'hui que l'expression en est connue; elle a, de plus, rétabli l'existence du terme eulérien que les astronomes avaient complètement abandonné depuis la mémorable découverte de Chandler.

C'est elle également qui a expliqué par le déplacement du pôle d'inertie dû aux circonstances météorologiques¹ le terme annuel de Chandler, en lui donnant sa véritable forme, à laquelle s'est ultérieurement rallié l'illustre astronome américain.

Un autre déplacement du pôle d'inertie de l'écorce terrestre provient des marées² et occasionne des variations de latitude dont la période est celle de ce grand mouvement océanique, déjà trouvée en effet par M. Vande Sande Backhuysen dans ses laborieuses recherches, et restée inexplicquée jusqu'en ces derniers temps.

Toutes les périodes connues de la variation des latitudes ont donc été expliquées par la théorie.

Et l'on a vu que tous les termes dont je viens de parler (eulérien, chandlérien et rétrograde) ont été confirmés par les meilleures séries d'observations, tant en AR qu'en D.

Insensé serait celui qui voudrait attribuer au hasard les concordances remarquables qui résultent de nos recherches relatives à ces périodes.

On trouvera en plus, non pas d'autres périodes, mais des termes nouveaux de la variation des latitudes, lorsqu'on aura donné la forme de ceux qui proviennent de l'élasticité de l'écorce terrestre³ et des déviations périodiques de la verticale, dont la théorie n'est pas encore établie „⁴.

“ Pour nous — depuis longtemps nous l'avons dit⁵ — la cause, la plus difficile à formuler, des variations de latitude réside dans les déviations périodiques de la verticale. Il est probable, en effet, à raison des irrégularités de l'écorce, que son centre de gravité ne coïncide pas avec celui du noyau; et, en admettant même l'invariabilité de ces centres l'un par rapport

¹ J'ai nié auparavant qu'on pût compter au nombre de celles-ci les grandes perturbations atmosphériques. Je reconnais que c'était une erreur. Le travail publié par le Dr Spitaler en 1895 dans les Mémoires de l'Académie de Vienne, n'a pas peu contribué à me la faire constater.

² Bulletin de l'Académie roy. de Belgique, octobre 1901.

³ Voir G. DARWIN: *On the bodily tides on viscous and semi elastic spheroids.*

⁴ Voir *Wellen und Gezeiten des festen Landes* (Jahreshefte des Vereins für vaterl. Naturkunde in Württ., 1897, p. 240), par A. Schmidt, où l'auteur mentionne exactement mon opinion sur ce sujet.

⁵ Bull. de l'Académie roy. de Belg., 1898.

à l'autre, il est aisé de voir que, par suite du mouvement diurne, la résultante des attractions de ces deux centres, sur un point de l'écorce, décrira journellement un cône autour de la verticale moyenne, que nous considérons comme joignant ce point au centre de gravité de l'écorce, et que ce mouvement sera rétrograde.

Mais, de plus, l'action du Soleil, et même celle de la Lune, sur ces deux centres, varieront avec la position de ces astres, surtout si la masse de l'écorce diffère assez notablement de celle du noyau : en outre des déviations diurnes, la verticale subira donc des déviations annuelles et mensuelles.

Ces déviations constituent pour nous un élément important, auquel on n'a guère pris garde, et bien délicat à déterminer, des variations de latitude observées, au moyen de distances zénithales supérieures. Mais on les éliminera à peu près par les moyennes obtenues dans deux passages (supérieur et inférieur) consécutifs.

Peut-être aussi l'élasticité de l'écorce joue-t-elle un rôle dans ces variations ¹. Nous ne pensons pas toutefois qu'il soit considérable ; sans quoi, l'on pourrait affirmer que les termes de nutation, dépendants des doubles longitudes du Soleil et de la Lune, seraient assez notablement modifiés, fait qui n'a pas du tout été révélé par l'observation „ ².

7. Le mouvement du pôle instantané à la surface de la Terre n'importe que si l'on définit la latitude relativement à ce pôle terrestre.

Son mouvement apparent dans l'espace importe à la détermination correcte des coordonnées des astres, dont dépend la latitude. Ce mouvement a été incorrectement interprété par les astronomes, qui font tous usage des formules d'Oppolzer. Leurs latitudes sont donc incorrectes ³.

Rien d'étonnant dès lors à ce que les mouvements du pôle instantané à la surface de la Terre, qu'ils ont cru pouvoir déterminer et même prévoir, aient été traduits par des courbes d'une

¹ Voir le travail cité ci-dessus, ainsi que celui de G. DARWIN: *On bodily tides* etc.

² Les lignes ci-dessus sont extraites du Bulletin de l'Académie roy., janvier 1898.

³ Voir la démonstration donnée ci-dessus, chap. III, n° 24.

bizarrerie tellement inextricable que, pour un œil non prévenu, elles doivent résulter d'une interprétation vicieuse du phénomène ¹.

Prend-t-on, avec Laplace et tous les géomètres, l'axe d'inertie pour axe de référence, on n'a nullement à se préoccuper de la position de l'axe instantané, qu'on déduirait, du reste, avec la plus grande facilité des formules relatives aux axes principaux, puisque ses cosinus directeurs sont

$$\frac{l}{\omega}, \quad \frac{m}{\omega}, \quad \frac{n}{\omega},$$

ω désignant la vitesse angulaire, l , m , n ses composantes autour de ces trois axes.

Mais à quoi bon, puisqu'il est maintenant démontré à l'évidence que les formules qui s'y rapportent n'éliminent pas complètement, comme on l'a cru jusqu'à présent, la nutation eulérienne ou chandlérienne, mais rendent impossible une définition rigoureuse de l'heure, et, par suite, une détermination correcte de l'AR.

§ 2. THÉORIE DE LA VARIATION DES LATITUDES.

8. " On a vu, disais-je déjà dans l'Annuaire de l'Observatoire royal pour 1896, que la question de la variation des latitudes, et, plus spécialement, celle de la nutation eulérienne, ne peut être résolue par les seules observations de latitude, même si elles sont faites en trois lieux dont le moyen est à 6^h de longitude des deux autres. Ce procédé sera très propre à démontrer cette impossibilité, en même temps que l'existence de la nutation diurne. A ce titre, on peut l'expérimenter pendant une couple d'années.

Mais la solution définitive ne peut se trouver que par la combinaison d'observations poursuivies, à d'excellents instruments, sur quelques étoiles seulement, en déclinaison et en AR, ces dernières dans un méridien *fixe*; la méthode de Horrebow-Talcott tourne, en effet, dans un cercle vicieux: elle suppose la connaissance des déclinaisons absolues, et cette dernière, celle des lois

¹ Nous avons montré ci-dessus (n^o 20 et suiv^{tes}) combien sont erronées les idées que les astronomes se font du mouvement du pôle instantané.

complètes de leurs variations, c'est-à-dire précisément ce que l'on cherche. Il est vrai que l'on peut *espérer* des compensations d'erreurs, et que l'on croit même pouvoir éliminer ces dernières en combinant les observations de la manière indiquée ci-dessus; mais cette élimination suppose une connaissance exacte des formules de réduction quant aux trois mouvements à courte période (y compris la variation annuelle). Or ce n'est le cas ni quant à la nutation initiale, qui renferme quatre inconnues au lieu des deux que l'on suppose, ni quant à la nutation diurne qu'on se borne à nier, ni peut-être quant à la variation annuelle.

9. La solution du problème des variations de latitude que nous venons d'exposer est purement théorique; elle part de la formule complète de la nutation initiale d'après Laplace et de celle de la variation annuelle du pôle d'inertie; elle suppose une période eulérienne de 320 jours environ, très admissible en théorie.

De ces deux variations de latitude, la première (l'eulérienne) n'est réelle que si l'on rapporte les observations au pôle instantané, cas pour lequel on n'a pas de formules correctes; elle est apparente, c'est-à-dire qu'elle provient de la négligence de la nutation eulérienne en déclinaison, si l'on rapporte les observations au pôle d'inertie; la seconde variation (l'annuelle) est réelle, puisque le pôle d'inertie, auquel sont rapportées les formules, se déplace avec les saisons. Nous avons exposé antérieurement qu'en prenant pour point de référence la position moyenne du pôle d'inertie, on obtient une latitude moyenne constante.

La variation annuelle est nulle sur le méridien perpendiculaire à celui du mouvement annuel du pôle d'inertie maximum sur ce dernier méridien.

L'inverse se produit relativement aux variations annuelles en AR.

Quant à la nutation eulérienne, elle existe en AR si l'on observe dans un *méridien fixe*.

Elle n'existera naturellement pas si l'on observe dans le méridien instantané. Mais comment le déterminer? Comment déterminer dans ce cas les différences de longitude? Comment enfin déterminer l'heure? ¹

¹ Il a été démontré au Ch. III que l'expression de l'heure, rapportée à l'axe instantané, renferme un terme eulérien du même ordre que les variations de latitude. 1902.

Ajoutons encore : comment déterminer les quatre constantes de la nutation initiale, si l'on n'a pas à sa disposition, outre une série de latitudes, une série d'AR déterminées dans un *méridien fixe* ?

C'est en vain que depuis six ans nous luttons pour ramener l'astronomie dans la voie que lui ont ouverte, à la suite de Laplace, Bessel, Poisson, Peters, Serret. Le seul souci de la vérité nous a conduit dans ce combat, non celui d'une vaine renommée ; nous l'aurions atteinte plus sûrement en nous consacrant exclusivement à nos recherches sur la nutation diurne, que nous avons abandonnées après en avoir déterminé les constantes avec une approximation que nous jugeons suffisante.

Serons-nous enfin suivi ? Nous osons à peine l'espérer.

Quelques-uns seulement sont compétents en la matière, et la plupart, imbus de cette idée que, puisque la Terre tourne autour de l'axe instantané, c'est à celui-ci que doivent se rapporter les formules, ainsi que les observations, auront bien de la peine à se débarrasser de cette prévention.

L'école de Laplace est cependant encore vivante. Ne relèvera-t-elle pas le glorieux drapeau du maître, qu'elle semble avoir abandonné dans la théorie du mouvement de rotation de la Terre, après l'époque des Leverrier, des Serret et des Delannay, pour suivre la théorie nouvelle en dépit de ses erreurs et de ses inconséquences ?

10. Nous ne pouvons appliquer sûrement notre formule qu'à des observations dont la nutation diurne puisse être éliminée, ce qui n'est pas le cas, très généralement, pour celles qui ont été faites suivant le procédé Horrehow Tolcott.

Il se rencontre, dans ce procédé, une autre source d'erreur qui n'a pas été soupçonnée.

Parmi les variations de latitude, apparentes ou réelles, les plus importantes sont bien probablement celles qui proviennent de la nutation initiale, de la nutation diurne et du déplacement annuel du pôle d'inertie à la surface de l'écorce terrestre.

Peut-être en existe-t-il une quatrième dont la théorie nous dévoile la cause, mais sans qu'il soit possible d'en donner des formules utilisables en pratique, à raison de notre ignorance

absolue sur la masse et la forme interne de l'écorce terrestre.

Cette variation, tout à fait apparente comme les deux premières, de la latitude géographique, existe théoriquement et sera probablement, un jour vérifiée expérimentalement, lorsque des observations suivies et très précises d'une même étoile, réduites d'une manière absolument correcte, permettront de déterminer tous les coefficients des variations réelles ou apparentes de la latitude.

Il ne sera pas inutile d'exposer, en quelques lignes, la cause de cette quatrième variation, purement apparente, dont nous soupçonnons l'existence.

On peut admettre *a priori* qu'à raison de l'inégale répartition des continents, particulièrement sur les hémisphères Nord et Sud, le centre d'attraction de l'écorce ne coïncide pas avec celui du noyau. La verticale en un point est la direction de la résultante des attractions de ces deux masses sur ce point. Or, l'axe de la première, en vertu de la nutation diurne, effectue, en un demi-jour, une révolution autour de l'axe de la seconde. Et, de plus, le point attiré tourne en un jour autour de ce dernier axe.

Il s'ensuit, pour la direction de la résultante des attractions des deux centres sur ce point, c'est-à-dire de la verticale, un double mouvement périodique, l'un de 12 heures, l'autre d'un jour.

Le premier de ces deux mouvements introduira, dans l'expression de la latitude, des termes de même forme que ceux de la nutation diurne; le second, des termes qui seront égaux et de signes contraires, à de minimales quantités près, pour deux passages (s. et i.) consécutifs de la même étoile.

Aussi longtemps que nous ne posséderons pas des données expérimentales précises sur l'étendue de ce mouvement, il sera bien difficile de trouver une formule empirique qui rende exactement compte des variations de latitude.

Plusieurs observateurs déjà, parmi lesquels J. Plautamour et A. d'Abbadie, ont cherché à déterminer expérimentalement les déviations de la verticale, sans en avoir toutefois soupçonné la cause que nous venons d'indiquer. Ces expériences mériteraient

d'être reprises avec une très grande précision, dans les meilleures conditions de stabilité et d'uniformité de température¹.

En attendant, nous ne voyons qu'un moyen de nous mettre complètement à l'abri de la variation présumée et de la nutation diurne: c'est de ne calculer que les latitudes obtenues par la moyenne de deux passages (s. et i.) consécutifs d'une même étoile. Un couple d'étoiles, au Nord et au Sud du zénith, observées à peu près simultanément, nous conduirait au même résultat si elles étaient, de part et d'autre, à la même distance du zénith apparent „.

11. Quoique nous ayons développé, dans les pages précédentes, nos idées sur la variation des latitudes, il ne sera pas inutile de traiter *ex professo* cette question importante, qui a provoqué tant de recherches et de si belles découvertes, et qui a été l'occasion de tous les travaux théoriques que j'ai entrepris après ma détermination des constantes de la nutation diurne.

Avant tout, il faut s'entendre sur la définition de la latitude.

Il ne peut être question, en astronomie, de la latitude géodésique, qui est la distance du lieu à l'équateur terrestre, et qui est immuable si le lieu et l'équateur le sont à la surface de la Terre. Quant à l'équateur géographique (perpendiculaire à l'axe d'inertie), il ne l'est pas, comme on l'a vu, par suite des déplacements de l'axe d'inertie dus aux circonstances météorologiques; toutefois la latitude moyenne, c'est-à-dire rapportée à la position moyenne du pôle d'inertie, sera immuable, pourvu que le lieu le soit lui-même. Mais celui-ci, s'il n'est pas situé sur l'équateur ou aux pôles, pourra varier en latitude à raison des marées luni-solaires dont l'écorce terrestre est affectée.

Ce n'est donc que la latitude du lieu moyen rapportée à l'équateur moyen qui peut être considérée comme constante en géodésie.

¹ Les essais que nous avons faits à Uccle, en installant des niveaux très sensibles dans l'intérieur du massif de béton sur lequel sont établis les instruments méridiens, semblent accuser un mouvement du massif, dû peut-être au drainage du sous-sol par les galeries qui servent à la distribution d'eau de Bruxelles. Nous ne sommes donc pas à même d'y faire des expériences sur les déviations périodiques de la verticale.

La définition géodésique de la latitude n'est pas applicable en astronomie. Pour l'astronome, un lieu n'est déterminé que par son zénith et son méridien, et la latitude sera la distance du zénith à l'équateur géographique (perpendiculaire à l'axe d'inertie). Ce n'est pas la définition admise par les astronomes, qui prétendent que la latitude doit être rapportée à l'équateur instantané. Nous avons démontré à satiété l'incorrection des formules dont ils font usage pour déterminer cette latitude, que nous appellerons *astronomique* (Ch. III, n° 24); nous y reviendrons encore ci-dessous.

12. Occupons-nous de la seule définition à laquelle on puisse appliquer des formules absolument correctes.

Dans le procédé de détermination le plus appliqué, la latitude Φ se déduit de la formule

$$\Phi = z + \delta.$$

Φ , z et δ sont sujets à des variations périodiques. Rigoureusement on doit donc écrire

$$\Phi_m + \Delta\Phi = z_m + \Delta z + \delta_a + \Delta\delta,$$

δ_a désignant la déclinaison apparente calculée par les astronomes (étant admis que toutes les constantes astronomiques sont bien connues), $\Delta\delta$ les nutations à courte période qu'ils ont négligées (nutations diurne, nutation eulérienne et chandlérienne); à la rigueur $\Delta\delta$ devrait encore renfermer le terme chandlérien rétrograde de nutation générale, dont la théorie du mouvement de rotation de l'écorce terrestre a révélé l'existence; mais nous le supposons compris dans δ_a . $\Delta\Phi$ représente les variations produites, soit par le déplacement du pôle d'inertie, soit par les marées de l'écorce solide. Ce sont des variations de latitude *réelles*; ce sont les *seules* qui le soient. Nous ne connaissons actuellement que la formule de la première de ces variations, et même imparfaitement; car nous avons encore à y ajouter les déplacements du pôle d'inertie de l'écorce terrestre occasionnés par les marées de l'océan.

Δz représente l'ensemble des déviations de la verticale, qui proviennent de la non coïncidence des centres de gravité de l'écorce et du noyau, et de leurs mouvements relatifs, qui ont deux

courtes périodes, l'une semi-diurne (nutations diurnes), l'autre diurne, indépendamment des autres arguments qui interviennent dans leur expression.

En omettant de tenir compte de Δz , on le fait rentrer simplement dans $\Delta\Phi$, et l'on convertit ainsi des variations purement apparentes en variations réelles de la latitude.

Enfin, et c'est la plus grave erreur des astronomes en théorie, ils ont fait rentrer, dans la variation des latitudes, les termes qui sont purement des variations de la déclinaison correctement calculée.

Ils diront: C'est empiriquement que nous voulons d'abord résoudre le problème de la variation des latitudes, et nos efforts ont abouti à de magnifiques résultats. Sans doute, nous admirons comme eux les deux grandes découvertes de Chandler; encore faut-il les expliquer théoriquement: nous croyons l'avoir fait.

Ils diront aussi: Nous écrivons $\Phi = z + \delta$, nous observons z , nous calculons δ ; et les Φ qui résultent de la formule révèlent par leurs variations celles de la latitude (astronomique).

Double erreur.

1° Si vous ne tenez pas compte des déviations périodiques de la verticale, les zéniths par rapport auxquels vous observez, variant d'heure en heure, correspondront à des lieux différents, puisque vous les considérez comme déterminés par la droite qui joint le lieu au centre de gravité de la Terre, à moins que vous ne fassiez rentrer les déviations périodiques de la verticale elles-mêmes sous votre dénomination de variation des latitudes.

2° En faisant abstraction de la nutation initiale (eulérienne et chandlérienne), vous négligez les termes à période diurne qui proviennent de la précession, et cette négligence peut conduire à une erreur de $0''.03$ dans la différence des latitudes de deux lieux observées à douze heures d'intervalle.

Vous tenez comme nulle la nutation diurne, supérieure à $0''.05$, et bien démontrée, comme on l'a vu au Ch. III.

Vous ne tenez pas compte, non plus, des déplacements du pôle d'inertie occasionnés par les marées, quoique M. Vande Sande Backhuysen ait constaté, dans ses recherches, des variations de latitude dont la période est la même que celle de ces mouve-

ments océaniques. Et comment pouvez-vous espérer trouver empiriquement la formule de ces dernières variations?

La théorie peut tenir compte de toutes les circonstances que je viens de signaler.

Elle a, de plus, le grand avantage, si l'on fait usage des axes principaux, que la nutation initiale (eulérienne et chandlérienne) est absolument indépendante de la précession et de la nutation générale, ce qui n'est pas le cas si l'on rapporte la latitude à l'axe instantané.

Et elle permet même d'éliminer cette nutation initiale par la combinaison de deux passages supérieur et inférieur consécutifs ou à peu près.

On reviendra certainement avant peu aux formules de Laplace.

Mais le XX^e siècle n'aurait pas dû s'ouvrir par l'emploi de celles que je n'ai cessé de critiquer depuis douze ans, et qui n'ont fait qu'obscurcir l'explication de bien des phénomènes, dont le plus important, au point de vue des progrès réalisés par l'astronomie sphérique de précision, est le phénomène connu sous le nom de variation des latitudes.

§ 3. ÉPILOGUE.

18. En 1898, je résumais, dans les pages qui suivent, mes idées sur la variation de la latitude, auxquelles je n'en ai ajouté, depuis lors, qu'une seule essentiellement nouvelle: l'explication théorique d'une période identique à celle des marées et découverte par M. Vande Sande Backhuysen.

Ces pages serviront d'épilogue au résumé historique qu'on vient de lire.

Peut-être se dira-t-on: Puisque l'astronomie sphérique du XX^e siècle doit reposer sur la théorie du mouvement de l'écorce terrestre, que vous avez étudiée, pourquoi donc ne pas écrire un traité d'astronomie sphérique fondé sur cette théorie?

C'est bien ce que j'ai fait, et, depuis 1898, mon traité attend en vain l'aurore de la publicité.

J'y expose, *ab ovo*, les formules du mouvement de rotation de l'écorce terrestre. Elles ont encore besoin d'un complément

relatif à l'influence de l'élasticité et à celle des déviations périodiques de la verticale. Ainsi complétées, elles deviendront les formules correctes de l'astronomie sphérique du XX^e siècle.

Dans leur état actuel, elles remplaceront très avantageusement les formules incorrectes et tout à fait incomplètes dont les astronomes font actuellement usage.

A ces dernières il faut ajouter en effet, pour l'écorce terrestre :

1° les termes des deux nutations eulérienne et chandlérienne;

2° les termes de la nutation diurne;

3° les termes dûs au déplacement du pôle d'inertie provenant soit des marées, soit de circonstances météorologiques (accumulation de neiges sur l'hémisphère boréal, grandes perturbations atmosphériques). Ces trois termes constituent la nutation spéciale, c'est-à-dire qu'ils varient avec la longitude de l'observatoire; la période des premiers et des troisièmes est d'un jour; celle des seconds d'un demi-jour;

4° le terme rétrograde, à période chandlérienne, de la nutation générale.

Pour être complet, je devrais mentionner les termes du second ordre, dont j'ai donné les expressions correctes, et, tout spécialement, ceux qui proviennent de l'aberration systématique; il faudra ultérieurement aussi tenir compte des déviations périodiques de la verticale, ainsi que de l'élasticité de l'écorce.

De tous les termes mentionnés ci-dessus, Chandler et les astronomes ne font usage empiriquement que d'une partie des premiers et des troisièmes, et encore dans l'expression de la latitude seulement.

La théorie du mouvement de rotation de l'écorce terrestre a, non seulement démontré l'existence de ces termes empiriques, tant en AR qu'en D, mais elle en a signalé de nouveaux, le terme eulérien proprement dit, supprimé à tort par Chandler et tous les astronomes, les termes de la nutation diurne, ceux qui proviennent des marées, enfin le terme rétrograde de la nutation générale.

En butte à l'indifférence hostile de tous les astronomes, je ne pouvais lancer mon ouvrage que par les soins d'un éditeur en vogue. Celui à qui j'en écrivis me répondit par une lettre des

plus courtoise, dont il voudra bien me permettre de détacher les passages suivants :

“ Bien souvent j’ai eu occasion de voir dans les recueils spéciaux des articles où il était question de vos travaux si pleins d’originalité et de nouveauté.

„ Je ne me permettrai pas de m’ériger en juge de la valeur de ces travaux ; mais, sans vouloir en aucune façon parler du fond même de vos recherches, il me sera permis de constater qu’elles sont en opposition avec ce qui est enseigné aujourd’hui, du moins en France.

„ Or, je me trouve, vous le savez, dans une situation fort délicate à cet égard, et il m’est impossible de publier des ouvrages en opposition avec la “ Science officielle „ (*sic*) „.

D’autres éditeurs avaient, disaient-ils, trop de travaux sur les bras pour pouvoir publier mon ouvrage. Et celui-ci dort toujours dans ses cartons.

16. En voici les grandes lignes, résumées, comme je viens de le dire, en 1898 ¹ :

“ Avant de plonger nos regards dans l’avenir, embrassons un instant le passé d’un coup d’œil.

1^o phase, Antiquité : Hipparque et Ptolémée.

Terre fixe, Ciel mobile autour d’un axe fixe.

2^o phase, Renaissance : Copernic, Galilée, Képler.

Le Soleil est fixe, la Terre et les planètes tournent autour d’axes fixes, et circulent autour du Soleil.

3^o phase, Temps modernes : Newton, Bradley.

L’attraction newtonienne explique la précession des équinoxes, les marées, les mouvements planétaires et cométaires, présume la nutation, bientôt découverte, ainsi que l’aberration, par Bradley.

4^o phase, contemporaine : Herschel, Laplace, Bessel, Struve, Le Verrier, Gyldén.

Explication de tous les mouvements célestes.

Formules correctes du mouvement de rotation de la Terre supposée solide. Nouvelle méthode pour le calcul des perturbations.

Perfectionnements très considérables des instruments.

¹ Quelques grandes phases dans l’histoire de l’astronomie. 1898.

Fondation de l'astronomie physique, et, particulièrement, de la spectroscopie et de la photographie céleste.

19. Nous allons très prochainement entrer dans la cinquième phase.

Les astronomes qui sont à la tête des grands annuaires astronomiques ont déjà voulu s'y préparer, en s'entendant sur les constantes et les formules de réduction dont ils feront usage au XX^e siècle. D'autres ont pensé, avec raison, que les résolutions qu'ils ont prises étaient prématurées.

Nul astronome n'ignore, en effet, combien incertaines sont nos connaissances quant aux valeurs des constantes de la précession, de l'aberration et de la parallaxe solaire.

Nul n'ignore, non plus, que l'astronomie en est encore aujourd'hui réduite au pur empirisme dans la solution d'une question soulevée par l'Observatoire de Berlin, et activement étudiée dans les deux mondes, grâce surtout à l'initiative éclairée de son savant directeur : la question de la variation des latitudes.

Nul enfin ne peut plus ignorer que, si la nutation eulérienne n'est pas insensible, les formules de réduction usitées sont incorrectes, parce qu'elles la suppriment purement et simplement, pour la remplacer par la seule variation de la latitude, dont les apparences, on va le voir, sont dues à des causes très diverses.

Ce sera certes un sujet d'étonnement pour nos successeurs immédiats, que la légèreté avec laquelle tous les astronomes du XIX^e siècle ont admis, en dépit de nombreux avertissements, les formules d'Oppolzer, qui était moins bon analyste qu'astronome distingué et calculateur très habile. Je dois déclarer cependant que Tisserand, dans son traité de *Mécanique céleste*, n'a pas suivi Oppolzer ; il s'est borné, malheureusement, de même que Laplace, à considérer la nutation eulérienne et la nutation diurne comme insensibles. Un seul géomètre, du reste, et non l'un des moins illustres, a affirmé incidemment l'exactitude des formules de l'astronome viennois¹ ; il est vrai qu'à cette date je n'avais pas encore fait sauter aux yeux la subtilité inconsciente d'analyse sur laquelle sont fondées ces formules.

¹ NEUCOMB, The elements of the four inner planets and the fundamental constants of astronomy, p. 131 ; 1895.

Aujourd'hui, l'astronome-géomètre dont je parle n'en affirmerait plus l'exactitude, mais sa grande autorité, et le silence qu'il a gardé depuis ma démonstration, n'en auront pas moins contribué à accréditer, chez les contemporains, une erreur des plus préjudiciable à la science.

J'ai démontré ¹ que si l'on rapporte correctement, comme Oppolzer a voulu le faire, les formules du mouvement de rotation de la Terre à son axe instantané, la nutation eulérienne disparaît, à la vérité, en obliquité, mais non en longitude ², et qu'elle apparaît même, chose excessivement grave, dans l'expression de l'heure sidérale.

Et veuillez remarquer qu'il s'agit, non d'astronomie, mais d'analyse mathématique, et qu'ici, ce qui n'est pas exact est radicalement faux. Mais en astronomie, me dira-t-on, nierez-vous l'exactitude des formules usitées, relatives à la variation des latitudes? Non certes. Mais je nie absolument l'exactitude des formules relatives à l'ascension droite et à l'heure. On m'a répondu: Mais les quantités négligées sont si faibles! Elles sont absolument du même ordre que les variations de la latitude: si l'on néglige les unes, on doit, logiquement, négliger aussi les autres. Si ces dernières sont appréciables, et mille faits l'attestent; il en est de même des premières; et le grand tort de l'astronomie contemporaine est de n'en tenir nullement compte. L'heure et l'ascension droite y sont incorrectement déterminées; il en est de même du méridien qui, dans la méthode de Laplace, est fixe, dans celle d'Oppolzer, sujet à trois variations périodiques, l'une annuelle, les deux autres de 304 et de 431 jours ³. Comment déterminer un azimut sans rien connaître des formules de ces variations, puisque l'heure même en dépend?

Le prochain siècle en fera un grave reproche à ceux-là qui, étant capables de le faire, auront omis d'approfondir la question, ou négligé le strict devoir de proclamer bravement la vérité devant les nombreux astronomes, très méritants et très habiles, qui

¹ Vierteljahrsschrift, 1896. — Annuaire de l'Observatoire pour 1897, et Bull. de l'Acad. roy. de Belgique, 3^e série, t. XXXIII, pp. 154 et 397.

² Ceci était écrit en 1898.

³ Avec caractère *diurne*, on vient de le voir (1902).

consacrent plus spécialement leurs veilles aux observations et à leur critique qu'aux théories de la Mécanique céleste.

Depuis Laplace donc, tandis que les observations acquéraient une précision inespérée, leur réduction effectuait un progrès à rebours, qui, depuis une trentaine d'années environ, a considérablement nui à la science, en substituant aux formules rigoureuses du maître et au méridien fixe de Bessel et de Struve, des formules incorrectes et un méridien mobile, et en rendant impossibles une définition et une détermination exactes de l'heure.

Et il serait fort regrettable, je le répète, que les grandes éphémérides astronomiques fissent usage, dans le XX^e siècle, de formules qui reposent sur une transformation analytique radicalement fautive, et même de constantes fort sujettes à caution, celles de la précession et de l'aberration en particulier.

Je n'hésite pas même à proclamer hautement que l'établissement scientifique qui sera le premier à rompre avec ces errements non seulement fera franchir à l'astronomie sphérique du XIX^e siècle le fossé profond qui la sépare de celle du XX^e, mais sera suivi bientôt par tous les observatoires des deux mondes.

Beaucoup trouveront, sans doute, cette déclaration bien présomptueuse. Ils ont, depuis huit ans, à leur disposition un moyen fort simple de la réduire à néant. Qu'un seul prouve publiquement l'exactitude des formules dont ils font usage, ou la fausseté de la démonstration que j'ai faite de leur incorrection, et je serai le premier à reconnaître mon erreur.

20. L'astronomie sphérique mathématique a encore un très grand pas à faire pour atteindre au degré de précision auquel notre siècle a porté l'astronomie pratique.

L'existence des volcans a fait supposer, même dans l'antiquité, que l'intérieur de la Terre est en ignition. On se rappelle que Maupertuis avait soulevé cette question, au XVIII^e siècle, devant l'Académie des sciences de Berlin.

Les géomètres, toutefois, ont toujours considéré la Terre comme solide. Depuis une trentaine d'années seulement, ils se sont demandé si l'on ne devrait pas étudier, au lieu du mouvement d'une Terre solide, celui de l'écorce terrestre. Plusieurs, notamment Hopkins, Delaunay, W. Thomson, G. H. Darwin, ont émis

sur ce sujet des idées en général justes et ingénieuses. Les conclusions principales en sont que :

Dans les mouvements à longue période, l'écorce et le noyau se meuvent comme s'ils étaient solidaires; telles la précession et la nutation bradléenne.

Dans les mouvements à courte période, l'écorce se meut indépendamment du noyau; telle la nutation diurne.

Quant aux mouvements à période intermédiaire, on a cru qu'ils seraient d'autant plus altérés que leur période est plus courte; mais c'est là, je pense, une erreur.

Au surplus, ces théorèmes ont été énoncés sans démonstration, à l'exception de celle de Hopkins, qui est insuffisante. M. Ronkar les a démontrés plus tard dans nos publications ¹.

Il s'agissait donc d'établir la théorie du mouvement de l'écorce terrestre, en tenant compte des actions intérieures.

J'ai fait mettre cette question au concours pour 1893; il y a été répondu par l'envoi d'un Mémoire que je considère comme excellent, et qui, ne la résolut-il même pas complètement au point de vue pratique, n'en était pas moins la première théorie correcte qu'on eût donnée du mouvement de rotation de l'écorce terrestre: théorie qui doit être la base de l'astronomie sphérique du XX^e siècle, et ouvrir la cinquième phase de l'histoire de la science.

Ce Mémoire a été déposé aux archives! ²

Indépendamment de ce grand pas à franchir, quelques progrès déjà eussent pu être réalisés, si l'on avait mis, à perfectionner les formules, autant de zèle et de talent qu'à perfectionner les observations.

Quelques astronomes s'en sont préoccupés: Peters, Wagner, Fabritius, Seeliger, Oppolzer; mais leurs formules sont, ou incomplètes, ou même incorrectes. Nul, en particulier, n'avait recherché les termes qui proviennent, soit de la combinaison de l'aberration annuelle et de l'aberration systématique, soit de celle de la réfraction, avec la nutation ou l'aberration.

¹ Mémoires couronnés et Mémoires des savants étrangers de l'Académie royale de Belgique 1893.

² Bull. de l'Acad. roy. de Belgique t. XXVIII, pp. 449 et suivantes.

Cette lacune est comblée aujourd'hui¹.

21. Plusieurs autres desiderata ont été signalés dans cette lecture.

La constante de la précession a besoin d'une détermination nouvelle, et je veux montrer ici qu'on n'a pas encore correctement abordé sa recherche.

Supposons qu'une étoile, sans mouvement propre objectif, ait été tout à fait correctement observée, en ascension droite et en déclinaison, par Bradley en 1755, par Wagner en 1855, et, pour simplifier l'analyse, que les deux observations aient été ramenées au Soleil pris pour origine.

Les deux positions observées seront différentes, malgré la fixité absolue de l'étoile, en premier lieu, à cause de la précession, ou, plus explicitement, de la variation de l'équinoxe et de l'équateur de 1755 à 1855; en second lieu, à cause du déplacement du Soleil, ou du mouvement systématique, entre ces deux dates; en troisième lieu... car il y a un tertio auquel nul des astronomes qui se sont occupés de la question n'avait songé. Le premier des Struve avait bien pensé à tenir compte du mouvement ou de la parallaxe systématique, et son fils Otto, l'illustre doyen des astronomes contemporains, réalisant cette idée, avait déterminé une constante de la précession, qui, à raison de cette circonstance, fut pendant longtemps préférée à celle de Bessel par un grand nombre d'astronomes. Des doutes ayant surgi au sujet de cette supériorité, Dreyer, puis Louis Struve, fils d'Otto, firent une nouvelle détermination, cette dernière fondée sur les catalogues pour 1755 et 1855 publiés, après une revision laborieuse et des observations personnelles dans l'hémisphère austral, par les soins d'Auwers.

Mais il manque à ces déterminations d'avoir tenu compte de la troisième cause de la variation de position dans les lieux observés.

Nul astronome n'ignore que le mouvement systématique produit une aberration, tout comme le mouvement annuel.

Seulement, ont-ils dit tous, cette aberration est une quantité constante pour chaque étoile, et ne peut, par conséquent, nullement être déterminée par l'observation.

¹ Voir Chap. I.

Ils reconnaissent cependant que cette aberration varie d'une étoile à une autre, c'est-à-dire avec la position de l'étoile. Elle n'est donc pas la même, pour une même étoile, en 1755 et en 1855, et voilà la troisième cause dont ils ont omis de tenir compte. Seeliger l'avait soupçonnée — c'est une justice que je me plais à lui rendre — mais ses formules sont fort incomplètes¹.

Il existe donc trois termes dans la variation du lieu moyen d'une étoile, d'une date à une autre date très éloignée : le terme de précession, celui de la parallaxe systématique, et celui de la variation de l'aberration systématique entre ces deux dates.

A la rigueur, il y aurait un quatrième terme, provenant de la combinaison de la parallaxe et de l'aberration systématiques ; mais ce dernier peut être considéré comme négligeable, sauf peut-être pour les circompolaires.

Et voilà pourquoi une nouvelle détermination de la précession, sur de nouvelles bases, s'impose absolument. Alors seulement, le catalogue d'Auwers aura produit tous les fruits que l'auteur était en droit d'attendre de son œuvre, et l'on aura, non seulement une détermination véritablement correcte de la précession, mais on connaîtra, en même temps, exactement la vitesse et la direction du mouvement systématique. Alors aussi on pourra rechercher s'il existe un mouvement galactique, c'est-à-dire un mouvement général des étoiles de la voie lactée autour d'un centre inconnu, question dont plusieurs astronomes, Mädler, Schönfeld et L. Struve, entre autres, se sont occupés.

22. On voit que l'astronomie sphérique eût déjà pu faire quelques progrès assez marqués, si les astronomes de ce siècle avaient été aussi bons mathématiciens qu'ils étaient bons observateurs, et s'étaient bornés à développer ou à compléter les formules absolument rigoureuses de Laplace-Bessel, au lieu d'y substituer d'autres formules qui sont incorrectes.

Ces progrès peuvent se résumer en quelques lignes :

Définition d'une heure, non pas à *très peu près*, mais *rigoureusement* uniforme ;

Développement des formules des nutations diurne et initiale, et détermination de leurs constantes ;

¹ A. N. n° . Critiqué par THEWIS, B. A.

Calcul correct des termes du second ordre, tant de la nutation que de l'aberration, et particulièrement des termes périodiques et séculaires de l'aberration systématique, au moyen desquels on parviendra à déterminer exactement la vitesse et la direction du mouvement du Soleil dans l'espace ¹.

Indépendamment des perfectionnements apportés, à l'aurore du XX^e siècle, aux formules usitées, celui-ci aura une tâche plus considérable à accomplir. Il devra établir, comme il a été dit, les formules du mouvement de rotation de l'écorce solide du globe, qui jetteront un jour tout à fait nouveau sur ces variations de latitude, objet bien digne de la grande préoccupation des astronomes en ces dernières années du XIX^e siècle, qui se clôturera, sans doute, par un grand point d'interrogation relativement aux causes de ce phénomène.

L'une des causes les plus difficiles à analyser réside dans les déviations périodiques de la verticale, qu'on a traitées un peu trop superficiellement.

J. Plantamour, frère du célèbre astronome et géodésien, les avait étudiées près de Genève, et avait cru pouvoir les attribuer à des mouvements du sol, occasionnés par des variations de température. La conclusion tirée par Becker de ses observations à Neufchâtel a été identique.

On n'a malheureusement, à la suite de ces deux déductions, accordé aucune importance aux observations de nadir faites à Abbadia, avec une persévérance digne de tous les éloges, par A. d'Abbadie, qui a généreusement doté son petit observatoire, afin que ses travaux y fussent continués après sa mort.

La question est aujourd'hui étudiée dans plusieurs observatoires d'Allemagne, au moyen du pendule extrêmement sensible de von Rebeur-Paschwitz, et sera peut-être poursuivie à Uccle, grâce à la généreuse intervention d'un protecteur très éclairé des sciences.

¹ Ce n'est pas ici le lieu d'entrer dans des détails techniques sur ces différents points. On les trouvera exposés complètement dans la *Revision des constantes de l'astronomie stellaire*. Bruxelles, Hayez, 1896, et dans mon *Catéchisme correct d'astronomie sphérique* (extrait des Mémoires de l'Académie Pontificale, 1895).

On sera surpris, quelque jour, du peu d'importance qu'on a attaché assez longtemps aux déviations périodiques de la verticale, en présence de l'influence relativement considérable qu'on sera obligé de leur reconnaître sur les coordonnées apparentes des astres.

L'explication de ces déviations est cependant limpide, quoique la formule n'en soit pas aisée à établir.

Il est bien certain, vu les grandes irrégularités de l'écorce terrestre, que le centre de gravité de celle-ci ne coïncide pas avec celui du noyau.

Supposons l'écorce fixe, et, pour cela, animons la Terre tout entière d'un mouvement égal et directement contraire au mouvement diurne. Il en résultera que le centre de gravité du noyau effectuera, en un jour, une révolution entière, rétrograde, autour de l'axe de rotation de l'écorce. Et, comme la pesanteur est la résultante des attractions des centres de gravité de l'écorce et du noyau, on voit clairement que, si l'on prend pour position moyenne de la verticale celle qui passe par le premier de ces centres, la direction de la verticale réelle, c'est-à-dire de la résultante des attractions des deux centres, tournera en un jour, d'un mouvement rétrograde, autour de sa position moyenne, et que le grand axe de l'ellipse qu'elle décrit sera situé dans le méridien.

Probablement existe-t-il également une période annuelle de ces déviations.

Car si les masses du noyau et de l'écorce sont sensiblement différentes, il en résultera des différences plus ou moins considérables entre les vitesses de leurs centres de gravité, et elles se traduiront surtout par des variations annuelles de position de l'un de ces centres par rapport à l'autre.

Enfin, si, comme l'affirment W. Thomson et G. Darwin, l'écorce est élastique, il y aura non seulement des déviations annuelles, mais encore des déviations mensuelles de la verticale.

Je n'en parle ici qu'au point de vue des variations de latitude, mais il va de soi qu'elles exercent également une influence dans la détermination de l'ascension droite.

On voit que l'observation de ces déviations mérite, à divers titres, d'être assidûment poursuivie.

Sans doute, il existe d'autres causes de variation apparente des latitudes; et il est clair que toute erreur sur la déclinaison de l'étoile observée en est une.

Peut-être chacune de ces dernières, prise isolément, ne dépasse-t-elle guère en importance la nutation diurne, dont on n'a pas encore tenu compte dans les réductions. Et de là précisément la grande difficulté de leur détermination.

Dans tous les cas, c'est aux observations, discutées scrupuleusement à l'aide des formules correctes du mouvement de rotation de l'écorce terrestre, qu'il faudra recourir, pour établir les valeurs des constantes qui figurent dans les termes, plus nombreux qu'on ne le suppose très généralement, des variations de la latitude.

Et s'il convient de louer sans réserve l'initiative clairvoyante de M. Foerster, à laquelle la science est redevable de ces nombreuses observations faites dans les deux mondes, durant les derniers lustres, et des belles découvertes de Chandler, qui en ont été la conséquence, il nous sera permis peut-être d'indiquer les observations qu'on pourrait joindre très utilement à ces dernières, afin d'arriver, aussitôt que possible, à la détermination des différents termes indiqués par la théorie du mouvement de rotation de l'écorce terrestre.

23. Tous les efforts des astronomes, et même de l'Association géodésique internationale, se sont portés vers la recherche empirique du mouvement du pôle astronomique, question spéculative certainement intéressante, mais qu'un Kepler ne parviendrait pas à résoudre, tant les éléments en sont compliqués, s'il ne pouvait s'aider de la théorie.

Les astronomes disent: Puisque c'est autour du pôle astronomique que la Terre tourne, c'est à l'équateur astronomique que doivent être rapportées nos coordonnées.

Mais c'est dans ce plan également que devraient alors être calculées les coordonnées que l'on prétend y observer. Et l'on ne s'est pas aperçu que, tandis qu'Oppolzer rapporte la latitude au pôle astronomique, l'ascension droite et l'heure sont rapportées, dans ses formules, incorrectes du reste, à l'équateur et au méridien géographiques.

C'est donc à l'axe d'inertie de l'écorce terrestre que j'ai rapporté les formules relatives à sa nutation.

Empruntant au savant mémoire inédit, dont j'ai parlé ci-dessus, les équations différentielles du mouvement de l'écorce, et y introduisant une hypothèse qui, si même elle n'est pas entièrement réalisée dans la nature, permet du moins d'aboutir à des formules absolument suffisantes dans la pratique astronomique, je suis parvenu à intégrer ces équations aussi rigoureusement qu'on a pu le faire pour celles du mouvement de la Terre solide.

Dans cette lecture, je dois me borner à résumer les résultats auxquels j'ai abouti :

1° La nutation eulérienne proprement dite, celle de la Terre solide ou de mon ellipsoïde fictif, existe également pour l'écorce. Sa période est de 304 jours ;

2° L'écorce est sujette à une deuxième nutation de caractère eulérien, dont la période dépend exclusivement de ses moments d'inertie, comme la période eulérienne proprement dite dépend de ceux de la Terre ou de mon ellipsoïde fictif, et ne peut donc être déterminée que par voie empirique ;

J'ai admis, et tous les astronomes seront d'accord avec moi, que cette période est celle de 431 jours, génialement découverte par Chandler, et à l'existence de laquelle je n'ai pas cru, aussi longtemps que je n'en avais pas une explication théorique satisfaisante ;

3° A cette nutation chandlérienne vient s'ajouter, pour l'écorce, une nutation bradléenne (c'est-à-dire sans caractère diurne) de même période ¹ ;

Les coefficients de ces trois nutations sont des constantes arbitraires ;

4° L'axe de l'écorce est, de plus, soumis à la nutation diurne, dont j'ai exposé les formules il y a quinze ans ².

¹ En recherchant ce terme dans la série des latitudes déterminées par Peters, j'ai trouvé 0',04 pour son coefficient et réduit l'erreur probable d'une observation à la moitié de sa valeur ; c'est un argument décisif en faveur de l'existence de ce terme, et celle-ci est la preuve la plus frappante de la fluidité intérieure du globe, car un terme semblable ne peut pas se rencontrer dans la théorie du mouvement d'une Terre solide. Mais, en même temps, j'ai trouvé un terme annuel beaucoup plus important, sans caractère diurne, et dont nulle théorie n'a soupçonné l'existence. (Voir le Bulletin de l'Académie, octobre 1898).

² Théorie des mouvements diurne annuel et séculaire de l'axe du monde (Bruxelles, Hayez, 1884 et 1888).

Dans les modifications que notre théorie apporte aux formules usuelles de la nutation, n'apparaît aucun terme solaire nouveau, mais des corrections seulement aux coefficients des termes connus; comme ces coefficients sont déjà faibles quant aux termes annuels, et que, au contraire, la recherche dont je viens de parler ¹, ainsi que celles de Chandler, du reste, indiquent la nécessité de l'introduction d'un terme solaire nouveau assez important; comme on ne peut pas admettre que la constante de l'aberration serait en défaut ou en excès de $0''{,}1$, je ne vois d'autre cause de l'existence du terme solaire que j'ai trouvé moi-même, que dans les déviations périodiques de la verticale ².

Je ne suis pas en mesure, actuellement, de donner les formules théoriques de ces déviations, non plus que celles des variations de latitude occasionnées par les déformations élastiques de l'écorce.

Il y a lieu d'espérer que cette lacune sera bientôt comblée. Auparavant, il ne sera guère possible de déduire des observations une valeur quelque peu correcte de la constante de l'aberration, à cause surtout de la difficulté d'exprimer empiriquement les termes solaires provenant des déviations périodiques de la verticale.

24. D'après ce qui vient d'être exposé, on voit bien clairement que, puisqu'on ne peut obtenir de formules correctes en astronomie sphérique, qu'en prenant l'axe ou le pôle d'inertie pour axe ou pour pôle de référence, c'est relativement à ce pôle, et non au pôle instantané, que doit être définie la latitude; on voit alors aussi qu'une partie notable des variations de latitude (rapportée à ce dernier pôle) se traduit par des variations de déclinaison (rapportée au pôle d'inertie), une autre partie résultant, pour nous, des déviations périodiques de la verticale.

Seules les variations météorologiques ou élastiques du pôle d'inertie de l'écorce terrestre seraient des variations réelles de la latitude, rapportée à l'un ou l'autre pôle indifféremment.

¹ Voir la note de la page précédente.

² Il est possible, comme je l'ai fait voir dans mon Essai sur la variation des latitudes, que l'accumulation des neiges hivernales sur notre hémisphère occasionne une variation de l'axe d'inertie de l'écorce, et par suite, de la latitude, même rapportée à cet axe. Mais cette variation est éliminée dans les différences des latitudes (s. et i.), d'où j'ai déduit, pour le terme solaire, le coefficient $0''{,}04$.

C'est cette opinion que j'ai défendue depuis huit ans ¹.

Elle a été combattue par un astronome-géomètre très distingué ² qui n'a jamais répondu ni à ma réplique ³ ni à un article postérieur ⁴ et a néanmoins pris, comme j'ai soutenu qu'on devait le faire ⁵, l'axe d'inertie pour axe de référence dans ses formules du mouvement de rotation de la Terre.

Des formules correctes du mouvement de rotation de l'écorce terrestre, résultent deux conséquences de la plus haute importance à l'égard de la détermination des différents termes de la nutation.

Les deux nutations eulérienne et chandlérienne s'éliminent dans la moyenne des ascensions droites ou des déclinaisons d'une étoile observée dans le méridien fixe à deux passages consécutifs (s. et i.), et, par suite, dans la différence des latitudes déduites de ces deux passages. Il en est de même des déviations diurnes de la verticale, ainsi que des variations météorologiques ou élastiques du pôle d'inertie.

C'est de semblables combinaisons d'observations qu'on peut donc espérer les meilleurs résultats, quant à la détermination des constantes de la nutation diurne ou de l'aberration ⁶, et quant aux corrections à apporter aux termes de la nutation bradléenne.

Au contraire, cette dernière nutation, ainsi que l'aberration, s'éliminent dans les différences des ascensions droites ou des déclinaisons, et, par suite, dans la moyenne des latitudes obtenues

¹ Comptes rendus, mai 1890.

² TISSERAND, B. A., 1890.

³ Bulletin de l'Académie royale de Belgique, 3^e série, t. XXIII, p. 84; 1892. Réponse à M. Tisserand.

⁴ Acta Mathematica, 1892.

⁵ Annuaire de l'Observatoire royal, 1890 à 1897.

⁶ Voir ces déterminations dans la *Revision des constantes de l'astronomie stellaire*. — Je ferai remarquer à ce sujet que Chandler a déduit (A. J., n^o 293) comme moi-même (Revision des constantes etc.), des observations de latitude de Gylden, les meilleures peut-être qu'on possède, une correction négative de la constante de l'aberration de Struve. Mais si je suis entièrement d'accord avec lui (A. J., n^o 427) sur l'inopportunité de modifier actuellement cette constante, je réserve absolument mon opinion quant au sens de la correction qu'il y aura lieu d'y apporter, lorsque les termes solaires dont j'ai parlé seront suffisamment connus.

à ces deux passages. Il en serait naturellement de même pour deux observations d'une même étoile, faites à douze heures d'intervalle, en deux lieux différents.

Dans les formules correctes de la nutation (rapportées à l'axe d'inertie), celle-ci existe donc, quant aux termes dont l'existence n'a été bien clairement révélée que par les observations de latitude faites durant ces dernières années (eulérien, chandlérien, annuel), aussi bien en longitude qu'en obliquité, en ascension droite qu'en déclinaison; et c'est là un point qui a été nié ou négligé par tous les astronomes.

Depuis bien des années, nous avons signalé ces deux conséquences de la théorie, que Chandler a appliquées dans ses laborieuses recherches sur la variation des latitudes, quoiqu'il ne semble pas encore avoir admis complètement notre manière de voir, qui consiste, comme il résulte des formules de la nutation, à remplacer les variations de la latitude rapportée à l'axe instantané (pour lequel il n'existe pas de formules correctes) par des variations de la déclinaison rapportée à l'axe d'inertie (pour lequel les formules sont absolument correctes) et par des déviations périodiques de la verticale (abstraction faite des variations réelles qui pourraient provenir d'un déplacement de l'axe d'inertie).

25. Cette négation des variations de la latitude rapportée au pôle d'inertie, sur laquelle j'ai déjà appelé l'attention des astronomes, il y a six ans, à cette même tribune¹, diminue-t-elle en rien le mérite de la découverte de Berlin? Evidemment non. Que cette découverte se traduise par l'expression de *variations de la latitude*, rapportée au pôle instantané, ou par celle de *variations en obliquité et en longitude* relatives à l'axe d'inertie, elle n'en aura pas moins grandement contribué à combler le fossé qui sépare l'astronomie du XIX^e siècle de celle du XX^e.

Je dirai même que le retentissement de cette découverte, et de celles de Chandler, dans le monde entier, a excité en moi, plus encore peut-être que celle de la nutation diurne, le désir d'aboutir à l'établissement définitif des formules du mouvement de rotation de l'écorce terrestre.

¹ Des préjugés en astronomie, 1892.

Une prochaine aurore montrera la solution théorique complète de cette question, que la fin du siècle a léguée au siècle futur comme une énigme indéchiffrable. Et quand cette solution définitive aura été confirmée par les faits, on s'étonnera à bon droit, tant on la trouvera alors limpide, que les meilleurs esprits se soient refusés si longtemps à l'admettre.

Une tâche complémentaire, qui incombe également à nos successeurs immédiats, peut-être même à nos contemporains, sera la détermination plus correcte d'un certain nombre de constantes fondamentales, telles celles de la précession, de l'aberration, de la parallaxe solaire et des nutations à courte période.

Ces constantes connues, l'astronomie sphérique du XX^e siècle sera édifiée.

26. Il m'eût été doux de pouvoir poursuivre, dans les publications de l'Observatoire, ma revision des constantes de l'astronomie stellaire, tâche pour l'accomplissement de laquelle j'ai accepté, un peu malgré moi, la direction de l'établissement.

Des influences administratives, absolument inexcusables en matière scientifique, m'en ont empêché, malgré le zèle dévoué de mes astronomes, sur le précieux concours desquels je suis très heureux de pouvoir compter encore aujourd'hui.

Eux, dont la compétence en ces matières, qu'ils ont scrutées avec moi pendant douze ans, n'est pas douteuse, ont eu foi dans mon œuvre, et leurs travaux ont été appréciés à l'étranger¹.

Une administration incompétente l'a considérée comme une chimère, et j'ai dû renoncer à les y faire collaborer.

J'en étais donc réduit à la poursuivre seul, charge écrasante, jointe aux devoirs multiples qui incombent au directeur d'un observatoire à la fois astronomique, météorologique et magnétique.

¹ GÜNTHER, *Physicalische Geographie*, 2^e éd., pp. 270 et 350. — SCHMIDT, *Jahresber. des Würt. Naturw. Vereins*, 1897, p. 240.

J'ajouterai que je viens de faire (22-25 sept. 1903) quelques expériences *purement physiques* qui accusent, d'une manière incontestable, les irrégularités du mouvement de rotation de l'écorce terrestre, développées théoriquement dans la *Revision des Constantes de l'astronomie stellaire*, p. 92, et qui démontrent, par suite, *physiquement* l'existence de la mutation diurne. J'aime à espérer que celle-ci ne sera plus niée par les astronomes, après que les physiciens auront répété mes expériences.

Il ne me restait qu'à choisir : ou continuer mon œuvre et donner ma démission, ou conserver la direction en abandonnant mon œuvre.

C'est le premier parti que j'ai pris, et je n'ai pas lieu de m'en repentir, quoi qu'il arrive.

Les loisirs de la retraite m'ont permis de faire faire, aux questions dont je poursuis l'étude, le pas le plus décisif qu'elles aient franchi depuis seize ans.

Et si les publications de l'Observatoire ne me sont plus accessibles aujourd'hui, du moins, grâce au bienveillant concours de mes confrères, celles de l'Académie me le restent-elles, et la science ni le pays n'y perdront rien.



ULg - C.I.C.B.



709310983

LIBER