NOUVELLES TABLES USUELLES

DES

LOGARITHMES

DES

NOMBRES ET DES LIGNES TRIGONOMÉTRIQUES

EN DEUX TABLEAUX,

AVEC UNE INTRODUCTION SUR LA DISPOSITION ET L'USAGE DE CES TABLES, ET DE NOMBREUSES APPLICATIONS TRIGONOMÉTRIQUES,

PAR

F. FOLIE,

DOCTEUR EN SCIENCES PHYSIQUE ET MATHÉMATIQUE, RÉPÉTITEUR A L'ÉCOLE DES MINES, PROFESSEUR A L'ÉCOLE INDUSTRIELLE ET MEMBRE DE LA SOCIÉTÉ ROYALE DES SCIENCES DE LIÉGE.

LIÉGE,

CHEZ H. DESSAIN, IMPRIMEUR.

BRUXELLES
CHEZ C. MUQUARDT.
LEIPZIG, MÊME MAISON.

PARIS,
CHEZ RORET, LIB^re,
RUE HAUTEFEUILLE, 10 *bis*

1866.

DISPOSITION ET USAGE DES TABLES.

Nous allons indiquer en quelques mots la disposition et l'usage de la table des logarithmes des nombres et de la table inverse que nous avons empruntées à Struve, ainsi que des tables trigonométriques que nous avons construites sur le même plan.

Les lignes qui suivent, ainsi que les tables, sont extraites d'un travail que nous avons présenté à la Société Royale des Sciences de Liége dans le courant du mois de mars 1865.

Nous ne parlerons pas de la disposition des tables de Callet qui se reproduit du reste presque identiquement dans celles de Struve.

Dans toutes les deux on supprime la caractéristique, c'est-à-dire le chiffre placé avant la virgule dans le logarithme d'un nombre ; en effet les logarithmes de 8,64 ; 86,4 ; 864 ; 8640..... ont tous pour partie décimale 9365 et pour caractéristiques respectives 0, 1, 2, 3, etc., puisque chacun est 10 fois plus grand que le précédent ; il en sera de même, comme nous verrons, des fractions 0,864 ; 0,0864 ; etc. dont les logarithmes ont aussi pour partie décimale 9365.

Dans toutes les deux encore les nombres sont disposés en deux colonnes, l'une verticale, l'autre horizontale ; celle-ci ne porte que les chiffres 0,1,...9, que l'on doit supposer écrits à la suite du nombre placé dans la table verticale ; cette réunion forme le nombre dont le logarithme se trouve, comme dans la table de Pythagore, à l'intersection des lignes horizontale et verticale conduites par chacune des deux parties du nombre.

C'est ainsi qu'on trouvera le log. de :

8	à l'inters. des lignes menées par	80 et 0	: 9031
806	. . . .	80 et 6	: 9063
86	. . . .	86 et 0	: 9345
864	. . . .	86 et 4	: 9365

La caractéristique du 1^{er} sera 0, du 3^{me} 1, du 2^d et du 4^{me} 2.

Quant aux tables inverses, la disposition en est la même, si ce n'est que les deux colonnes qui renfermaient le nombre renferment cette fois le logarithme, et que le nombre correspondant à ce logarithme se trouve ici à l'intersection des deux lignes menées par les chiffres dont la réunion forme ce logarithme.

Veut-on savoir p. ex. quel est le nombre qui a pour log.

005,	il se trouve à l'inters. des lignes menées par	00 et 5	: 1012
050,	. . . .	05 et 0	: 1122
500,	. . . .	50 et 0	: 3162
540,	. . . .	54 et 0	: 3467
547,	. . . .	54 et 7	: 3524

La caractéristique manque naturellement dans les logarithmes précédents ; et c'est d'après elle, quand elle sera donnée, qu'on placera la virgule ou les zéros nécessaires dans les nombres correspondants. Mais si l'on a un nombre de plus de 3 chiffres, ou un logarithme qui en ait davantage après la caractéristique, comment trouver le logarithme du 1^{er}, le nombre correspondant au 2^d ?

1^r Ex. Trouvez le log. de 3,1416.

La table donne : $l.3,14=0.4969; d=14.$

En vertu de la remarque (R) nous aurons donc pour 0,16 une différence $0,16\times14=2,2$; d'où : $l.\pi=l.3,1416=0.49712$, qui n'est en défaut que de 3 unités sur le dernier chiffre.

2^{me} Ex. Trouvez le nombre qui a pour log. 0,49715.

La table donne pour le nombre correspondant à

$$497 : 3141 \qquad d=7.$$

En vertu de la remarque (R), pour 0,15 nous aurons la différence : $0,15 \times 7 = 1,0$ à ajouter à 3141 ce qui donne le nombre 3,1420, vu que la caractéristique est 0.

Ce nombre n'est en excès que de 4 unités sur la 4ᵐᵉ décimale ; il aurait dû être $\pi = 3,1416$.

Voyons maintenant comment on trouve le log. d'une fraction proprement dite, et commençons par les fractions décimales.

Nous avons déjà vu que tous les nombres entiers ou fractionnaires composés des mêmes chiffres, tels que :

8640 ; 864 ; 86,4 ; 8,64 ;

ont la même partie décimale 9365 à leurs logarithmes, et pour caractéristiques respectives

3 , 2, 1, 0 .

$$\text{Or :} \quad 0,864 = \frac{8,64}{10} \; ; \; 0,0864 = \frac{8.64}{100} \; ; \; 0,00864 = \frac{8.64}{1000}$$

donc :

$$\text{l.}0,864 = 0.9365 - \text{l.}10 = 0.9365 - 1$$

$$\text{l.}0,0864 = 0.9365 - \text{l.}100 = 0.9365 - 2$$

$$\text{l.}0,00864 = 0.9365 - \text{l.}1000 = 0,9365 - 3 \text{ , etc.}$$

Pour éviter des nombres négatifs, nous ajouterons 10 à tous ces logarithmes et nous écrirons :

$$\text{l.}0,864 = 9,9365 \; ; \; \text{l.}0,0864 = 8,9365 \; ; \; \text{l.}0,00864 = 7,9365 \; ; \text{ etc.}$$

Ces logarithmes sont à la vérité trop forts de 10 ; d'où résulte que les nombres correspondants sont devenus 10,000,000,000 (nombre dont le logarithme est 10) ou 10 milliards de fois trop grands ; et comme une semblable erreur s'apercevrait à l'instant même dans le résultat, il est inutile de s'en préoccuper.

Quand donc la caractéristique d'un logarithme sera

4 le nombre correspondant aura pour plus hautes unités des dizaines de mille ;
3 . . . . unités de mille ;
2 . . . . centaines ;
1 . . . . dizaines ;
0 . . . . unités simples ;

9 . . . . dizièmes ;
8 . . . . centièmes ;
7 . . . . millièmes, etc.

à moins qu'on n'opère sur des nombres tout-à-fait considérables, auquel cas la caractéristique

7 indiquerait des dizaines de millions ;
6 . . . . millions ;
5 . . . . centaines de mille, etc.

Nous procédons de la même manière dans le calcul des logarithmes des fractions proprement dites.

Ex. $$\mathrm{l}.\frac{2}{3} = \mathrm{l}.2 - \mathrm{l}.3 = 0.3010 - 0,4771.$$

Comme cette quantité serait négative, nous écrirons :

$$\mathrm{l}.\frac{2}{3} = 0.3010 + 10 - 0.4771 = 0.3010 + 9.5229 = 9.8239,$$

résultat qu'on sait être trop fort de 10.

Or soustraire un logarithme de 10, s'appelle prendre le complément de ce logarithme ; et cette opération se fait comme on voit en ôtant de 10 le dernier chiffre significatif, et de 9 tous les chiffres placés à sa gauche ; chaque fois donc qu'on aura à retrancher un logarithme d'un autre, on ajoutera à celui-ci le complément du premier ; *et remarquez qu'on ne doit pas pour cela écrire le complément, mais le logarithme lui-même; et lire de tête son complément, opération excessivement simple et qui ne demande que très-peu d'habitude.*

Ex. $$\mathrm{l}.\frac{2}{3} = \left\{\begin{array}{l} \mathrm{l}.2 = 0.3010 \\ -\mathrm{l}.3 = 0.4771 - \end{array}\right.$$

$$\mathrm{l}.\frac{2}{3} = 9.8239$$

On lit

9 et 0 donne 9
2 et 1 donne 3
2 et 0 donne 2

5 et 3 donne 8
9 et 0 donne 9

Ex. Calculer : $x=\sqrt{\frac{97,4\times511,4}{1461,1\times852,3}}$

$$l.x=\frac{1}{2}\left\{l.97,4+l.511,4-l.1461,1-l.852,3\right\}$$

$$\begin{array}{r} l.\ \ 97,4=1.9886 \\ l.\ 511,4=2.70876 \\ l.1461,1=3.16472- \\ l.\ 852,3=2.93055- \\ \hline 18.60209 \\ l.x=9.301045. \end{array}$$

On indique par un signe les deux logarithmes dont on doit prendre le complément et l'on dit :

5 et 8, 13 et 6, 19.
1 et 4, 5 et 2, 7 et 7, 14 et 6, 20.
2 et 9, 11 et 5, 16 et 8, 24 et 8, 32.
3 et 6, 9 et 3, 12 et 8, 20.
2 et 8, 10 et 7, 17 et 9, 26.
2 et 7, 9 et 6, 15 et 2, 17 et 1, 18 ;

prenant la moitié du résultat, on obtient

$l.x\quad=9.301045$, évidemment trop fort de 10.

d'où $x=0,2002$ au moyen de la table inverse.

Nous n'avons plus qu'une remarque à faire relativement à l'emploi des compléments ; c'est qu'on doit toujours veiller à ce que le résultat final, s'il est trop fort, le soit au moins de 10, (ou de 20) ; si dans l'exemple précédent on n'avait eu qu'un chiffre au dénominateur, la somme aurait été trop forte de 10 seulement, et dans ce cas il aurait fallu l'augmenter encore de 10 pour qu'en prenant la moitié, le résultat final fût trop fort, non de 5, mais de 10 ;

ainsi encore, si au lieu d'une racine carrée dans l'exemple même on avait eu une racine cubique ou quatrième, la somme n'étant trop forte que de 20, il aurait fallu l'augmenter, dans le 1er cas, de 10, dans le 2d de 20, afin que le résultat final fût trop fort de 10.

Nous aurons l'occasion d'appliquer tous ces principes dans les exemples numériques que nous proposerons sur la résolution des triangles.

Construction d'une table de logarithmes des sinus et tangentes des angles. (*)

Par les relations connues 5), 6), 7) et 19), on voit qu'il n'est nécessaire que de calculer directement les sinus des angles de 0° à 45° ; car les sinus donnent les cosinus par (5), et ces deux-ci fournissent les tangentes et cotangentes par 6) et 7).

Quant aux angles compris entre 45° et 90°, il est superflu de s'en occuper, puisque :

$$(19)\quad \left\{ \begin{array}{l} \sin(45^\circ+a)=\cos(45^\circ-a),\quad \cos(45^\circ+a)=\sin(45^\circ-a), \\ \mathrm{tg}(45^\circ+a)=\mathrm{cotg}(45^\circ-a). \end{array} \right.$$

Soit proposé de trouver les valeurs des sinus de minute en minute de 0° à 45°.

Partageons l'arc de 90° en un nombre de parties égales supérieures à 2700 ; chaque division a sera plus petite que 2 minutes, et l'on pourra calculer les cordes des arcs a, $2a$, $3a$, $4a$, $5a$, etc. jusqu'à 90° ; tous ces arcs différeront entre eux de a, c'est-à-dire de moins de 2 minutes.

Fig. IV.

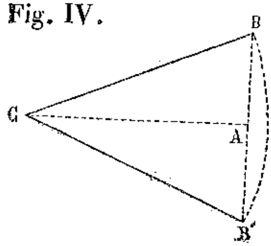


Fig. IV. Or, si nous considérons une corde quelconque BB' et son apothème CA, nous aurons deux triangles dans chacun desquels $\sin B = \frac{c}{a}$; et comme l'angle B est la moitié de l'angle BCB', le côté c la moitié de la corde et le côté a le rayon du cercle qu'on peut faire égal à l'unité, il s'ensuit que :

(*) Il suffit évidemment que nous établissions ici la possibilité de la construction d'une pareille table.

Le sinus d'un angle est la moitié de la corde qui sous-tend un angle double dans un cercle de rayon=1.

En prenant les moitiés des cordes précédemment calculées, nous aurons donc les sinus des angles $\frac{1}{2}a$, a, $\frac{3}{2}a$, $2a$, $\frac{5}{2}a$. . . , c'est-à-dire d'angles qui croissent à peine de minute en minute.

On aurait pu obtenir des intervalles plus petits, et par suite les sinus d'angles aussi approchants que l'on voudrait de 1′, 2′, 3′, 4′, etc.

Des sinus on déduit les cosinus et l'on prend ensuite les logarithmes des valeurs numériques obtenues ; comme ce sont toutes fractions, on leur donne pour caractéristiques 6, 7, 8, 9 ; enfin on a :

l. tg = l. sin — l. cos ; si la caractéristique est <10 on la laissera ; si elle est égale ou plus forte, on supprimera la dizaine qui est de trop.

Disposition de ces tables.

Nous ne nous occuperons plus de la disposition des petites tables, qui ne présente aucune particularité sur celle des logarithmes des nombres.

Toutes les tables au reste, quelle qu'en soit la disposition, ont ceci de commun qu'elles ne vont que jusqu'à 45° en vertu des formules (19) ; mais comme par ces mêmes formules les sin., cos., et tg. de $45^{\circ} + a$ sont les mêmes que les cos., sin., et cotg. de $45^{\circ} - a$, et vice-versa, on a imaginé une disposition qui permet de lire tous les arcs depuis 0° jusqu'à 90° : nous la développerons pour les tables nouvelles que nous publions aujourd'hui.

En haut de la page se lisent :

Log. sin., Log. tg., Log. cos., et au-dessus de chaque colonne :

0′, 10′, 20′, 30′, 40′, 50′.

Au bas de la page :

Log. cos., Log. cotang., Log. cos., et en-dessous de chaque colonne :

60′, 50′, 40′, 30′, 20′, 10′.

A gauche on lit tous les nombres de degrés de 0° à 45°, à droite de 44° à 89°.

Les nombres de droite répondent aux noms et aux chiffres supérieurs, ceux de gauche aux inférieurs.

Dans les dernières colonnes, la plupart des logarithmes n'ont que deux chiffres : c'est quand les deux précédents sont les mêmes que ceux du logarithme supérieur dans la même colonne.

Nous avons supprimé partout la caractéristique parce qu'elle est constamment 9, sauf les exceptions suivantes dans les log. des sin. et tang., exceptions que l'on ne rencontrera du reste presque jamais dans la pratique, à cause de la petitesse des angles auxquels elles sont relatives.

Les logarithmes des sinus et des tangentes de

0°10′, 0°20′, 0°30′ ont pour caractéristique 7 ;

Ceux des sinus et des tangentes des arcs compris entre 0°30′, et 5°50′ ont pour caractéristique 8.

Nous avons eu soin de placer un astérisque devant les logarithmes des sinus et tangente de 5°50′ pour indiquer au lecteur le point précis où commence la caractéristique 9 ; les précédentes sont donc 8, sauf les trois premières qui sont 7, et qui ne se présenteront certainement jamais dans un calcul.

Enfin la dernière ligne des log. tang. a 0 pour caractéristique.

Quelques exemples vont éclaircir ce qui précède.

Trouvez l. sin 32°40′.

On cherche 32° à gauche ; 40′ au-dessus dans les colonnes des log. sin. ; à l'intersection des colonnes horizontale et verticale se trouve 7322 ;

Donc l. sin 32°40′ = 9,7322.

Trouvez l. cos 32°40′.

On cherche 32° à gauche ; 40′ au-dessus dans les colonnes des log. cos ; et l'on trouve à l'intersection le nombre 9252 ; donc :

l. cos 32°40′ = 9,9252.

De même on trouvera :

l. tg. 32°40′ = 9,8070.

Quant à l. cotg 32°40′, comme on sait que :

$$\text{Cotg } a = \frac{1}{\text{tg} a}, \text{ d'où l. cotg } a = -\text{ l. tg } a, \text{ on aura :}$$

$$\text{l. cotg } 32^\circ 40' = -\text{ l. tg } 32^\circ 40' = -9{,}8070,$$

et l'on se servira du complément sans l'écrire toutefois.

Trouvez l. sin 78°20′; l. cos 78°20′; l. cotg 78°20′ ; l. tg 78°20′.

On cherchera dans chaque cas 78° à droite, 20′ en-dessous dans les colonnes respectives, et l'on trouvera :

L. sin 78°20′ = 9,9909 quoique la table ne donne que 09 ; mais les deux chiffres supérieurs dans la même colonne sont 99 et l'on sait que la caractéristique est toujours 9.

$$\text{l. cos } 78^\circ 20' = 9{,}3058.$$

$$\text{l. cotg } 78^\circ 20' = 9{,}3149.$$

Quant à l. tg 78°20′, comme tg $a = \frac{1}{\text{cotg} a}$, on aura : l. tg 78°20′ $= -9{,}3149$, dont on se servira en employant son complément. (*)

Trouvez l. sin 60°.

Comme 0′ ne se trouve pas en-dessous, il faudra chercher l. sin 59°60′ = 9,9375.

Il nous reste encore à exposer la disposition que nous avons donnée aux tables inverses.

Ici nous avons éprouvé des difficultés sérieuses ; il était impossible en effet de supprimer la caractéristique, et en voulant faire rentrer dans notre table tous les logarithmes des sinus et tangentes depuis la caractéristique 7 jusqu'à la caractéristique 0, nous étions obligé à dresser une multitude de tables, et nous n'atteignions plus notre but.

Force nous a donc été de nous borner aux logarithmes des sinus et tangentes qui ont 9 pour caractéristique ; et cette restriction ne présente aucun inconvénient dans la pratique, puisqu'elle ne laisse de côté que les angles inférieurs à 5°50′, comme nous l'avons déjà montré.

(*) On doit bien retenir que l. tg $(45^\circ + a) = -\text{l. cotg}(45^\circ + a)$.
et que l. cotg$(45^\circ - a) = -\text{l. tg } (45^\circ - a)$.

S'il arrivait que l'on rencontrât un logarithme correspondant à un angle aussi petit, il faudrait chercher cet angle dans la table directe.

La table inverse est divisée en deux parties, celle de gauche pour les sinus, celle de droite pour les tangentes. Chacune d'elles renferme 10 colonnes verticales comme dans la table inverse des logarithmes des nombres naturels de Struve ; à gauche, comme dans cette même table, figurent les deux premiers chiffres du logarithme donné, le 3^{me} étant inscrit au-dessus de chaque colonne.

Enfin, les chiffres inscrits dans les colonnes indiquant des minutes et secondes, tandis que le nombre de degrés correspondant se lit également à gauche, sur la même ligne horizontale. Les minutes sont données par les deux premiers chiffres, et le troisième indique des dizaines de secondes ; il eût été inutile de pousser jusqu'aux secondes simples, et cette prétendue exactitude n'eût du reste été qu'illusoire ; nous nous sommes donc arrêté aux dizaines de secondes, et nous avons partout supprimé le dernier zéro, ce qui nous a permis de restreindre les dimensions de la table.

Afin du reste d'éviter toute erreur, les chiffres qui indiquent les minutes et celui qui donne les dizaines de secondes sont en caractères différents.

Il peut arriver toutefois que le nombre de degrés soit plus considérable que celui qui se trouve sur la même ligne horizontale : dans ce cas, un signe (*) placé au-dessus du nombre de minutes et secondes indiquera qu'il faut augmenter le chiffre des degrés d'une unité ; deux signes (**), qu'il faut l'augmenter de deux unités.

Quand, d'une ligne à la suivante, le nombre de degrés varie davantage, comme, dans la table des sinus, au-delà de 65°, nous avons inscrit deux nombres de degrés sur la même ligne horizontale, l'un à gauche, l'autre à droite.

Pour les premiers nombres de la colonne (sans signe (*)) le nombre correspondant de degrés est celui même qui est inscrit à gauche ; pour ceux qui suivent avec un (*) ou deux signes (**), on augmentera ce nombre d'un ou deux degrés ; pour ceux qui viennent après sans signe (*), on lira le nombre de degrés placé à droite ; enfin on lira un ou deux degrés de plus que le nombre pour ceux que l'on trouvera encore à la suite des autres avec un (*) ou deux signes (**).

Pour la ligne horizontale inférieure, cette disposition même devenant trop compliquée, nous avons placé en-dessous de chaque nombre de minutes et de secondes, le nombre de degrés correspondant.

Hâtons-nous de donner quelques exemples de tous les cas qui peuvent se présenter.

Soit $$\text{l.sin}A=9,004.$$

On cherche 00 à gauche, 4 au-dessus, et l'on trouve à l'intersection des lignes qui passent par ces chiffres : 473 ; à gauche se lit 5° : donc $A=5°47'30''$.

Soit $$\text{l.sin}A=9,287.$$

A l'intersection des lignes menées par 28 et 7 on trouve *100 et à gauche 10° ; à cause du signe (*) on prend 11° ;

Donc $$A=11°10'0''.$$

Si l'on donne pour l.sinA les valeurs suivantes :

$$9,983 \cdot 9,985 \cdot 9,988 \cdot 9,989 \cdot 9,992,$$

les angles A correspondants seront :

$$74°4'20''.\ 75°1'40''.\ 76°55'50''.\ 77°9'50''.\ 79°2'10''.$$

Lorsque l'on aura un log.cosin., on cherchera l'angle correspondant comme si c'était un log.sin., et l'on en prendra le complément.

Soit $\text{l.cos}A=9,983=\text{l.sin}A'; A'=74°4'20''.\ A=15°55'40''.$

Quand un log.tang. a pour caractéristique 9, la recherche de l'angle ne représente aucune difficulté ; en voici deux exemples :

Soit $\text{l.tg}A=9,800.\quad A=32°15'0''.$

$=9,895.\quad A=38°0'40''.$

Si la caractéristique est 0, on procède comme suit :

Soit $\text{l.tg}A=0,107$; on en conclut : $\text{l.cotg}A=9,983$,

et l'on est ramené au cas suivant.

Quand on donne un log cotg. avec la caractéristique 9, on cherche l'angle comme si c'était un log.tang. et l'on en prend le complément.

Soit $\text{l.cotg}A=9,983=\text{l.tg}A'$. $A'=38°0'40''$. $A=51°59'20''$.

Si la caractéristique est 0, le procédé est plus simple :

Soit $\text{l.cotg.}A=0,107$; d'où $\text{l.tg}A=9,893$. $A=38°0'40''$.

Nous ne nous arrêterons pas ici à donner des exemples de l'emploi des différences qui est fort aisé, et qui se présentera naturellement dans la résolution numérique des triangles.

N.-B. La disposition la mieux appropriée à l'emploi de ces tables consiste à les coller dos à dos sur une feuille de carton. C'est dans cette vue que nous avons placé une partie de la table inverse des lignes trigonométriques à la suite de la table directe, de manière que les deux feuilles dont se composent ces tables soient de même dimension.

Résolution numérique des triangles. (*)

Triangles rectangles. 1er Cas. $a=589.25$. $B=67°23'$. (**)

Formules : $b=a\sin B$. $c=a\cos B$.

$\text{l.}b=\text{l.}a+\text{l.sin}B$. $\text{l.}c=\text{l.}a+\text{l.cos}B$.

$$\begin{array}{r} \text{l.}a=2.77030 \\ \text{l.cos}B=9.58500 \\ \text{l.sin}B=9.96525 \\ \hline \text{l.}c=2.35530 \\ \text{l.}b=2.73555 \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ .\ c=226.65 \\ .\ b=543.96 \end{array}$$

2me Cas. $b=543.96$. $B=67°23'$.

Formules : $c=b\,\text{cotg}B$. $a=\dfrac{b}{\sin B}$.

(*) Nos exemples sont ceux de Serret, bornés à l'approximation que comportent nos tables. On voudra bien comparer nos types de calcul, sous le rapport de la simplicité, à ceux de cet auteur qui est à nos yeux le plus recommandable.

Nous sommes bien convaincu qu'il connait beaucoup mieux que nous les artifices que nous employons ; mais nous aurions voulu les voir exposés dans son excellent traité de trigonométrie.

(**) Exemple traité par Serret :

$a=5892,51$. $B=67°22'48'',48$

$b=5439,24$.

$$\mathrm{l}.c = \mathrm{l}.b + \mathrm{l}.\mathrm{cotg B}. \quad \mathrm{l}.a = \mathrm{l}.b - \mathrm{l}.\mathrm{sin B}.$$

$$\begin{array}{rl} \mathrm{l}.b = 2.73557 & \text{recherché de nouveau directement.} \\ \mathrm{l.sinB} = 9{,}96525 & \\ \mathrm{l.cotgB} = 9.61962 & \\ \hline \mathrm{l}.c = 2.35519 & c = 226{,}59. \\ \mathrm{l}.a = 2.77032 & a = 589{,}52. \end{array}$$

En comparant ces chiffres aux précédents, on voit que l'accumulation des erreurs ne va guère au-delà d'une demi-unité sur le 4^{me} chiffre, résultat auquel on n'aurait peut-être pas osé s'attendre.

3^{me} Cas. $a = 589.25 \cdot b = 534.96.$

Formules : $\mathrm{sinB} = \dfrac{b}{a} \cdot c = a\cos\mathrm{B}.$

$$\mathrm{l.sinB} = \mathrm{l}.b - \mathrm{l}.a. \quad \mathrm{l}.c = \mathrm{l}.a + \mathrm{l.cosB}.$$

$$\begin{array}{rl} \mathrm{l}.b = 2{,}73557 & \\ \mathrm{l}.a = 2{,}77030 - & \\ \hline \mathrm{l.sinB} = 9.96527 & \mathrm{B} = 67^{\circ}23'28''. \\ \mathrm{l.cosB} = 9.58490 & \text{d'où ajoutant } \mathrm{l}.a : \\ \hline \mathrm{l}.c = 2.3552 & c = 226.60. \end{array}$$

4^{me} Cas $b = 543{,}96 \quad c = 226.60.$

Formules : $\mathrm{tgB} = \dfrac{b}{c} \cdot a = \dfrac{b}{\mathrm{sinB}}.$

$$\mathrm{l.tgB} = \mathrm{l}.b - \mathrm{l}.c \quad \mathrm{l}.a = \mathrm{l}.b - \mathrm{l.sinB}.$$

$$\begin{array}{ll} \mathrm{l}.b = 2.73557 & \\ \mathrm{l}.c = 2{,}35554 - & \text{recherché directement.} \\ \hline \mathrm{l.tg\ B} = 0.38003\,; \mathrm{l.tgB'} = 9.61997.\ \mathrm{B'} = 22^{\circ}37'.\ \mathrm{B} = 67^{\circ}23'. & \\ \mathrm{l.sinB} = 9.96525 - & \text{aj}^{\text{t}}.\ \mathrm{l}.b : \\ \hline \mathrm{l}.a = 2.77032. & a = 589.25. \end{array}$$

Certes, on ne peut pas exiger plus d'exactitude.

Triangles quelconques. 1er cas. $A=81°47'$. $B=38°13'$. $a=701,22$.

Donc $A+B=120°$. $C=60°$.

Formules : $b=a\dfrac{\sin B}{\sin A}\cdot c=a\dfrac{\sin C}{\sin A}\cdot 2T=bc\sin A.$

$$l.b= l.a+ l.\sin B- l.\sin A\ ;\ l.c= l.a+ l.\sin C- l.\sin A.$$

$$l.2T= l.b+ l.c+ l.\sin A.$$

$$\begin{array}{ll} l.a=2.84585 & \\ l.\sin B=9.79148 & \\ l.\sin C=9.9375. & \\ l.\sin A=9.99554- & \\ \hline l.b=2.64176. & b=438.26. \\ l.c=2.78778 & c=613.49. \\ & \text{Ajoutant avec } l.\sin A : \\ \hline l.2T=5.42508. & 2T=266148,6.\ T=133074,3. \end{array}$$

2me Cas. $a=424,1$. $b=371,09$. $C=21°47'$.

d'où : $\dfrac{C}{2}=10°53',5.$ $\dfrac{A+B}{2}=79°6',5.$

Formules : $\operatorname{tg}\dfrac{1}{2}(A-B)=\dfrac{a-b}{a+b}\operatorname{tg}\dfrac{A+B}{2}.$

$$c=(a+b)\ \frac{\cos\frac{1}{2}(A+B).}{\cos\frac{1}{2}(A-B).}$$

$$l.\operatorname{tg}\frac{A-B}{2}= l.(a-b)- l.(a+b)+ l.\operatorname{tg}\frac{A+B}{2}$$

$$l.c= l.(a+b)+ l.\cos\frac{A+B}{2}- l.\cos\frac{A-B}{2}$$

(*) Exemple traité par Serret :
$A=81°47'12'',5$. $B=38°12'47'',5$. $C=60°$.
$a=7012,24$.
$b=4382,65$. $c=6135,71$.

$$a-b=33,01.\ a+b=795,18.$$

$$\begin{array}{ll}
\mathrm{l.}(a-b)=1.72458 & \\
\mathrm{l.}(a+b)=2.90049- & * \\
\mathrm{l.tg}\frac{A+B}{2}=9.28428- & \\
\mathrm{l.cos}\frac{A+B}{2}=9.27651 & * \\
\hline
\mathrm{l.tg}\frac{A-B}{2}=9.53961 & \frac{A-B}{2}=19^{\circ}6',25 \\
 & \overline{} \\
\mathrm{l.cos}\frac{A-B}{2}=9.97559- & A=98^{\circ}12',75 \\
 & B=60^{\circ}\ 0',25 \\
\hline
\end{array}$$

$$\mathrm{l.}c=2.20141 \quad c=159,02.$$

Nous indiquerons seulement la manière de calculer l'aire du triangle par la formule :

$$T=$$

$$\frac{(a+b)(a-b)}{4}\left\{\sin^2\frac{A+B}{2}\ \mathrm{cotg}\frac{A-B}{2}-\cos^2\frac{A+B}{2}\ \mathrm{tg}\,\frac{A-B}{2}\right\}$$

Outre les logarithmes précédents il faut encore chercher

$\mathrm{l.sin}\,\frac{A+B}{2}$. Posant alors : $T=T'-T''$ on aura :

$$\mathrm{l.}T''=\mathrm{l.}(a+b)+\mathrm{l.}(a-b)+2\,\mathrm{l.sin}\frac{A+B}{2}+\mathrm{l.cotg}\frac{A-B}{2}-\mathrm{l.}4.$$

$$\mathrm{l.}T''=\mathrm{l.}(a+b)+\mathrm{l.}(a-b)+2\,\mathrm{l.cos}\frac{A+B}{2}+\mathrm{l.tg}\frac{A-B}{2}-\mathrm{l.}\ 4.$$

Si l'on voulait effectuer le calcul, il faudrait avoir soin d'écrire les nouveaux logarithmes nécessaires en-dessous des précédents, afin de n'écrire inutilement aucun chiffre.

3^{me} Cas. $a=219,91$. $b=251,35$. $A=27°47'\frac{3}{4}$ (*)

Formules : $\sin B=\frac{b}{a}\sin A$. $c=a\frac{\sin C}{\sin A}$. $2T=ab\sin C$.

$l.\sin B=l.b-l.a+l.\sin A$. $l.c=l.a-l.\sin A+l.\sin C$.

$l.2T=l.a+l.b+l.\sin C$.

$l.b=2.40026$
$l.a=2,34222-$
$l.\sin A=9.66866$ $A=27°47''45''$.

$l.\sin B=9.72670$. $B_1=32°12'20''$. $B_2=147°47'40''$. d'où
$l.\sin C_1=9.93750$. $A+B_1=60°0'5''$.
$l.\sin C_2=8.88563$ $C_1=120°$(moins $5''$ que nous devons négliger).

$l.c_1=2.61106$ $C_2=B_1-A=4°24'35''$.
$l.c_2=1.55919$ $c_2=483.6$ $c_1=36,237$.
$l.2T_1=4.67998$ $2T_1=47857,8$. $2T_2=4247.1$.
$l.2T_2=3.62811$ $T_1=23928,9$ $T_2=2123,55$.

Les quantités B_1, C_1, c_1, et T_1 répondent à la 1re solution ;
B_2, C_2, c_2 et T_2 à la 2de.

4^{me} Cas. $a=608.8$; $b=1363.7$; $c=949.7$. (**)

Formules : $tg\frac{1}{2}A=\sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{p(p-a)}}$

$$tg\frac{1}{2}B=\sqrt{\frac{(p-a)(p-c)}{p(p-b)}}$$

(*) Exemple traité par Serret :

$A=27°47'44'',77$. $a=2199,12$. $b=2513,28$

1re Solution. $B=32°12'25'',23$. $C=120°0'0''$. $c=4084,08$.
2^e Solution. $B=147°47'44'',77$. $C=4°24'30'',46$. $C=362,493$.

(**) Exemple traité par Serret (1re édition).

$a=608,775$. $b=1363,656$. $c=949,689$.

$\frac{1}{2}A=11°18'35'',75$. $\frac{1}{2}B=60°15'18'',40$. $\frac{1}{2}C=18°26'5'',85$.

$$tg\frac{1}{2}C=\sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{p(p-c)}}$$

$$T=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

$$\text{l.tg}\frac{1}{2}\ A=\frac{1}{2}[\text{l.}(p-b)+\text{l.}(p-c)-\text{l.}(p-a)-\text{l.}p].$$

$$\text{l.tg}\frac{1}{2}\ B=\frac{1}{2}[\text{l.}(p-a)+\text{l.}(p-c)-\text{l.}(p-b)-\text{l.}p].$$

$$\text{l.tg}\frac{1}{2}\ C=\frac{1}{2}[\text{l.}(p-a)+\text{l.}(p-b)-\text{l.}(p-c)-\text{l.}p].$$

$$\text{l.T}\quad=\frac{1}{2}[\text{l.}(p-a)+\text{l.}(p-b)+\text{l.}(p-c)+\text{l.}p].$$

On trouve : $a+b+c=2p=2922,2$; d'où :

$p=1461,1$. $p-a=852,3$. $p-b=97,4$. $p-c=511.4$.

$\text{l.}p = 3.16472$ — Nous ne mettons de signe — qu'au premier de ces logarithmes, parce que seul il est toujours négatif excepté dans le calcul de l'aire.

$\text{l.}(p-a)=2.93055$

$\text{l.}(p-b)=1.98860$

$\text{l.}(p-c)=2.70876$

$2\,\text{l.tg}\frac{1}{2}A=18.60209$

$2\,\text{l.tg}\frac{1}{2}B\quad 20,48599$

$2\,\text{l.tg}\frac{1}{2}C=19,04567$

$2\,\text{l.T}\quad=10,79265$

$\text{l.tg}\frac{1}{2}A=9.301045$. $\frac{1}{2}A=11^\circ19'10''$

$\text{l.tg}\frac{1}{2}B=0.242995$. $\frac{1}{2}B=60^\circ15'10''$ (par $\frac{1}{2}B'=29^\circ44'50''$)

$\text{l.tg}\frac{1}{2}C=9.522835$. $\frac{1}{2}C=18^\circ25'55''$

$\text{l.T}\quad=5.396315$ $\frac{1}{2}(A+B+C)=90^\circ0'15''$; 15″ d'erreur totale ;

$T\quad=249089.$ 30″ sur les trois angles du triangle.

Il ne sera peut-être pas hors de propos de rappeler ici les principes qui nous servent constamment de règle dans tous les calculs logarithmiques, et dont un lecteur attentif aura déjà vu l'application dans tous les exemples que nous avons traités.

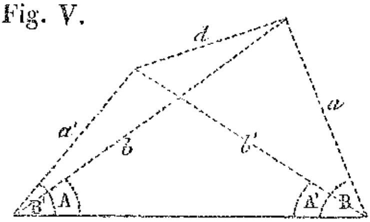
Le premier de ces principes est *de ne jamais écrire un logarithme qu'une seule fois, quel que soit le nombre des quantités qu'il sert à déterminer.*

Le second, sans lequel le premier serait souvent inapplicable, consiste à *toujours écrire le logarithme lui-même, et jamais son complément, n'eût-on même besoin que de celui-ci.* Outre les avantages déjà énumérés, cette méthode procure celui de pouvoir écrire beaucoup plus vite le logarithme et le vérifier bien plus aisément.

Nous mentionnerons encore un artifice bien connu des calculateurs et destiné à appliquer le premier principe dans le cas où l'on a un grand nombre d'observations faites toutes dans un même but ; cet artifice peut être utile dans la topographie, quoique ses applications les plus fréquentes se rencontrent dans l'astronomie et la géodésie.

Supposons, pour fixer les idées par un exemple simple, qu'une base étant *exactement* connue, on veuille trouver la distance de deux points visibles des deux extrémités de cette base.

Fig. V.



On pourra mesurer (fig. V) les angles A, A', B, B', et répéter l'observation 20 fois. (*)

Pour déterminer la distance cherchée au moyen de ces observations, on commencera par calculer les cotés a, b, a', b', au moyen des formules connues :

$$a = c\frac{\sin A}{\sin(A+B)}\ .\quad b = c\frac{\sin B}{\sin(A+B)}\ .$$

$$a' = c\frac{\sin A'}{\sin(A'+B')}\ .\quad b' = c\frac{\sin B'}{\sin(A'+B')}\ .$$

(*) On pourra, si on le préfère, supposer qu'on veuille, au moyen de la base AB et des angles que l'on mesurera, déterminer 20 distances différentes entre des points visibles de ses deux extrémités ; la disposition du calcul restera identiquement la même.

On voit que le côté c se reproduit quatre fois pour chaque observation, donc en tout 80 fois ; il faut cependant n'écrire qu'une fois son logarithme ; pour cela on l'écrira tout au bas d'une feuille volante, et on le fera glisser successivement aux 80 places qu'il doit occuper.

De même, il ne faut écrire qu'une fois pour chaque observation $\sin(A+B)$ et $\sin(A'+B')$.

Voici donc le type du calcul dans lequel nous représentons par des points les logarithmes à écrire, tandis que le 1r se trouve sur une feuille volante.

	1re Obs.	2me Obs.	3me Obs.	4me Obs.	
l.c					
l.sin(A+B)	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	
l.sinA	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	etc.
l.sinB	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	
l.a	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	
l.b	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	

On obtient de même l.a' et l.b'.

Actuellement la distance d peut se déterminer à la fois dans deux triangles différents dont on connait deux côtés et l'angle compris, ce qui fournira une vérification.

Le troisième principe est *de ne jamais rendre une formule calculable par logarithmes au moyen de l'introduction d'une quantité auxiliaire, lorsque cette quantité n'est pas utile à connaître dans la suite du calcul.*

Ainsi quand on voudra se servir de la formule : $c = a\cos B + b\cos A$, au lieu de chercher à la rendre calculable par logarithmes en posant :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = n, \text{ d'où l.}n \text{ et :}$$

$$c = n(\sin A\cos B + \sin B\cos B) = n\sin(A+B),$$

ce qui force à chercher trois logarithmes, savoir :

$$\mathrm{l}.a,\ \mathrm{l.sinA}\ \text{ et } \mathrm{l.sin(A+B)},$$

on conçoit que si l'on a obtenu d'avance ou si l'on doit employer plus tard l.cosA et l.cosB, il sera plus simple de calculer séparément les deux nombres $a$cosB et $b$cosA et d'en faire la somme.

De même si l'on veut déterminer l'angle A donné par

$$\mathrm{tgA} = \frac{a\sin B}{1 + a\cos B},$$

nous montrerons à l'évidence que le procédé le plus simple pour rendre cette formule *calculable par logarithmes* est toujours plus long et moins exact que le procédé direct.

Recherchons d'abord les formules les plus simples de transformation, et pour cela distinguons deux cas, $a < 1$, $a > 1$.

1° $a < 1$. On pourra poser $a\cos B = \cos C$; d'où :

$$\mathrm{l.cosC} = \mathrm{l}.a + \mathrm{l.cosB}\ ;\ \text{ce qui donne l'angle C,}$$

mais entaché d'une erreur inévitable.

Ensuite, comme $1 + \cos C = 2\cos^2\frac{1}{2}C$, on aura :

$$\mathrm{l.tgA} = \mathrm{l}.a + \mathrm{l.sinB} - \mathrm{l}.2 - 2\,\mathrm{l}.\cos\frac{1}{2}C\ ;$$

on doit donc chercher $\frac{1}{2}$C, puis $\cos\frac{1}{2}$C et le doubler, enfin l.2;

en tout donc 5 logarithmes à chercher pour obtenir l.tg.A, outre que l'un d'eux est à doubler ; et de plus, l'on emploie un angle fautif C.

2° $a > 1$. On fera : $\mathrm{tgA} = \dfrac{\sin B}{\frac{1}{a} + \cos B}$ et l'on posera $\dfrac{1}{a} = \cos C$;

$\mathrm{l.cosC} = -\,\mathrm{l}.a$; ce qui donne l'angle C, fautif comme précédemment ;

puis, comme : $\cos C + \cos B = 2\cos\frac{C+B}{2}\cos\frac{C-B}{2}$, il faudra chercher

$\frac{C+B}{2}, \frac{C-B}{2}, \text{l.cos}\frac{C+B}{2}, \text{l.cos}\frac{C-B}{2}$, et l.2, pour obtenir :

$$\text{l.tgA} = \text{l.sinB} - \text{l.2} - \text{l.cos}\frac{C+B}{2} - \text{l.cos}\frac{C-B}{2}.$$

Comme dans le 1r cas, un angle fautif, 5 logarithmes à chercher, et en outre calculer $\frac{C+B}{2}, \frac{C-B}{2}$.

Dans le procédé direct au contraire, on commence par chercher par logarithmes le nombre $1+a\cos B$, quel que soit a ; ce nombre sera entaché d'erreur, mais entre le calcul d'un nombre et celui d'un angle, avec toute l'exactitude dont chacun est susceptible, il n'y a pas à hésiter ; le premier est de beaucoup le plus simple ; on peut même, pensons-nous, affirmer en général que l'erreur sera moins considérable ; sous ce rapport donc, l'avantage reste déjà au procédé direct.

Achevons le calcul ; on cherchera le logarithme du nombre $1+a\cos B$, logarithme plus aisé à trouver encore que celui d'un sinus ou cosinus, et l'on aura :

$$\text{l.tgA} = \text{l.}a + \text{l.sinB} - \text{l.}(1+a\cos B).$$

Type du calcul :

$$\begin{array}{l} \text{l.sinB} \\ \text{l.cosB} \\ \text{l.}a \\ \hline \text{l.}a\cos B\,; \\ \text{l.}(1+a\cos B) \\ \hline \text{l.tgA}. \end{array} \qquad \text{d'où} : \left\{ \begin{array}{l} a\cos B. \\ 1+a\cos B. \end{array} \right.$$

En tout donc 4 logarithmes à chercher ; aucune opération intermédiaire à effectuer, car ajouter une unité à un nombre ne peut pas s'appeler une opération ; enfin pas d'angle auxiliaire à déterminer.

La supériorité de ce procédé est donc hors de doute ; et remarquez que nous avons cependant omis de parler de la difficulté que présente quelquefois la transformation analytique d'une expression que l'on veut rendre *calculable par logarithmes*.

Cette transformation n'est réellement avantageuse que dans le cas où elle n'exigerait pas l'emploi de logarithmes nouveaux dont le procédé direct aurait besoin.

Un des exemples les plus remarquables de ce cas se rencontre précisément dans le problème que nous venons de traiter et dont la fin de la solution n'a été qu'indiquée parce que notre intention était d'y revenir dans cette discussion.

Le lecteur se rappelle que le calcul de la distance de deux points inaccessibles s'est trouvé ramené à la détermination du 3[me] côté d'un triangle dont on connait l'angle opposé et les deux autres côtés ; mais ces deux côtés sont donnés par leurs logarithmes, et pour employer la solution ordinaire, il faudrait chercher les nombres correspondants (cause d'erreur) a et b, puis les logarithmes de $a+b$ et $a-b$ (nouvelle cause d'erreur). Pour éviter ce passage du logarithme au nombre, Gauss a rendu l'expression $\frac{a-b}{a+b}$ calculable par logarithmes en la remplaçant par $\frac{1-\frac{b}{a}}{1+\frac{b}{a}}$ et posant $\frac{b}{a}=\text{tg}.p$, ce qui donne $\frac{a-b}{a+b}=\frac{1-\text{tg}.p}{1+\text{tg}.p}=\text{tg}(45^\circ-p)$.

Or, $\text{l.tg}.p = \text{l}.b - \text{l}.a$. de sorte qu'il est inutile de chercher les nombres a et b.

En reprenant la formule connue :

$$\text{tg}\frac{A-B}{2}=\frac{a-b}{a+b}\text{tg}\frac{A+B}{2}=\text{tg}(45^\circ-p)\text{tg}\frac{A+B}{2},$$ on pourra déterminer tous les angles du triangle et par suite la distance cherchée.

Nous croyons inutile de donner le type du calcul ; et nous nous serions bien gardé d'entrer dans ces détails, si notre but n'était de réconcilier avec le calcul par logarithmes ceux qui en redoutent les complications imaginaires.

Le lecteur habitué à se servir des petites tables à 7 décimales et à obtenir une approximation à peine supérieure à celles que fournissent les nôtres, à moins d'effectuer, pour les différences, des calculs réellement rebutants, s'étonnera sans doute de l'exactitude des résultats que nous venons d'obtenir.

Et cependant, nous pouvons hautement affirmer que nous avons opéré consciencieusement, sans jamais forcer la décimale dans un sens qui eût pu nous être favorable, comme le lecteur s'en convaincra du reste s'il veut prendre la peine de vérifier nos calculs.

Il eût été trop long de les publier en entier, et c'eût été même donner une fausse idée de la manière dont ils doivent s'effectuer : car en général, dans l'emploi de nos tables, les différences peuvent et doivent être calculées de tête ; et nous pouvons assurer, par notre propre expérience, que ce procédé n'exige pas une longue habitude.

Les détails numériques dans lesquels nous sommes entré auront suffi, nous l'espérons, pour convaincre le lecteur des immenses avantages que procurent ces tables, avantages que nous pouvons résumer en ces trois points.

Exactitude suffisante des résultats. (*)

Simplicité et brièveté des opérations.

Enfin, n'avoir à manier que deux feuilles de papier sur lesquelles se lisent immédiatement le logarithme et le nombre, au lieu de devoir feuilleter une à une les pages d'un volume, et de perdre à cette opération fastidieuse près de la moitié du temps nécessaire pour arriver au résultat !

Si l'on compare enfin ces tables à la règle à calcul, qu'on a raison d'introduire dans l'enseignement parce qu'elle ne pourrait être remplacée sur le terrain, il est hors de doute que celle-ci conduit moins rapidement au résultat, le donne d'une manière moins exacte, et surtout est beaucoup plus restreinte dans ses applications.

Nous osons donc espérer que tous ceux qui ont à cœur la diffusion des méthodes simples et expéditives de calcul s'efforceront de propager l'emploi de ces tables, et nous nous estimerons heureux

(*) A peine $\frac{1}{2}$ unité d'erreur sur le 4[me] chiffre dans les nombres et $\frac{1}{2}$ minute sur les angles, dans le résultat final.

d'avoir pu contribuer à cette œuvre en les publiant ; mais le mérite des services qu'elles rendront doit revenir tout entier à leur véritable inventeur, au plus grand des astronomes contemporains. (*)

(*) A la suite de ses *tables de logarithmes a cinq décimales pour les nombres et les lignes trigonométriques*, *Paris*, *Gauthier-Villars*, Monsieur Houël a donné des tables à quatre décimales analogues à celles de Struve mais sans citer l'auteur de cette disposition ; peut-être n'a-t-il pas eu connaissance de ces dernières qui ne sont du reste répandues que dans les observatoires de la Russie et de l'Allemagne. Comme elles sont de beaucoup antérieures à celles de M. Houël, c'est en faveur de Struve que nous revendiquons la priorité de l'idée, jusqu'à preuve du contraire.

Quant à l'extension de cette même idée aux tables des logarithmes des lignes trigonométriques nous ne pensons pas qu'elle ait été réalisée jusqu'aujourd'hui.

TABLE DES LOGARITHMES DES NOMBRES NATURELS.

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Log $\pi = 0{,}49715$. — log $2\pi = 0{,}79818$. — log $\frac{\pi}{2} = 0{,}19612$. — log $\frac{\pi}{4} = 9{,}89509$. — log $\frac{4}{3}\pi = 0{,}62209$. — log $\frac{\pi}{30} = 9{,}02003$. — log $\sqrt{\pi} = 0{,}24857$. — log $\sqrt[3]{\frac{\pi}{6}} = 9{,}90633$.
log $\sqrt[3]{\frac{4}{3}\pi} = 0{,}20736$. — log $g = 0{,}99162$. — log $2g = 1{,}29265$.

TABLE INVERSE, DONNANT LE NOMBRE CORRESPONDANT A UN LOGARITHME CONNU.

Log.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Log.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
00	1000	1002	1005	1007	1009	1012	1014	1016	1019	1021	50	3162	3170	3177	3184	3192	3199	3206	3214	3221	3228
01	1023	1026	1028	1030	1033	1035	1038	1040	1042	1045	51	3236	3243	3251	3258	3266	3273	3281	3289	3296	3304
02	1047	1050	1052	1054	1057	1059	1062	1064	1067	1069	52	3311	3319	3327	3334	3342	3350	3357	3365	3373	3381
03	1072	1074	1076	1079	1081	1084	1086	1089	1091	1094	53	3388	3396	3404	3412	3420	3428	3436	3443	3451	3459
04	1096	1099	1102	1104	1107	1109	1112	1114	1117	1119	54	3467	3475	3483	3491	3499	3508	3516	3524	3532	3540
05	1122	1125	1127	1130	1132	1135	1138	1140	1143	1146	55	3548	3556	3565	3573	3581	3589	3597	3606	3614	3622
06	1148	1151	1153	1156	1159	1161	1164	1167	1169	1172	56	3631	3639	3648	3656	3664	3673	3681	3690	3698	3707
07	1175	1178	1180	1183	1186	1189	1191	1194	1197	1199	57	3715	3724	3733	3741	3750	3758	3767	3776	3784	3793
08	1202	1205	1208	1211	1213	1216	1219	1222	1225	1227	58	3802	3811	3819	3828	3837	3846	3855	3864	3873	3882
09	1230	1233	1236	1239	1242	1245	1247	1250	1253	1256	59	3890	3899	3908	3917	3926	3936	3945	3954	3963	3972
10	1259	1262	1265	1268	1271	1274	1276	1279	1282	1285	60	3981	3990	3999	4009	4018	4027	4036	4046	4055	4064
11	1288	1291	1294	1297	1300	1303	1306	1309	1312	1315	61	4074	4083	4093	4102	4111	4121	4130	4140	4150	4159
12	1318	1321	1324	1327	1330	1334	1337	1340	1343	1346	62	4169	4178	4188	4198	4207	4217	4227	4236	4246	4256
13	1349	1352	1355	1358	1361	1365	1368	1371	1374	1377	63	4266	4276	4285	4295	4305	4315	4325	4335	4345	4355
14	1380	1384	1387	1390	1393	1396	1400	1403	1406	1409	64	4365	4375	4385	4395	4406	4416	4426	4436	4446	4457
15	1413	1416	1419	1422	1426	1429	1432	1435	1439	1442	65	4467	4477	4487	4498	4508	4519	4529	4539	4550	4560
16	1445	1449	1452	1455	1459	1462	1466	1469	1472	1476	66	4571	4581	4592	4603	4613	4624	4634	4645	4656	4667
17	1479	1483	1486	1489	1493	1496	1500	1503	1507	1510	67	4677	4688	4699	4710	4721	4732	4742	4753	4764	4775
18	1514	1517	1521	1524	1528	1531	1535	1538	1542	1545	68	4786	4797	4808	4819	4831	4842	4853	4864	4875	4887
19	1549	1552	1556	1560	1563	1567	1570	1574	1578	1581	69	4898	4909	4920	4932	4943	4955	4966	4977	4989	5000
20	1585	1589	1592	1596	1600	1603	1607	1611	1614	1618	70	5012	5023	5035	5047	5058	5070	5082	5093	5105	5117
21	1622	1626	1629	1633	1637	1641	1644	1648	1652	1656	71	5129	5140	5152	5164	5176	5188	5200	5212	5224	5236
22	1660	1663	1667	1671	1675	1679	1683	1687	1690	1694	72	5248	5260	5272	5284	5297	5309	5321	5333	5346	5358
23	1698	1702	1706	1710	1714	1718	1722	1726	1730	1734	73	5370	5383	5395	5408	5420	5433	5445	5458	5470	5483
24	1738	1742	1746	1750	1754	1758	1762	1766	1770	1774	74	5495	5508	5521	5534	5546	5559	5572	5585	5598	5610
25	1778	1782	1786	1791	1795	1799	1803	1807	1811	1816	75	5623	5636	5649	5662	5675	5689	5702	5715	5728	5741
26	1820	1824	1828	1832	1837	1841	1845	1849	1854	1858	76	5754	5768	5781	5794	5808	5821	5834	5848	5861	5875
27	1862	1866	1871	1875	1879	1884	1888	1892	1897	1901	77	5888	5902	5916	5929	5943	5957	5970	5984	5998	6012
28	1905	1910	1914	1919	1923	1928	1932	1936	1941	1945	78	6026	6039	6053	6067	6081	6095	6109	6124	6138	6152
29	1950	1954	1959	1963	1968	1972	1977	1982	1986	1991	79	6166	6180	6194	6209	6223	6237	6252	6266	6281	6295
30	1995	2000	2004	2009	2014	2018	2023	2028	2032	2037	80	6310	6324	6339	6353	6368	6383	6397	6412	6427	6442
31	2042	2046	2051	2056	2061	2065	2070	2075	2080	2084	81	6457	6471	6486	6501	6516	6531	6546	6561	6577	6592
32	2089	2094	2099	2104	2109	2113	2118	2123	2128	2133	82	6607	6622	6637	6653	6668	6683	6699	6714	6730	6745
33	2138	2143	2148	2153	2158	2163	2168	2173	2178	2183	83	6761	6776	6792	6808	6823	6839	6855	6871	6887	6902
34	2188	2193	2198	2203	2208	2213	2218	2223	2228	2234	84	6918	6934	6950	6966	6982	6998	7015	7031	7047	7063
35	2239	2244	2249	2254	2259	2265	2270	2275	2280	2286	85	7079	7096	7112	7129	7145	7161	7178	7194	7211	7228
36	2291	2296	2301	2307	2312	2317	2323	2328	2333	2339	86	7244	7261	7278	7295	7311	7328	7345	7362	7379	7396
37	2344	2350	2355	2360	2366	2371	2377	2382	2388	2393	87	7413	7430	7447	7464	7482	7499	7516	7534	7551	7568
38	2399	2404	2410	2415	2421	2427	2432	2438	2443	2449	88	7586	7603	7621	7638	7656	7674	7691	7709	7727	7745
39	2455	2460	2466	2472	2477	2483	2489	2495	2500	2506	89	7762	7780	7798	7816	7834	7852	7870	7889	7907	7925
40	2512	2518	2523	2529	2535	2541	2547	2553	2559	2564	90	7943	7962	7980	7998	8017	8035	8054	8072	8091	8110
41	2570	2576	2582	2588	2594	2600	2606	2612	2618	2624	91	8128	8147	8166	8185	8204	8222	8241	8260	8279	8299
42	2630	2636	2642	2649	2655	2661	2667	2673	2679	2685	92	8318	8337	8356	8375	8395	8414	8433	8453	8472	8492
43	2692	2698	2704	2710	2716	2723	2729	2735	2742	2748	93	8511	8531	8551	8570	8590	8610	8630	8650	8670	8690
44	2754	2761	2767	2773	2780	2786	2793	2799	2805	2812	94	8710	8730	8750	8770	8790	8810	8831	8851	8872	8892
45	2818	2825	2831	2838	2844	2851	2858	2864	2871	2877	95	8913	8933	8954	8974	8995	9016	9036	9057	9078	9099
46	2884	2891	2897	2904	2911	2917	2924	2931	2938	2944	96	9120	9141	9162	9183	9204	9226	9247	9268	9290	9311
47	2951	2958	2965	2972	2979	2985	2992	2999	3006	3013	97	9333	9354	9376	9397	9419	9441	9462	9484	9506	9528
48	3020	3027	3034	3041	3048	3055	3062	3069	3076	3083	98	9550	9572	9594	9616	9638	9661	9683	9705	9727	9750
49	3090	3097	3105	3112	3119	3126	3133	3141	3148	3155	99	9772	9795	9817	9840	9863	9886	9908	9931	9954	9977
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

	0′	10′	20′	30′	40′	50′	0′	10′	20′	30′	40	50′	0′	10′	20′	30′	40′	50′	
0°		4637	7648	9408	0658	1627		4637	7648	9408	0658	1627	9999	9999	9999	9999	9999	9999	89°
1°	2419	3088	3668	4179	4637	5050	2419	3089	3669	4181	4638	5053	9	9	9	9	8	8	88°
2°	5428	5776	6097	6397	6677	6940	5431	5779	6101	6401	6682	6945	7	7	6	6	5	5	87°
3°	7188	7423	7645	7857	8059	8251	7194	7429	7652	7865	8067	8261	4	3	3	2	1	0	86°
4°	8436	8613	8783	8946	9104	9256	8446	8624	8795	8960	9118	9272	89	89	88	87	86	85	85°
5°	9403	9545	9682	9816	9945	*0070	9420	9563	9701	9836	9966	*0093	83	82	81	80	79	77	84°
6°	0192	0311	0426	0539	0648	0755	0216	0336	0453	0567	0678	0786	76	75	73	72	71	69	83°
7°	0859	0961	1060	1157	1252	1345	0891	0995	1096	1194	1291	1385	68	66	64	63	61	59	82°
8°	1436	1525	1612	1697	1781	1863	1478	1569	1658	1745	1831	1915	58	56	54	52	50	48	81°
9°	1943	2022	2100	2176	2251	2324	1997	2078	2158	2236	2313	2389	46	44	42	40	38	36	80°
10°	2397	2468	2538	2606	2674	2740	2463	2536	2609	2680	2750	2819	34	31	29	27	24	22	79°
11°	2806	2870	2934	2997	3058	3119	2887	2953	3020	3085	3149	3212	19	17	14	12	09	07	78°
12°	3179	3238	3296	3353	3410	3466	3275	3336	3397	3458	3517	3576	04	01	9899	9896	9893	9890	77°
13°	3521	3575	3629	3682	3734	3786	3634	3691	3748	3804	3859	3914	9887	9884	81	78	75	72	76°
14°	3837	3887	3937	3986	4035	4083	3968	4021	4074	4127	4178	4230	69	66	63	59	56	53	75°
15°	4130	4177	4223	4269	4314	4359	4281	4331	4381	4430	4479	4527	49	46	43	39	36	32	74°
16°	4403	4447	4491	4533	4576	4618	4575	4622	4669	4716	4762	4808	28	25	21	17	14	10	73°
17°	4659	4700	4741	4781	4821	4861	4853	4898	4943	4987	5031	5075	06	02	9798	9794	9790	9786	72°
18°	4900	4939	4977	5015	5052	5090	5118	5161	5203	5245	5287	5329	9782	9779	74	70	65	61	71°
19°	5126	5163	5199	5235	5270	5306	5370	5411	5451	5491	5531	5571	57	52	48	43	39	34	70°
20°	5341	5375	5409	5443	5477	5510	5611	5650	5689	5727	5766	5804	30	25	21	16	11	06	69°
21°	5543	5576	5609	5641	5673	5704	5842	5879	5917	5954	5991	6028	02	9697	9692	9687	9682	9677	68°
22°	5736	5767	5798	5828	5859	5889	6064	6100	6136	6172	6208	6243	9672	67	61	56	51	46	67°
23°	5919	5948	5978	6007	6036	6065	6279	6314	6348	6383	6417	6452	40	35	29	24	18	13	66°
24°	6093	6121	6149	6177	6205	6232	6486	6520	6553	6587	6620	6654	07	02	9596	9590	9584	9579	65°
25°	6259	6286	6313	6340	6366	6392	6687	6720	6752	6785	6817	6850	9573	9567	61	55	49	43	64°
26°	6418	6444	6470	6495	6521	6546	6882	6914	6946	6977	7009	7040	37	30	24	18	12	05	63°
27°	6570	6595	6620	6644	6668	6692	7072	7103	7134	7165	7196	7226	9499	9492	9486	9479	9473	9466	62°
28°	6716	6740	6763	6787	6810	6833	7257	7287	7317	7348	7378	7408	59	53	46	39	32	25	61°
29°	6856	6878	6901	6923	6946	6968	7438	7467	7497	7526	7556	7585	18	11	04	9397	9390	9383	60°
30°	6990	7012	7033	7055	7076	7097	7614	7644	7673	7701	7730	7759	9375	9368	9361	53	46	38	59°
31°	7118	7139	7160	7181	7201	7222	7788	7816	7845	7873	7902	7930	31	23	15	08	00	9292	58°
32°	7242	7262	7282	7302	7322	7342	7958	7986	8014	8042	8070	8097	9284	9276	9268	9260	9252	44	57°
33°	7361	7380	7400	7419	7438	7457	8125	8153	8180	8208	8235	8263	36	28	19	11	03	9194	56°
34°	7476	7494	7513	7531	7550	7568	8290	8317	8344	8371	8398	8425	9186	9177	9169	9160	9151	42	55°
35°	7586	7604	7622	7640	7657	7675	8452	8479	8506	8533	8559	8586	34	25	16	07	9098	9089	54°
36°	7692	7710	7727	7744	7761	7778	8613	8639	8666	8692	8718	8745	9080	9070	9061	9052	42	33	53°
37°	7795	7811	7828	7844	7861	7877	8771	8797	8824	8850	8876	8902	23	14	04	8995	8985	8975	52°
38°	7893	7910	7926	7941	7957	7973	8928	8954	8980	9006	9032	9058	8965	8955	8945	35	25	[illegible]	[illegible]
39°	7989	8004	8020	8035	8050	8066	9084	9110	9135	9161	9187	9212	05	8895	8884	8874	8864	8853	50°
40°	8081	8096	8111	8125	8140	8155	9238	9264	9289	9315	9341	9366	8843	32	21	10	00	8789	49°
41°	8169	8184	8198	8213	8227	8241	9392	9417	9443	9468	9494	9519	8778	8767	8756	8745	8733	22	48°
42°	8255	8269	8283	8297	8311	8324	9544	9570	9595	9621	9646	9671	11	8699	8688	8676	8665	8653	47°
43°	8338	8351	8365	8378	8391	8405	9697	9722	9747	9773	9798	9823	8641	29	18	06	8594	8582	46°
44°	8418	8431	8444	8457	8469	8482	9848	9874	9899	9924	9949	9975	8569	8557	8545	8532	20	07	45°
45°	8495	8507	8520	8532	8545	8557	0000	0025	0051	0076	0101	0126	8495	8482	8469	8457	8444	8431	44°
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	60′	50′	40′	30′	20′	10′	60′	50′	40′	30′	20	10′	

Log. cosin. — Log. cotang. — Log. sin.

TABLES INVERSES POUR LES

Sin.

	L	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
5°	00	44′$_0$	45′$_0$	46′$_0$	47′$_0$	47′$_3$	48′$_2$	49′$_1$	50′$_0$	50′$_5$	51′$_4$	5°
	01	52$_2$	53$_2$	54$_0$	54$_3$	55$_4$	56$_3$	57$_2$	58$_1$	59$_0$	59$_5$	
6°	02	00$_4$	01$_3$	02$_2$	03$_0$	04$_0$	04$_5$	05$_4$	06$_3$	07$_2$	08$_1$	
	03	09$_0$	10$_0$	10$_3$	11$_4$	12$_3$	13$_2$	14$_1$	15$_1$	16$_0$	16$_3$	6°
	04	17$_4$	18$_3$	19$_3$	20$_2$	21$_1$	22$_1$	23$_0$	23$_5$	24$_3$	25$_4$	
	05	26$_3$	27$_3$	28$_2$	29$_1$	30$_1$	31$_0$	32$_0$	32$_5$	33$_3$	34$_4$	
	06	35$_4$	36$_3$	37$_2$	38$_2$	39$_2$	40$_1$	41$_1$	42$_0$	43$_0$	43$_5$	
	07	44$_3$	45$_5$	46$_4$	47$_4$	48$_4$	49$_3$	50$_3$	51$_3$	52$_2$	53$_2$	
	08	54$_2$	55$_2$	56$_1$	57$_1$	58$_1$	59$_1$	*00$_1$	*01$_0$	*02$_0$	*03$_0$	
7°	09	04$_0$	05$_0$	06$_0$	07$_0$	08$_0$	09$_0$	10$_0$	11$_0$	12$_0$	13$_0$	7°
	10	14$_0$	15$_0$	16$_0$	17$_0$	18$_0$	19$_0$	20$_0$	21$_0$	22$_0$	23$_0$	
	11	24$_1$	25$_1$	26$_1$	27$_1$	28$_2$	29$_2$	30$_2$	31$_2$	32$_2$	33$_3$	
	12	34$_3$	35$_3$	36$_4$	37$_4$	38$_4$	39$_3$	40$_5$	42$_0$	43$_0$	44$_0$	
	13	45$_1$	46$_1$	47$_2$	48$_2$	49$_3$	50$_3$	51$_4$	52$_5$	53$_5$	55$_0$	
	14	56$_0$	57$_1$	58$_2$	59$_2$	*00$_3$	*01$_4$	*02$_4$	*03$_5$	*05$_0$	*06$_1$	
8°	15	07$_2$	08$_2$	09$_3$	10$_4$	11$_3$	12$_5$	14$_0$	15$_1$	16$_2$	17$_3$	8°
	16	18$_4$	19$_5$	21$_0$	22$_1$	23$_2$	24$_3$	25$_4$	26$_5$	28$_0$	29$_1$	
	17	30$_2$	31$_3$	32$_4$	33$_5$	35$_1$	36$_2$	37$_3$	38$_4$	39$_5$	41$_1$	
	18	42$_2$	43$_3$	44$_5$	46$_0$	47$_1$	48$_3$	49$_4$	50$_5$	52$_1$	53$_2$	
	19	54$_4$	55$_5$	57$_1$	58$_2$	59$_3$	*00$_5$	*02$_1$	*03$_2$	*04$_4$	*05$_5$	
9°	20	07$_1$	08$_3$	09$_4$	11$_0$	12$_2$	13$_3$	14$_5$	16$_1$	17$_2$	18$_4$	9°
	21	20$_0$	21$_2$	22$_4$	24$_0$	25$_1$	26$_3$	27$_5$	29$_1$	30$_3$	31$_5$	
	22	33$_1$	34$_3$	35$_5$	37$_1$	38$_5$	39$_5$	41$_1$	42$_3$	44$_0$	45$_2$	
	23	46$_4$	48$_0$	49$_2$	50$_5$	52$_1$	53$_3$	54$_3$	56$_2$	57$_4$	59$_0$	
10°	24	00$_3$	01$_5$	03$_2$	04$_4$	06$_0$	07$_3$	08$_5$	10$_2$	11$_4$	13$_1$	

Tang.

	L	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	L
5°	00	42′$_4$	43′$_3$	44′$_1$	45′$_0$	45′$_5$	46$_3$	47′$_2$	48′$_1$	49′$_0$	49′$_5$	00
	00	50$_3$	51$_2$	52$_1$	53$_0$	53$_5$	54$_4$	55$_2$	56$_1$	57$_0$	57$_5$	01
	00	58$_4$	59$_3$	*00$_2$	*01$_1$	*02$_0$	*02$_5$	*03$_4$	*04$_3$	*05$_2$	*06$_1$	02
6°	00	07$_0$	07$_5$	08$_4$	09$_3$	10$_2$	11$_1$	12$_0$	12$_5$	13$_4$	14$_4$	03
	01	15$_3$	16$_2$	17$_1$	18$_0$	18$_5$	19$_5$	20$_4$	21$_3$	22$_2$	23$_1$	04
	05	24$_1$	25$_0$	25$_5$	26$_5$	27$_4$	28$_3$	29$_2$	30$_2$	31$_1$	32$_1$	05
	06	33$_0$	33$_5$	34$_5$	35$_4$	36$_4$	37$_3$	38$_2$	39$_2$	40$_1$	41$_1$	06
	07	42$_0$	43$_0$	43$_5$	44$_5$	45$_4$	46$_4$	47$_4$	48$_3$	49$_3$	50$_2$	07
	08	51$_2$	52$_2$	53$_1$	54$_1$	55$_1$	56$_0$	57$_0$	58$_0$	58$_5$	59$_5$	08
7°	09	00$_5$	01$_5$	02$_4$	03$_4$	04$_4$	05$_4$	06$_4$	07$_4$	08$_3$	09$_3$	09
	10	10$_3$	11$_3$	12$_3$	13$_3$	14$_3$	15$_3$	16$_3$	17$_3$	18$_3$	19$_3$	10
	11	20$_3$	21$_3$	22$_3$	23$_3$	24$_3$	25$_3$	26$_3$	27$_3$	28$_3$	29$_3$	11
	12	30$_4$	31$_4$	32$_4$	33$_4$	34$_4$	35$_4$	36$_5$	37$_5$	38$_5$	39$_5$	12
	13	41$_0$	42$_0$	43$_0$	44$_1$	45$_1$	46$_1$	47$_2$	48$_2$	49$_3$	50$_3$	13
	14	51$_3$	52$_4$	53$_4$	54$_3$	55$_5$	57$_0$	58$_0$	59$_1$	*00$_1$	*01$_2$	14
8°	15	02$_2$	01$_3$	04$_4$	05$_4$	06$_5$	07$_5$	09$_0$	10$_1$	11$_2$	12$_2$	15
	16	13$_3$	14$_4$	15$_4$	16$_5$	18$_0$	19$_1$	20$_2$	21$_2$	22$_3$	23$_4$	16
	17	24$_5$	26$_0$	27$_1$	28$_2$	29$_3$	30$_3$	31$_4$	32$_5$	34$_0$	35$_1$	17
	18	36$_2$	37$_3$	38$_5$	40$_0$	41$_1$	42$_2$	43$_3$	44$_4$	45$_5$	47$_0$	18
	19	48$_1$	49$_3$	50$_4$	51$_5$	53$_0$	54$_2$	55$_3$	56$_4$	57$_5$	59$_1$	19
9°	20	00$_2$	01$_3$	02$_5$	04$_0$	05$_2$	06$_3$	07$_4$	09$_0$	10$_1$	11$_3$	20
	21	12$_4$	14$_0$	15$_1$	16$_3$	17$_5$	19$_0$	20$_2$	21$_3$	22$_5$	24$_1$	21
	22	25$_2$	26$_4$	28$_0$	29$_1$	30$_3$	31$_5$	33$_1$	34$_2$	35$_4$	37$_0$	22
	23	38$_2$	39$_4$	40$_5$	42$_1$	43$_3$	44$_5$	46$_1$	47$_3$	48$_5$	50$_1$	23
	24	51$_3$	52$_5$	54$_1$	55$_3$	56$_5$	58$_1$	59$_3$	*01$_0$	*02$_2$	*03$_4$	24

Sin. Tang.

L	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9			L	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	L
25	14'3	16'0	17'3	18'5	20'2	21'5	23'1	24'4	26'1	27'4		10°	25	05'0	06'2	07'4	09'1	10'3	11'5	13'1	14'4	16'0	17'2	25
26	290	303	320	333	35	363	380	392	405	422			26	185	201	214	230	242	255	271	284	300	313	26
27	435	452	465	482	500	513	530	543	560	573			27	325	342	354	371	384	400	413	430	442	455	27
28	590	*004	*021	*034	*052	*065	*082	*100	*113	*130			28	472	484	501	514	531	544	560	573	590	*003	28
29	144	161	175	192	210	225	241	254	272	290		11°	29	020	033	050	063	080	093	110	123	140	153	29
30	303	321	335	352	370	384	402	420	433	451			30	170	183	200	214	231	244	261	274	292	305	30
31	465	483	501	515	533	551	555	583	601	613			31	322	340	355	370	384	401	414	432	443	463	31
32	033	052	070	084	102	121	135	153	171	190			32	480	494	511	523	543	560	574	591	*003	*023	32
33	204	223	241	253	274	292	311	330	344	363		12°	33	040	054	072	090	103	121	135	153	171	183	33
34	381	400	415	433	452	471	490	505	523	542			34	203	221	234	252	270	284	302	321	335	353	34
35	561	580	595	614	633	652	671	690	705	724			35	371	385	403	421	435	454	472	490	504	523	35
36	144	163	182	201	221	240	255	273	294	313			36	541	555	574	592	*014	*023	*044	*062	*080	*093	36
37	333	352	372	391	411	430	450	470	485	505			37	114	132	151	165	184	202	221	240	255	273	37
38	525	544	564	584	*004	*024	*044	*064	*083	*103		13°	38	292	311	330	345	363	382	401	420	435	454	38
39	123	144	164	184	204	224	244	264	285	305			39	473	492	511	530	545	564	583	*003	*022	*041	39
40	325	350	370	390	411	431	452	472	493	513		14°	40	060	075	095	114	135	155	172	191	211	230	40
41	534	555	575	600	621	642	662	683	704	725			41	245	265	284	304	323	343	363	382	402	421	41
42	150	171	192	213	234	255	280	301	323	344			42	441	461	481	500	520	540	560	580	595	*015	42
43	365	390	412	433	454	480	501	523	544	570		15°	43	035	055	075	095	115	135	155	175	195	215	43
44	591	*013	*035	*060	*082	*104	*130	*151	*173	*195			44	240	260	280	300	320	341	361	381	402	422	44
45	221	243	263	291	313	335	362	384	410	432			45	442	463	483	504	524	545	565	590	*010	*031	45
46	454	481	503	530	552	574	601	623	650	673		16°	46	052	072	093	114	134	155	180	201	222	242	46
47	095	122	145	172	194	221	244	271	294	321			47	263	284	305	330	351	372	393	414	435	460	47
48	344	371	394	421	444	471	495	522	545	573			48	481	503	524	545	570	591	*013	*034	*055	*081	48
49	000	024	051	075	102	130	154	181	205	233		17°	49	102	124	143	170	192	213	233	261	282	304	49
50	261	284	312	340	364	392	420	444	473	501			50	325	351	373	395	420	442	464	490	511	533	50
51	525	553	582	*010	*034	*063	*091	*120	*144	*173			51	555	581	*003	*025	*051	*073	*095	*121	*143	*170	51
52	201	230	253	284	312	341	370	395	424	453		18°	52	192	214	240	262	285	311	333	360	382	404	52
53	482	511	541	570	595	*024	*054	*083	*113	*142			53	451	455	480	502	525	551	574	*000	*023	*050	53
54	172	201	231	261	290	320	350	380	410	440		19°	54	072	095	122	143	171	194	221	244	271	294	54
55	470	500	530	560	590	*020	*051	*081	*111	*142			55	521	544	571	594	421	444	471	494	521	545	55
56	172	203	233	264	295	323	360	391	422	453			56	572	595	*022	*050	*073	*100	*124	*151	*174	*202	56
57	484	515	550	581	*012	*043	*075	*110	*141	*173		20°	57	225	253	281	304	332	353	383	411	434	462	57
58	204	240	272	303	335	371	402	434	470	502			58	490	514	541	563	595	*021	*043	*073	*101	*123	58
59	534	570	*002	*033	*071	*103	*140	*172	*204	*241		21°	59	153	181	203	233	261	290	314	342	370	395	59
60	274	310	343	380	412	443	482	513	552	583			60	423	451	480	504	552	561	583	*014	*042	*071	60
61	023	060	093	130	164	201	233	272	310	344		22°	61	093	124	153	181	210	233	263	292	321	350	61
62	381	415	453	491	525	563	*001	*035	*074	*112			62	575	404	433	461	490	513	544	573	*003	*052	62
63	150	185	223	262	300	335	374	413	451	490		23°	63	061	090	115	144	174	203	232	261	291	320	63
64	523	565	*004	*043	*082	*121	*161	*200	*240	*280			64	550	573	404	434	463	493	523	551	582	*011	64
65	513	353	395	455	475	515	555	593	*035	*075		24°	65	041	071	100	130	160	190	220	243	273	303	65
66	120	160	201	241	282	323	364	404	445	490			66	553	563	595	423	453	483	513	550	580	*010	66
67	531	573	*014	*053	*101	*142	*184	*223	*271	*313		25°	67	040	070	101	151	161	192	222	252	283	313	67
68	353	400	442	483	531	573	*013	*062	*104	*151			68	344	374	403	433	470	501	531	562	593	*023	68
69	193	240	283	330	373	420	463	510	553	601		26°	69	054	083	120	150	181	212	243	274	305	540	69
70	044	092	135	183	231	275	323	371	413	463			70	371	402	433	464	493	530	562	593	*024	*053	70
71	512	560	*005	*053	*102	*151	*200	*244	*294	*343		27°	71	091	122	153	183	220	251	283	314	350	381	71
72	392	441	491	540	590	*035	*083	*133	*183	*233			72	413	444	480	511	543	573	*010	*042	*074	*110	72
73	283	340	390	441	491	542	593	*044	*093	*150		28°	73	141	173	203	241	273	303	341	373	403	441	73
74	20	252	303	353	411	462	514	570	*022	*074			74	473	503	541	573	*003	*041	*073	110	*142	*174	74
75	130	183	235	292	343	401	454	511	564	*022		29°	75	210	243	273	314	544	580	412	443	481	514	75
76	073	132	190	244	302	353	414	472	550	584			76	550	583	*020	*05	*083	*121	*154	*191	*223	*26	76
77	043	102	160	213	274	334	393	452	512	571		30°	77	293	330	362	593	452	463	502	533	572	*003	77
78	031	091	151	211	272	332	393	453	514	573		31°	78	042	073	112	143	182	213	252	283	522	560	78
79	040	102	163	223	290	352	414	480	543	*003			79	593	450	463	501	554	571	*004	*041	*073	*113	79
80	072	134	201	264	331	394	462	530	593	*061		32°	80	150	184	221	254	292	523	563	401	434	472	80
81	123	194	262	330	393	464	533	*002	*072	*141			81	503	543	581	*014	*052	*060	*124	*161	*193	*233	81
82	211	281	351	421	492	562	*033	*104	*173	*250		33°	82	271	505	543	581	414	452	490	524	562	*000	82
83	322	393	463	541	*014	*090	*163	*233	*312	590		34°	83	054	072	110	144	183	221	253	293	331	363	84
84	463	541	*014	*093	*171	*243	*324	*403	*482	*561			84	404	442	480	514	553	591	*023	*064	*102	*140	85
85	040	120	200	280	361	441	522	*003	*083	*170		35°	85	173	213	252	290	524	563	401	440	474	513	85
86	252	334	420	503	590	*073	*160	*243	*331	*413			86	552	590	*023	*063	*102	*141	*173	*214	*253	*291	86
87	504	592	*081	*170	*260	*343	*453	*523	**020	**111		36°	87	330	563	403	442	481	520	553	593	*032	*071	87
88	202	293	383	481	574	*070	*163	*261	*354	*452		37°	88	110	143	184	223	262	500	533	574	41	452	88
89	551	*043	*144	*244	*343	*443	*544	**044	**150	**251			89	491	550	563	*004	*043	*082	*122	*161	*200	*253	89
90	553	453	562	*063	*173	*281	*383	*494	**003	**112		38°	90	274	313	552	591	431	470	503	544	583	*023	90
91	222	553	444	555	*071	*184	*300	*414	*552	**050		39°	91	062	101	140	180	213	254	294	533	572	412	91
92	163	284	404	523	*050	*172	*294	*421	*544	**072			92	451	490	550	563	*004	*04	*083	*123	*162	*201	92
93	201	350	460	591	*122	*254	*391	*534	**063	**202		40°	93	241	280	520	553	593	434	474	513	553	592	93
94	541	482	*023	*170	*313	*461	**010	**160	*310	**462		41°	94	032	071	111	150	190	223	263	503	344	584	94
95	013	173	332	492	*053	*220	*383	*552	**122	294			95	423	463	502	542	582	*022	*061	*101	*141	*180	95
96	471	*043	*223	*410	*593	**182	**572	**563	163	563	68°	42°	96	213	253	293	534	574	414	453	493	533	572	96
97	563	*174	*583	002	**222	**444	074	510	550	*193	71°	43°	97	012	052	092	151	171	211	250	290	530	570	97
98	444	*103	*570	042	**523	014	513	*050	*353	**093	75°		98	403	443	483	524	564	*00	*044	*083	*12	*163	98
99	45'1	22'3	02'1	44'3	29'3	19'2	14'1	16'2	30'2	06'3		44°	99	20'3	24'2	28'2	32'2	36'2	40'1	44'1	48'1	52'1	56'0	99
	77°	78°	79°	79°	80°	81°	82°	83°	84°	86°														
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	