ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№ 2607.

Un Chapitre inédit d'astronomie sphérique.

Par *F. Folie.*

1. Dans la question de la détermination de la position absolue des étoiles, il y a un élément de la plus haute importance dont on n'a tenu compte, jusqu'à ce jour,* que d'une manière très-incomplète; c'est l'aberration.

Les astronomes en ont distingué trois formes différentes:

l'aberration annuelle, la seule dont on tienne compte dans les calculs de réduction;

l'aberration systématique, qui est dûe au transport de notre système planétaire dans l'espace;

enfin l'aberration objective, signalée par Houzeau, combattue immédiatement par J. Herschel, et récemment encore niée par Y. Villarceau.*)

Il importe de tenir compte des deux formes de l'aberration qui ont été négligées ou niées jusqu'à présent; mais avant de procéder à leur calcul, il n'est pas inutile peut-être de démontrer que la dernière existe réellement.

A cette fin, nous reprendrons d'abord, d'une manière tout-à-fait générale, l'analyse du phénomène de l'aberration, et nous en verrons ressortir avec évidence la réalité de l'existence de l'aberration objective.

2. Principe. Si une action physique émanée d'un corps est reçue par un autre corps, cette action ne sera altérée en rien par le fait d'une translation commune qui serait imprimée au système des deux corps.

Personne ne niera ce principe, qui est l'un des fondements de la mécanique et de la physique.

Appliquons-le à l'étude de l'aberration.

Un rayon lumineux arrive d'un astre à la terre.

J'imprime au système des deux corps une vitesse égale et de sens contraire à celle de la terre.

Celle-ci est par là réduite au repos, et elle voit l'astre absolument dans la même direction qu'avant cette impulsion.

Nous voici donc en présence de ce fait: un rayon lumineux est émané d'un astre en mouvement, et arrive à la terre. Si la direction de ce rayon était la même, que l'astre soit en repos ou en mouvement, c'est-à-dire s'il n'y avait pas d'aberration objective, on voit que l'aberration subjective n'existerait pas non plus; ou bien il faudrait nier le principe précédent.

L'aberration objective existe donc.

Et remarquons que ce même principe rend compte, bien plus simplement que toute autre théorie, de l'aberration subjective.

Si, en effet, à un certain instant, nous représentons en grandeur et en direction par ST la vitesse de propagation du rayon lumineux aberré qui arrive à la terre, et par TT' la vitesse de cette dernière, nous pourrons considérer, en vertu du principe précédent, la vitesse ST comme la résultante de la vitesse ST' et de la vitesse $SS' = T'T$, égale et contraire à TT'.

Donc ST' ou TS' représentera, en grandeur et en direction, la vitesse du rayon lumineux, non affecté de l'aberration qui est dûe au mouvement de la terre.

Observons encore, en passant, que ce même principe conduit à la solution la plus simple du problème de la détermination de l'aberration planétaire.

Il n'y aurait, en effet, si S était une planète, absolument rien à changer au raisonnement précédent, si ce n'est que SS' serait la résultante de la vitesse de la planète et d'une vitesse égale et contraire à celle de la terre.

Le même procédé s'appliquerait naturellement à la détermination de l'aberration d'une étoile animée d'un mouvement propre réel ou objectif.

Une différence seulement doit être établie entre les deux cas; s'agit-il d'une planète S, dont le mouvement relatif est considérable par rapport à nous, il est évident qu'au moment où nous recevons le rayon lumineux ST, qui en est émané, la planète n'est plus en S, mais que, poursuivant sa route, elle aura parcouru, depuis l'instant, où elle a émis le rayon ST, jusqu'à l'instant considéré, un chemin SS''.

La position que la planète occupe, par rapport à la terre, à un moment donné, se calculera par l'un des procédés indiqués par Gauss.

A la rigueur même, le calcul de l'aberration stellaire devrait peut-être s'effectuer absolument comme celui de l'aberration planétaire, car, en principe, il n'est pas possible de découvrir la moindre différence entre les deux phénomènes.

*) Quoique l'effet, indiqué par Houzeau sous le nom d'aberration, ne soit pas, à proprement parler, l'aberration objective dont il est ici question, c'est cependant à l'occasion de son article (A. N. Nos. 496 et 498) sur ce sujet, que Herschel (A. N. No. 520) a nié catégoriquement cette dernière aberration, dans les termes répétés par Y. Villarceau (Comptes rendus t. 75, et Add. à la Conn. des temps p. 1878): »Adopting »the undulatory theory of light, the velocity of propagation will be »the same in all directions, and must be absolutely independent of the »velocity of the motion of the luminous body. If there be one con»sequence of the undulatory hypothesis more certain than another it is »this — that light is propagated with equal velocity from a luminary »at rest or in motion. In the corpuscular theory it is otherwise.« l. c. p. 249.

Si l'on ne le fait pas, c'est, d'une part, que les déplacements angulaires des étoiles par rapport au soleil sont trop peu considérables, d'autre part, que l'on est encore dans une très-grande ignorance relativement à la distance qui les sépare de cet astre.

3. Si nous sommes entrés dans ces détails sur le principe même de la théorie de l'aberration, c'est surtout parce que Villarceau en a donné, assez récemment, une toute différente, dans laquelle il prétend tenir compte du déplacement du système solaire.

Pour lui, l'influence de ce déplacement se fait sentir dans la valeur, variable pour chaque étoile, de la constante de l'aberration, et il évalue le maximum de cette influence à 0."006.

En ce point même, le très-regretté Y. Villarceau s'est mépris en partie dans sa théorie,*) et le coëfficient de l'aberration, dans les formules traitées par le procédé habituel, dépend exclusivement du rapport de la vitesse de la terre à celle de la lumière, et est absolument indépendante de l'angle que les directions de ces deux vitesses peuvent faire entre elles.

Mais ce qui nous a surpris d'avantage encore, c'est que, dans cette étude, entreprise surtout en vue de tenir compte de l'aberration systématique, l'astronome français ait laissé tout-à-fait de côté l'influence réelle que celle-ci peut exercer.

A-t-il considéré, comme tous les astronomes l'ont fait, au moins implicitement, jusqu'à présent, cette influence comme une constante rentrant dans la correction de la position moyenne, c'est ce que son silence sur ce point ne nous permet pas de décider. Quoiqu'il en soit, du reste, nous verrons que l'aberration systématique n'est pas aussi constante que l'ont pensé les astronomes et en particulier qu'il est absolument impossible de n'en pas tenir compte dans le problème de la détermination du mouvement même qui l'occasionne, c'est-à-dire du mouvement de translation du soleil.

4. Occupons-nous de la recherche de ce mouvement, en le supposant d'abord rectiligne et uniforme.

Comme la terre est entrainée avec le soleil dans ce mouvement, il en résultera une aberration systématique, et, de plus, un déplacement parallactique des étoiles. Les expressions de ces deux déplacements sont bien connues; il ne sera peut-être pas inutile, toute fois, de consacrer quelques lignes à leur recherche.

Déplacement parallactique. Si une étoile est fixe en S, et que la terre se transporte, dans l'intervalle de temps t, de O en T, elle verra l'étoile, abstraction faite de l'aberration, au commencement du temps t, suivant OS, à la fin, suivant TS. x, y, z étant les coordonnées de S, par rapport à l'origine O, estimées parallèlement à trois axes fixes arbitraires; x', y', z' ces mêmes coordonnées rapportées à l'origine T; X, Y, Z celles de ce dernier point par rapport à la première origine, on aura, $x = x'+X$ etc. ou bien les coordonnées x', y', z' après le temps t seront données en fonction des coordonnées initiales x, y, z par $x' = x-X$ etc.; d'où le déplacement parallactique $\Delta_p x = -X$ etc.

Déplacement dû à l'aberration. Si, reprenant les lettres précédentes (nº 2) nous appelons, comme cidessus, x', y', z' les coordonnées de S par rapport à T; x, y, z ses coordonnées par rapport à T'; X, Y, Z celles de ce dernier point par rapport au point T, nous aurons $x' = x+X$ etc. équations qui expriment les coordonnées apparentes x', y', z' en faisant des coordonnées vraies x, y, z de l'étoile; d'où le déplacement dû à l'aberration $\Delta_a x = X$ etc.

5. Il nous reste à exprimer ces coordonnées rectilignes en coordonnées sphériques.

Pour simplifier nos recherches, nous supposerons tout d'abord les étoiles réduites à leur position moyenne héliocentrique, non corrigée de l'aberration et de la parallaxe systématiques, et, en second lieu, nous négligeons leurs mouvements propres réels ou objectifs, et, par conséquent, l'aberration à laquelle ceux-ci donnent lieu.

Déplacement parallactique. Or en prenant pour origine le centre du soleil au commencement du temps t, les coordonnées équatoriales de l'étoile étant à cet instant α, δ et ϱ et, après le temps t, α', δ' et ϱ'; A et D étant celles de la direction dans laquelle s'effectue le mouvement de translation du soleil, V la vitesse annuelle de ce mouvement, l'année étant prise pour unité; nous aurons:

$$x = \varrho \cos\alpha \cos\delta\,; \qquad x' = \varrho' \cos\alpha' \cos\delta'$$
$$X = t\,V \cos A \cos D \qquad \text{etc.}$$

d'où

$$\varrho' \cos\alpha' \cos\delta' = \varrho \cos\alpha \cos\delta - t\,V \cos A \cos D \quad \text{etc.}$$

que nous pourrons écrire, en admettant que $\dfrac{\varrho'}{\varrho} = 1$, et en posant $t\dfrac{V}{\varrho} = \tau$:

$$\cos\alpha' \cos\delta' = \cos\alpha \cos\delta - \tau \cos A \cos D \quad \text{etc.}$$

d'où l'on déduira les déplacements parallactiques $\Delta_p \alpha$ et $\Delta_p \delta$ en AR. et en Déclinaison.

Déplacement dû à l'aberration. De même on trouverait, en désignant par v le rapport de la vitesse de translation du soleil à la vitesse de la lumière:

$$\cos\alpha_1 \cos\delta_1 = \cos\alpha \cos\delta + v \cos A \cos D \quad \text{etc.}$$

formules dans lesquelles α_1 et δ_1 représentent les coordonnées de l'étoile, affectées de l'aberration systématique, α et δ ses coordonnées vraies au commencement du temps t.

6. On sait qu'on déduit aisément des formules précédentes, par une première approximation, à laquelle nous nous bornerons ici:

*) Voir dans la dernière note insérée à la fin de son article (Add. à la Connaissance des temps p. 1878) l'explication qu'il cherche à donner lui-même de la différence entre sa théorie et celle qui est adoptée par tous les astronomes.

$$(1)\quad \Delta_p \delta = -\tau\,[\sin D \cos\delta - \cos(A-\alpha)\cos D \sin\delta]$$
$$(2)\quad \Delta_a \delta = \quad v\,[\sin D \cos\delta - \cos(A-\alpha)\cos D \sin\delta]$$

La première de ces expressions est le déplacement parallactique produit, après le temps t, par le mouvement de translation du soleil.

La seconde est l'aberration résultant de ce mouvement au commencement du temps t; celle-ci deviendra, après le temps t:

$$(3)\quad \Delta_a \delta' = v\,[\sin D' \cos\delta' - \cos(A'-\alpha')\cos D' \sin\delta']$$

si α' et δ', A' et D' désignent les coordonnées α et δ, A et D augmentées de la précession pendant l'intervalle t.

Il résulte de là que l'altération totale de la déclinaison moyenne, provenant de l'aberration et de la parallaxe systématiques, sera

$$(4)\qquad \Delta\delta = \Delta_p \delta + \Delta_a \delta' - \Delta_a \delta\,.$$

7. Remarquons que les quantités $\Delta_p \delta$ et $-\Delta_a \delta$ sont égales entre elles si $v = \tau$. Or, si le mouvement annuel du soleil est égal à ν fois le rayon de l'orbite terrestre, on a $v = \nu \frac{20''445}{2\pi} = 3''25\,\nu$; et si la distance de l'étoile au soleil est représentée par s fois ce rayon, τ sera égal à $\frac{\nu}{s} t$. L'égalité précédente exige donc que $\frac{t}{s} = 3''25$, condition qui sera vérifiée, quelque soit s, pour une valeur convenable de t.

Les valeurs dont on a pû faire usage jusqu'à présent atteignent à-peine un siècle. Si nous prenons $t = 75$, nous trouverons $s = \frac{75}{3.25} \cdot 206265 = 4760000$ environ. Or ce nombre représente assez bien la distance moyenne des étoiles de 5. grandeur, c'est-à-dire de celles dont on s'est servi, en majorité, pour déterminer le mouvement propre du soleil. Il en résulterait donc que le déplacement parallactique, au moyen duquel seul on voulait déterminer ce mouvement, serait précisément égal à l'un des termes dûs à l'aberration systématique; ce qui prouve tout au moins que celle-ci est loin d'être négligeable dans le problème. A la vérité, on n'en pourrait tenir aucun compte dans le calcul, malgré sa grandeur absolue, si elle ne variait pas avec le temps, c'est-à-dire si $\Delta_a \delta'$ était égal à $\Delta_a \delta$; mais l'erreur que les astronomes ont commise, en en faisant abstraction, provient de ce qu'ils ont négligé cette circonstance, que l'aberration systématique d'une étoile, en AR. ou en Déclinaison, acquiert avec le temps des valeurs de plus en plus différentes, même dans l'hypothèse, que nous admettons ici, d'un mouvement rectiligne et uniforme du système solaire. En d'autres termes, ils ont procédé comme si les étoiles étaient rapportées à un système d'axes invariables, auquel cas l'aberration systématique serait constante, dans cette même hypothèse.

Mais cette erreur eût-elle même eu exactement pour effet d'opérer la réduction à zéro des deux premiers termes renfermés dans le second membre de l'équation (4); comme le dernier terme, qui subsiste, est absolument de la même forme que le premier, il en résulte que la direction du mouvement de translation du soleil a néanmoins été exactement déterminée, quoique sa grandeur n'ait pas du tout pû l'être; les concordances qui existent entre les différentes déterminations, quant à la première de ces quantités, n'ont donc rien de surprenant, toutes fondées qu'elles sont sur une théorie en partie défectueuse.

8. Il est donc essentiel de tenir compte de l'aberration systématique dans la solution de ce problème.

Mais l'introduction de cette quantité fait surgir une difficulté assez sérieuse.

Comme les expressions de $\Delta\alpha$ et $\Delta\delta$ ne renferment plus simplement le facteur τ, on ne pourra éliminer celui-ci, comme on le fait quand on néglige l'aberration systématique, en divisant ces deux expressions l'une par l'autre.

Il est vrai, que l'on peut éliminer cette inconnue en ajoutant les deux expressions de $\Delta\alpha$ et de $\Delta\delta$ après les avoir multipliés par un facteur convenable.

Mais nous n'emploierons pas ici ce procédé, qui ne serait, du reste, praticable que si A et D étaient déjà assez exactement déterminés.

Notre but est plutôt de montrer l'imperfection de la théorie actuelle et le complément, que l'on y doit apporter, que de donner une détermination précise de la vitesse et de la direction du mouvement du soleil.

Aussi nous bornerons-nous à traiter la question avec quelques développements en partant des seuls déplacements en déclinaison.

9. Reprenant alors l'équation (4) qui suppose les étoiles absolument fixes, on aura, après avoir remplacé les symboles du second membre par leurs expressions (1) à (3):

$$(5)\quad \begin{aligned}\Delta\delta = &-(v+\tau)[\sin D \cos\delta - \cos(A-\alpha)\cos D \sin\delta]\\ &+v\,[\sin D' \cos\delta' - \cos(A'-\alpha')\cos D' \sin\delta']\end{aligned}$$

formule dans laquelle les coordonnées accentuées représentent les coordonnées primitives, modifiées par la précession, après le temps t.

Nous pouvons admettre que A ne diffère pas notablement de $270°$, et par suite, que D' est peu différent de D; nous poserons donc simplement $D' = D$.

Quant à D lui-même, dont les différentes déterminations sont moins précises que celles de A, nous prendrons, pour simplifier les calculs, sa tangente égale à $\frac{1}{2}$, ce qui répond à $D = 26°30'$ environ.

Nous choisirons, de plus, un groupe d'étoiles dont l'ascension droite sera, en moyenne, égale à 0^h ou à 12^h.

Dans ces conditions, on pourra écrire

$$A' = A + (m - \tfrac{1}{2}n)\,t$$
$$\alpha' = \alpha + m\,t$$

d'où
$$A' - \alpha' = A - \alpha - \tfrac{1}{2}n\,t$$

La somme des termes qui ont v pour facteur dans la formule précédente se réduira alors à

$$v \cos D\,[\operatorname{tg} D\,(\cos\delta' - \cos\delta) - \cos(A - u - \tfrac{1}{2}nt)\sin(\delta + nt) + \cos(A - \alpha)\sin\delta]$$
$$= \sin \tfrac{1}{2}nt \,.\, v \cos D\,[-2\operatorname{tg} D \sin(\delta + \tfrac{1}{2}nt) - 2\cos(A-\alpha)\cos(\delta + \tfrac{1}{2}nt) - \sin(A-\alpha)\sin(\delta + nt)]$$

en posant, ce qui est permis, $\cos \tfrac{1}{2}nt = 1$; ou bien

$$= -\sin \tfrac{1}{2}nt \,.\, v \cos D\,[2\operatorname{tg} D \sin\delta_m + \cos A\,(2\cos\alpha\cos\delta_m - \sin\alpha\sin\delta_1) + \sin A\,(2\sin\alpha\cos\delta_m + \cos\alpha\sin\delta_1)]$$

expression dans laquelle δ_1 et δ_m représentent les valeurs que la déclinaison de l'étoile prend, en vertu de la précession, après t et après $\tfrac{1}{2}t$ années.

L'expression complète de $\Delta\delta$ devient par là

$$(6)\qquad \begin{aligned} \Delta\delta = &-\sin D\,(\tau\cos\delta + 2\sin\tfrac{1}{2}nt\,.\,v\sin\delta_m) \\ &+\cos D\cos A\,[\tau\cos\alpha\sin\delta - v\sin\tfrac{1}{2}nt\,(2\cos\alpha\cos\delta_m - \sin\alpha\sin\delta_1)] \\ &+\cos D\sin A\,[\tau\sin\alpha\sin\delta - v\sin\tfrac{1}{2}nt\,(2\sin\alpha\cos\delta_m + \cos\alpha\sin\delta_1)] \end{aligned}$$

Si nous posons maintenant

$$(7)\qquad \tau\sin D = x\,,\qquad \tau\cos D\cos A = y\,,\qquad \tau\cos D\sin A = z\,;$$

et de même, après avoir écrit v' au lieu de $v \sin \tfrac{1}{2}nt$:

$$(7')\qquad v'\sin D = u\,,\qquad v'\cos D\cos A = v\,,\qquad v'\cos D\sin A = w\,,$$

$$(7'')\qquad \text{d'où il résulte}\qquad \frac{x}{u} = \frac{y}{v} = \frac{z}{w} = \frac{\tau}{v'}\,;\qquad \text{il viendra :}$$

$$(8)\qquad \begin{aligned} \Delta\delta = &-x\cos\delta + y\cos\alpha\sin\delta + z\sin\alpha\sin\delta \\ &-2u\sin\delta_m - v\,(2\cos\alpha\cos\delta_m - \sin\alpha\sin\delta_1) - w\,(2\sin\alpha\cos\delta_m + \cos\alpha\sin\delta_1) \end{aligned}$$

10. Les six inconnues de cette équation se réduisent, en vertu des relations précédentes, à quatre, qui sont, en réalité, A, D, v et τ.

Les trois premières de ces quantités sont constantes dans l'hypothèse de la translation rectiligne et uniforme du soleil; mais la quatrième dépend de la parallaxe de l'étoile.

Pour combiner entre elles les observations d'un assez grand nombre d'étoiles, sans avoir égard aux variations en ascension droite, nous serons donc obligés d'admettre, pour toutes ces étoiles, une même parallaxe moyenne; et il conviendra, pour réaliser autant que possible cette hypothèse, d'opérer sur des étoiles de la même grandeur.

En adoptant la 5^e grandeur, nous pourrons prendre pour parallaxe moyenne 0",04; en sorte que τ sera égal à 0",04$\,\nu t$, (n° 7), ou à 4",4$\,\nu$, si nous prenons t égal à 110 ans (1755-1865). D'autre part, nous avons (n° 7) v = 3",25$\,\nu$, d'où $v' = v\sin\tfrac{1}{2}nt$ = 3",25$\,\nu \sin 18'\,23''$ = 0",0173$\,\nu$.

Le rapport $\dfrac{\tau}{v'}$ serait donc égal à 253.5 environ.

Nous commencerons par prendre, en chiffre rond, $\dfrac{\tau}{v'} = 250$.

11. Ecrivons, pour abréger, l'équation précédente (8) sous la forme

$$(9)\qquad \begin{aligned} \Delta\delta &= ax + by + cz + a'u + b'v + c'w \\ &= (ae + a')u + (be + b')v + (ce + c')w\,. \end{aligned}$$

Au moyen de cette équation, nous pourrons déduire d'un système de valeurs de δ, fournies par les observations d'un groupe d'étoiles, faites dans les conditions précédentes, les valeurs approchées de u, v, w; désignant ces valeurs par u_0, v_0, w_0, leurs corrections par ξ, η, ζ, et par $e+\varepsilon$ la valeur exacte du rapport $\dfrac{\tau}{v'}$, l'équation précédente deviendra :

$$(9')\qquad \Delta\delta = [a(e+\varepsilon) + a'](u_0 + \xi) + \cdots$$

En négligeant les quantités du 2^e ordre, et en posant

$$(10)\qquad \begin{cases} ae + a' = a''\,,\ \text{etc.} \\ au_0 + bv_0 + cw_0 = e''\,, \\ \Delta\delta - a''u_0 - b''v_0 - c''w_0 = E\,, \end{cases}$$

on aura enfin :

$$(11)\qquad E = a''\xi + b''\eta + c''\zeta + e''\varepsilon\,.$$

Le système de ces équations permettra de déterminer les corrections ξ, η, ζ, ε.

On connaîtra donc u, v, w et $\dfrac{\tau}{v'}$; les trois premières quantités serviront, au moyen des relations (7') à déterminer A, D et v'; puis on tirera τ de la dernière.

Le problème est donc entièrement résolu.

Et, non seulement on connaîtra ainsi la grandeur et la direction du mouvement de translation du soleil, mais encore la parallaxe moyenne du groupe d'étoiles dont on a fait usage.

Si l'on voulait trouver en même temps la correction de la constante de la précession, il suffirait d'ajouter au 2. membre de l'équation (9) le terme $\cos \alpha \mu t$, en représentant par μ la correction à ajouter à la constante $n = 20''0607$ (1800) de Struve.

12. Evidemment, il sera toujours plus sûr d'éliminer la parallaxe de chaque étoile employée; et, pour cela, de faire usage à la fois des variations de ses coordonnées en AR. et en Déclinaison.

Ce procédé, toute fois, ne pourra s'appliquer un peu convenablement, comme nous l'avons dit, que si A et n sont déterminés déjà avec une certaine précision, mais il sera alors le plus propre à corriger les valeurs obtenues pour A, D.

Après l'exposition qui précède, les astronomes pourront, sans difficulté établir les formules à employer dans ce cas, de même que les modifications à apporter aux formules précédentes, si l'on n'y veut pas supposer $A = 270°$.

Un point sur lequel il est peut-être utile d'appeler à nouveau leur attention, c'est que la théorie précédente suppose que les étoiles dont on fait usage n'ont pas des mouvements propres réels ou objectifs.

Il conviendra donc, en pratique, d'exclure celles pour lesquelles on aurait constaté des mouvements propres considérables.

13. Mais il est en outre un second point tout aussi important, que nous n'avons pas examiné d'une façon explicite.

La théorie précédente serait encore incomplète, si l'on ne prenait soin de l'appliquer à un groupe d'étoiles situées dans une même région, peu étendue, du ciel.

C'est, comme on l'a vu, ce que nous avons supposé. Or ce groupe d'étoiles pourrait être animé d'un mouvement propre commun, que nous appellerons le mouvement galactique.

Le déplacement du soleil, que nous venons de déterminer, ne serait donc alors que son déplacement relatif, par rapport à ce groupe d'étoiles; tandis que son déplacement absolu serait la résultante de ce dernier et de celui du groupe d'étoiles.

A fin de vérifier la possibilité de ce mouvement galactique, admettons, pour la plus grande simplicité, que les étoiles soient animées d'un mouvement circulaire autour d'un centre commun, dans un plan renfermant également le soleil; appelons x_1, y_1 les coordonnées d'une étoile par rapport à deux axes rectangulaires passant par le soleil, X_1, Y_1 celles de cet astre, rapportées à deux axes invariables, parallèles aux premiers et passant par le centre commun; ϱ le rayon mené de ce centre à l'étoile, φ l'angle de ce rayon avec l'axe des x; toutes ces valeurs se rapportent à l'instant initial. Après le temps t, remplaçons les indices 1 par les indices 2, et φ par $\varphi + \omega$, nous aurons

$$(12) \quad x_1 + X_1 = \varrho \cos \varphi; \quad x_2 + X_2 = \varrho \cos(\varphi + \omega),$$

et des équations analogues en y, avec des sinus au lieu de cosinus.

Considérons maintenant une étoile diamétralement opposée à la première par rapport au soleil, et supposons-la à la même distance que celle-ci du centre commun.

En accentuant ses coordonnées, nous pourrons écrire, pour cette étoile:

$$(13) \quad x_1' + X_1 = \varrho \cos \varphi'; \quad x_2' + X_2 = \varrho \cos(\varphi' + \omega),$$

et de plus

$$(14) \qquad \frac{x_1}{x_1'} = \frac{y_1}{y_1'}; \quad \frac{x_2}{x_2'} = \frac{y_2}{y_2'}$$

puisque l'observation nous apprend qu'en général deux étoiles, qui occupent deux régions diamétralement opposées du ciel à une certaine époque, restent diamétralement opposées pendant un intervalle de temps extrêmement long. C'est ce fait capital, négligé jusqu'à présent dans les spéculations astronomiques sur le mouvement galactique, qui va servir de base à nos déductions.

14. Les équations (14), mises sous la forme $\dfrac{x - x'}{y - y'} = \dfrac{x}{y}$ quelque soit l'indice, et combinées avec les équations (12) et (13) donnent

$$-\operatorname{tg} \frac{\varphi + \varphi'}{2} = \frac{\varrho \cos \varphi - X_1}{\varrho \sin \varphi - Y_1} \qquad \text{et} \qquad \operatorname{tg}\left(\frac{\varphi + \varphi'}{2} + \omega\right) = \frac{\varrho \cos(\varphi + \omega) - X_2}{\varrho \sin(\varphi + \omega) - Y_2}.$$

On déduit de celles-ci par l'élimination de $\frac{1}{2}(\varphi + \varphi')$:

$$[\varrho \cos \varphi - X_1 - \operatorname{tg} \omega (\varrho \sin \varphi - Y_1)] [\varrho \sin(\varphi + \omega) - Y_2] = [\varrho \sin \varphi - Y_1 + \operatorname{tg} \omega (\varrho \cos \varphi - X_1)] [\varrho \cos(\varphi + \omega) - X_2].$$

Or, s'il existe un mouvement galactique tel que nous l'avons défini, l'angle ω doit être constant pour toutes les étoiles, et, par suite, indépendant de l'angle φ.

Dérivons donc l'équation précédente, dans laquelle ϱ et les X et Y sont des constantes, ainsi que ω, puisque $\dfrac{d\omega}{d\varphi} = 0$, nous trouverons, après avoir divisé tous les termes par ϱ

$$\begin{aligned} &-(\sin \varphi + \operatorname{tg} \omega \cos \varphi) [\varrho \sin(\varphi + \omega) - Y_2] + \cos(\varphi + \omega) [\varrho \cos \varphi - X_1 - \operatorname{tg} \omega (\varrho \sin \varphi - Y_1)] \\ &-(\cos \varphi - \operatorname{tg} \omega \sin \varphi) [\varrho \cos(\varphi + \omega) - X_2] + \sin(\varphi + \omega) [\varrho \sin \varphi - Y_1 + \operatorname{tg} \omega (\varrho \cos \varphi - X_1)] = 0. \end{aligned}$$

Réduisant, on verra que tous les termes indépendants des X et Y se détruisent, et il restera:

$$Y_2 (\sin \varphi + \operatorname{tg} \omega \cos \varphi) + X_2 (\cos \varphi - \operatorname{tg} \omega \sin \varphi) + \cos(\varphi + \omega) (Y_1 \operatorname{tg} \omega - X_1) - \sin(\varphi + \omega) [X_1 \operatorname{tg} \omega + Y_1] = 0.$$

Afin de simplifier cette expression, posons $X = P\cos\Phi$; $Y = P\sin\Phi$; elle deviendra

$$P_2\,[\cos(\Phi_2-\varphi)+\operatorname{tg}\omega\sin(\Phi_2-\varphi)]-P_1\,[\cos(\Phi_1-\varphi-\omega)-\operatorname{tg}\omega\sin(\Phi_1-\varphi-\omega)] = 0\,. \tag{15}$$

On voit immédiatement que cette relation est vérifiée identiquement si l'on pose $P_2 = P_1$ et $\Phi_2 = \Phi_1+\omega$.

Il s'ensuit qu'il n'y a rien de contradictoire entre le fait d'un aspect uniforme du ciel pendant des milliers d'années et l'hypothèse d'un mouvement galactique, si le mouvement propre du soleil se confond avec ce dernier.

D'autre part, quoique, dans cette hypothèse, le mouvement de notre nébuleuse offre une très-grande ressemblance avec celui d'un système invariable, on pourra, néanmoins, constater ce mouvement par l'observation. Les équations (12) donnent en effet, si l'on désigne par Δx_1 la variation des coordonnées x_2-x_1 de l'étoile, par rapport au soleil, au bout du temps t:

$$\Delta x_1 = \quad 2\sin{}^1\!/_2\,\omega\,[P\sin(\Phi+{}^1\!/_2\,\omega)-\varrho\sin(\varphi+{}^1\!/_2\,\omega)] \tag{16}$$

et l'on voit que cette quantité n'est, très-généralement, pas nulle, et qu'elle croît, très-généralement aussi, avec le temps. On trouverait une équation tout-à-fait analogue en Δy_1.

$$\Delta y_1 = -2\sin{}^1\!/_2\,\omega\,[P\cos(\Phi+{}^1\!/_2\,\omega)-\varrho\cos(\varphi+{}^1\!/_2\,\omega)] \tag{16'}$$

Le mouvement galactique est donc conciliable avec un déplacement apparent des étoiles par rapport au soleil, même dans le cas où le mouvement de celui-ci se confondrait avec ce mouvement galactique.

Celui-ci peut-il se concilier autrement avec le fait de l'aspect séculaire invariable du ciel?

Il faudrait, pour cela, que l'équation (15) fût vérifiée pour toutes les étoiles, ce qui semble impossible. Nous sommes donc amenés à conclure, ou bien que le mouvement galactique se confond avec le mouvement du système solaire, ou bien, qu'il est tellement lent qu'il n'a pas pû produire d'effet un peu sensible, après une période de vingt siècles, sur l'aspect du ciel étoilé.

15. Il nous reste encore à examiner si ce mouvement de transport de toute notre nébuleuse, dans lequel serait entraîné le soleil, existe réellement, ou si le mouvement du système solaire ne doit pas plutôt être considéré simplement comme un mouvement propre dans le sein d'une nébuleuse immobile, ou, du moins, animée d'un mouvement imperceptible jusqu'à présent.

C'est dans les équations (16), qui expriment, pour le premier cas, les déplacements apparents d'une étoile dûs au mouvement galactique du soleil, ou dans leurs transformations en coordonnées sphériques, qu'il faudra chercher la solution de cette question.

Si les différents groupes d'étoiles, situées dans des régions peu étendues du ciel, auxquels on appliquera ces équations, concourent à donner des valeurs identiques, dans les limites d'exactitude qu'on peut attendre, pour ω, P, Φ et les deux inconnues qui serviront à déterminer le plan du mouvement galactique supposé, on pourra se prononcer en faveur de la première hypothèse.

Si non, il faudra considérer le mouvement de transport du système solaire comme un simple mouvement propre du soleil, analogue aux mouvements qui ont été constatés; dans des directions si variées, pour un très-grand nombre d'étoiles.

Mais, ni dans l'un, ni dans l'autre cas, on ne peut admettre, pensons-nous, comme le font la plupart des astronomes, un double mouvement du soleil, qui se décomposerait en un mouvement dans la nébuleuse et un mouvement d'entraînement avec cette nébuleuse. Nous croyons devoir négliger le cas où ce dernier mouvement serait assez lent pour n'être pas devenu sensible après vingt siècles d'observation. C'est aux générations lointaines seulement qu'il appartiendra de s'occuper de ce double mouvement du soleil, autrement que d'une pure induction cosmogonique, que rien ne semble justifier à nos yeux; et de s'assurer, par la comparaison des mouvements apparents des étoiles qui font partie de notre nébuleuse et des étoiles télescopiques, si elle est animée d'un mouvement de translation dans l'espace.

16. On pourra tenir compte plus tôt, sans doute, de l'aberration objective.

Il est aisé de comprendre, après ce que nous avons dit de l'aberration systématique, que l'aberration objective, reste, pendant un assez grand nombre d'années, une constante qui rentre dans la correction du lieu moyen de l'étoile; mais qu'après un temps plus considérable sa valeur est sujette à des variations qui permettront de la déterminer et de connaître par là, en même temps, la vitesse absolue de transport de l'étoile.

Conclusion.

17. La théorie de l'aberration proprement dite, théorie de laquelle ni la distance de l'astre, ni le temps employé par la lumière pour franchir cette distance, n'ont à intervenir, doit porter sur trois cas distincts, abstraction faite de l'aberration diurne:

l'aberration annuelle, dont la théorie universellement adoptée est irréprochable; et dont le coëfficient est une quantité constante pour toutes les étoiles, et égale au rapport de la vitesse de la terre, dans une orbite circulaire, à la vitesse de la lumière;

l'aberration systématique, qui est, pour chaque étoile, à une époque déterminée, une constante qui rentre dans la correction de son lieu moyen, mais qui peut varier, d'une manière sensible à l'observation, entre deux époques suffisamment écartées; dont le coëfficient est aussi une quantité constante pour toutes les étoiles, et égale au rapport de la vitesse de transport du système solaire à la vitesse de la lumière.

On a négligé, jusqu'aujourd'hui, de tenir compte de l'aberration systématique, dans la détermination de ce mouvement de transport, où elle est cependant appelée à jouer un rôle important, puisqu'elle permet de déterminer la vitesse de ce mouvement, et même la distance moyenne des étoiles dont on fait usage dans cette détermination.

L'aberration objective enfin, dont J. Herschel, suivi en cela par Villarceau, a nié l'existence; qui présente, comme l'aberration systématique, le caractère de ne pouvoir se manifester qu'après des intervalles de temps fort longs, et dont le coëfficient est égale au rapport de la vitesse propre de l'étoile à la vitesse de la lumière.

L'intervention de l'aberration objective dans le calcul du lieu moyen d'une étoile, à deux dates fort éloignées, permettra de se faire une idée de la grandeur absolue du mouvement de l'étoile.

Nous bornerons à la théorie de l'aberration proprement dite, et à son application à la détermination du mouvement du système solaire, nos recherches sur ce sujet; non qu'il n'y ait quelque chose à ajouter sur des mouvements apparents, que certains astronomes ont confondus, à tort, pensons-nous, avec l'aberration; mais notre étude dépasserait de beaucoup, avec cette addition, les bornes que nous voulons lui assigner; et les principes que nous avons énoncées permettront aux astronomes de compléter, en ce point, la théorie des mouvements apparents provenant tant de l'aberration que de la parallaxe subjective et objective.

Remarque.

On pourra objecter à notre théorie de l'aberration que le principe, sur lequel nous la fondons, nº 2, n'est vrai, dans l'hypothèse des ondulations, que si nous entendons par système des deux corps, non ces corps seulement, mais aussi l'éther interposé.

Il est facile de voir que l'aberration subjective se déduit encore du principe ainsi modifié, pourvu que l'on admette, avec Herschel, que les ondulations lumineuses ne sont nullement affectées par l'état de repos ou de mouvement de la source dont elles émanent.

Naturellement, dans ce cas, l'aberration objective n'existerait pas.

C'est là un point qui mérite d'attirer l'attention de ceux qui s'occupent d'optique mathématique.

Elemente und Ephemeride des Cometen 1884 Barnard.

Die Elemente sind berechnet aus der Position vom 16. Juli und den Beobachtungen in Algier vom 23. und 26. Juli:

$$\begin{aligned} T &= 1884 \text{ Aug. } 15.2443 \text{ M. Z. Berlin} \\ \pi &= 301^\circ 40'.7 \\ \Omega &= 358\ 48.8 \\ i &= 6\ 43.5 \\ \log q &= 0.13958 \end{aligned} \quad \Bigg\} \text{ Mittl. Aequ. } 1884.0$$

Diese Elemente stimmen mit den mittlerweile bekannt gewordenen, von Herrn S. C. Chandler berechneten so nahe überein, dass von der Berechnung einer Ephemeride nach denselben vorläufig Abstand genommen wurde. Sie zeigen übrigens mit Rücksicht auf die Unsicherheit, die ihnen noch anhaftet, eine gewisse Aehnlichkeit mit den Elementen des Cometen De Vico von 1844 (1844 I), der, obwohl sicher elliptisch, bisher nicht wiedergefunden wurde.

Währing 1884 August 2. *E. Weiss.*

Die Elemente sind berechnet aus: Juli 16 Harv. College (?), Juli 23 und 29 Algier:

$$\begin{aligned} T &= 1884 \text{ August } 17.5626 \text{ M. Z. Berlin} \\ \pi &= 302^\circ\ 1'\ 23'' \\ \Omega &= 357\ 43\ 52 \\ i &= 7\ 12\ 0 \\ \log q &= 0.14760 \end{aligned} \quad \Bigg\} \text{ Mittl. Aequ. } 1884.0$$

Mittl. Ort $d\lambda = -14''$; $d\beta = +1'4''$

Aequatorconstanten:

$$\begin{aligned} x &= (9.99999)\, r \sin[\ 32^\circ\ 2'.4 + v] \\ y &= (9.93541)\, r \sin[301\ 52.6 + v] \\ z &= (9.70526)\, r \sin[302\ 30.7 + v] \end{aligned}$$

Berlin 1884 August 2. *H. Oppenheim.*

Die Elemente sind abgeleitet aus den Beobachtungen Juli 16 (Nashville), Juli 23 und 29 (Algier).

$$\begin{aligned} T &= 1884 \text{ Aug. } 18.0714 \text{ M. Z. Berlin} \\ \pi &= 303^\circ\ 7'\ 22''.2 \\ \Omega &= 357\ 2\ 15.5 \\ i &= 6\ 56\ 35.8 \\ \log q &= 0.142598 \end{aligned} \quad \Bigg\} \text{ mittl. Aequ. } 1884.0$$

Darstellung des mittl. Ortes: (B—R) in λ —12″.1, in β +77″.9.

Zur Berechnung der Correctionen für Parallaxe und Aberration wurden die Elemente von Chandler (A. N. 2606) benutzt. Ein besserer Anschluss an die mittl. Beobachtung ist vorläufig nicht versucht worden.

Ephemeride für 12^h M. Z. Berlin.

1884	α	δ	$\log \Delta$	H.
Aug. 14	$17^h\ 9^m.6$	$-36^\circ 29'$	9.7808	1.14
18	24.8	—36 2	9.7845	1.12
22	40.8	—35 28	9.7898	1.09
26	57.2	—34 46	9.7967	1.05
30	18 13.9	—33 55	9.8051	1.00
Sept. 3	30.7	—32 56	9.8151	0.95

Kiel 1884 August 4.

Carl Stechert.