

INTRODUCTION DES EFFETS DE PRECONTRAINTE

DANS L'ELEMENT FINI DE COQUE DE TYPE 18

DE SAMCEF

J.F. DEBONGNIE

Mai 1976

Introduction

Le présent rapport décrit l'introduction des effets de la précontrainte dans l'élément de coque à géométrie de révolution, de type 18 dans le logiciel SAMCEF, et, plus spécialement, les tests qui ont été menés pour vérifier la formulation et le fonctionnement des diverses procédures.

L'objet de cette transformation était de permettre de rendre compte de la modification des fréquences propres des réservoirs partiellement remplis de liquide sous l'effet d'une pression interne.

Le problème peut donc être scindé en trois étapes distinctes :

- (a) le calcul des contraintes statiques dues à la pression hydrostatique, la surpression interne et les forces de poids éventuelles.
- (b) la transmission des résultats de l'analyse statique (a) comme données pour le problème dynamique (c)
- (c) l'analyse dynamique tenant compte de l'effet de la précontrainte calculée en (a).

Pour l'étape (a), nous avons introduit deux types de charges implicites supplémentaires :

- les charges dues à une pression hydrostatique, qui s'introduisent à l'aide de la carte additionnelle de code 27, dont le contenu est le suivant :

ρ	γ	z_{ℓ}	-
--------	----------	------------	---

Cette carte permet de cumuler automatiquement à la pression

définie par ailleurs, la pression hydrostatique

$$\rho \gamma (z_\ell - z).$$

Il convient de noter que le sens de cette pression suit les conventions générales relatives à l'introduction de la pression dans les éléments 18. Si pour une raison quelconque, on veut l'inverser, il faut changer le signe de l'accélération γ .

- les charges de poids par unité de surface de la coque. On les introduit par la carte additionnelle de code 12:

PZ	-	-	-
----	---	---	---

La valeur à introduire est

$$PZ = \rho_{\text{coque}} \cdot t \cdot \gamma$$

L'étape (b) peut être menée de plusieurs manières. La première consiste à réintroduire les contraintes initiales sous forme de cartes additionnelles de code 21, où il faut donner

N_{ss}	$N_{\theta\theta}$	$N_{s\theta}$	-
----------	--------------------	---------------	---

Cette procédure, très simple en apparence, devient rapidement fastidieuse lorsque la dimension du problème grandit. Mais elle permet d'introduire des contraintes calculées par n'importe quel moyen, ce qui peut être utile.

La deuxième manière consiste à réintroduire le fichier d'archivage (F.A.C.) du premier passage statique dans le passage dynamique. La variable générale IUPRCO permet de spécifier le numéro de ce fichier. Dans ce cas, les cartes additionnelles sont créées automatiquement sur le fichier des données préparées. Signalons cependant que dans l'analyse dynamique on peut intercaler des éléments qui n'apparaissaient donc pas dans l'analyse statique. Il faut cependant conserver l'ordre de succession des éléments pour lesquels on a calculé des tensions. Par contre l'analyse dynamique ne peut comporter moins d'éléments que l'analyse statique, sauf si dans celle-ci, on a pris soin de donner la valeur 999 à la variable ITENS relative aux éléments qui devaient disparaître.

Il reste alors à effectuer le passage dynamique avec la précontrainte. L'effet de celle-ci se manifeste dans l'élément par la présence d'une "matrice de raideur géométrique" contenant les termes d'interaction entre l'état de membrane initial et la flexion dynamique. Ces termes ont la forme générale

$$U_g = \frac{1}{2} \int_V \sigma_{ij}^0 \omega_{i\ell} \omega_{j\ell} dV ,$$

où σ_{ij}^0 représente l'état de contrainte initial et $\omega_{i\ell}$, les rotations. Pour la coque, on a explicitement

$$U_g = \frac{1}{2} \int_S \left\{ N_{ss}^0 \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial s} - \alpha \right) \right]^2 + N_{\theta\theta}^0 \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{v \cos \phi}{r} - \beta \right) \right]^2 \right. \\ \left. + 2 N_{s\theta}^0 \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial s} - \alpha \right) \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{v \cos \phi}{r} - \beta \right) \right] \right\} dS.$$

La signification de ces termes est expliquée dans la note technique précitée.

Les pages qui suivent sont consacrées à la description des différents tests qui ont été effectués pour vérifier la validité de la formulation et le fonctionnement des diverses fonctions décrites ci-dessus.

1. Étude des modes critiques axisymétriques d'un cylindre

Le cylindre considéré a 100 mm de rayon, 200 mm de longueur et 1 mm d'épaisseur. Le problème consiste à chercher les modes critiques sous une charge répartie de façon axisymétrique à l'extrémité du cylindre. On limite l'étude au cas des modes symétriques par rapport au plan coupant le cylindre à mi-longueur, ce qui permet de ne considérer que la moitié de la structure.

Le cylindre étant appuyé aux extrémités, les conditions aux limites seront :

$$\cdot \text{ en } z = 0 : u_r = u_z = 0$$

$$\cdot \text{ en } z = 100 : \phi_\theta = 0 \quad \cdot$$

En outre, comme le problème est axisymétrique, il convient de fixer u_θ , ϕ_r et ϕ_θ partout.

La charge d'extrémité est caractérisée par un flux de contrainte

$$N_{ss} = \text{cte} = -1 \text{ hb.mm} \cdot$$

Quant au matériau, il s'agit d'acier : il a donc les caractéristiques élastiques suivantes :

$$\text{Module de Young} : 2,1 \cdot 10^4 \text{ hb}$$

$$\text{Coefficient de Poisson} : 0,3 \quad \cdot$$

Dans ce problème, les contraintes initiales ont été définies par introduction directe des cartes additionnelles de code 21. L'idéalisation comportait 10 éléments pour la moitié du cylindre.

Les éléments sont de degré 3, ce qui conduit à un nombre total de 90 D.D.L. Les résultats obtenus sont donnés dans le tableau 1.1. Les modes y sont caractérisés par leur nombre de ventres; en regard des valeurs obtenues par le programme SAMCEF, on trouvera des valeurs théoriques calculées de la manière suivante, qui est basée sur le fait que les modes sont sinusoïdaux. Posons :

$$\alpha = k \frac{\sqrt{Rt}}{\ell}$$

où k , R , t et ℓ sont respectivement le nombre de ventres du mode, le rayon de la coque, son épaisseur et sa longueur. Le flux de contrainte critique σ est alors donnée par l'équation

$$\frac{\sigma R}{Et} = \frac{\alpha^2}{12(1-\nu^2)} + \frac{1}{\alpha^2} + O\left(\frac{t}{R}\right)$$

TABLEAU 1.1 - MODES CRITIQUES D'UN CYLINDRE

MODE	NB. VENTRES	CH.CRIT.OBT.	CH.CRIT.THEOR.	DIFF.REL(%)
1	11	127,9093	127,7532	0,123
2	13	131,2456	130,5514	0,535
3	9	143,4947	143,5083	0,095

On constate l'excellent accord des solutions obtenues avec les solutions théoriques. Les modes obtenus sont représentés aux figures (1,2), (1,3), (1,4). Cet exemple permet de conclure que la matrice de raideur géométrique est bien correcte, au moins dans le cas $n=0$, $m=0$. D'ailleurs, en guise de vérification rigoureuse, cette matrice a été comparée terme à terme avec celle de l'élément de type 11. Les résultats sont strictement identiques.

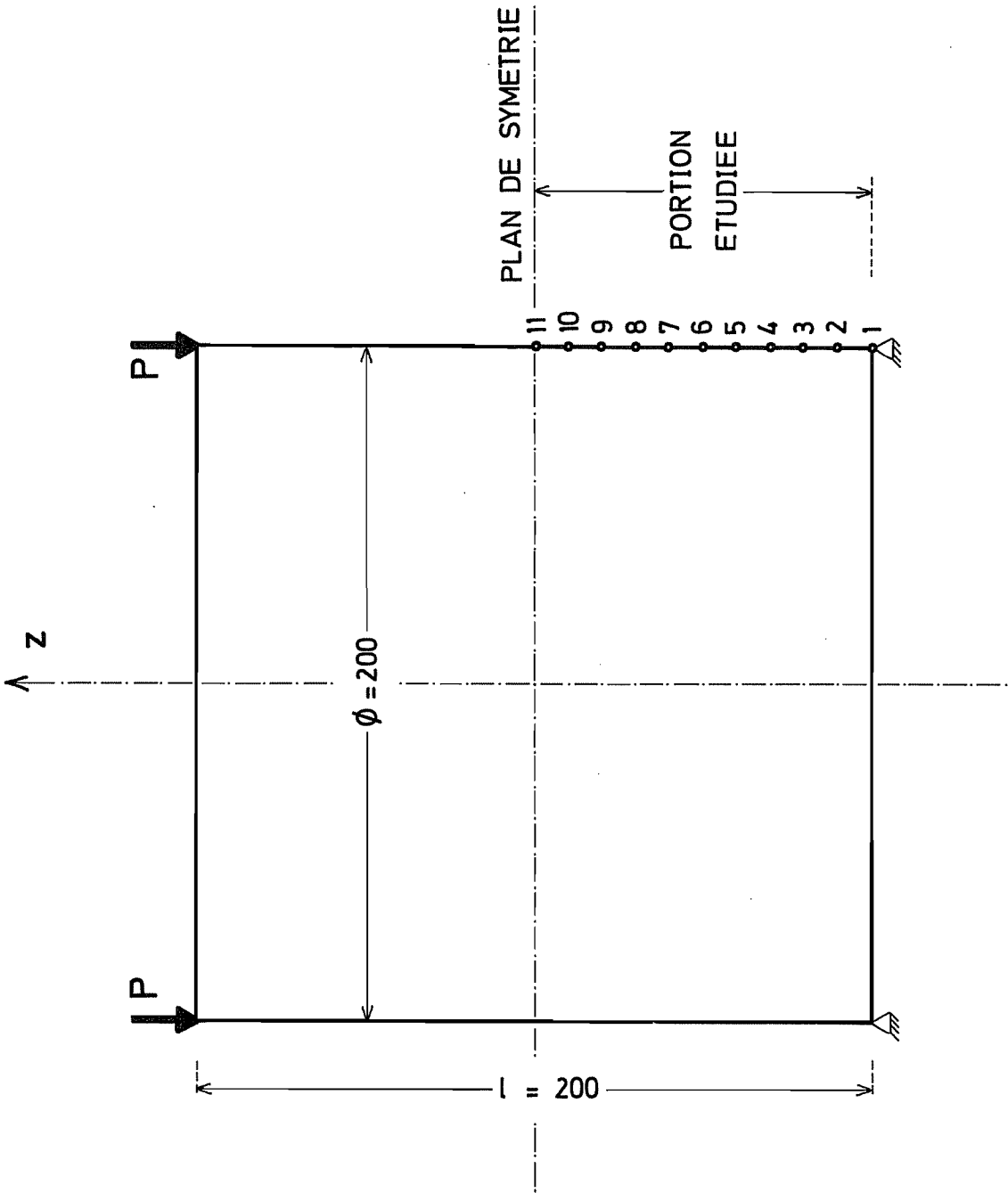


FIG. 1.1

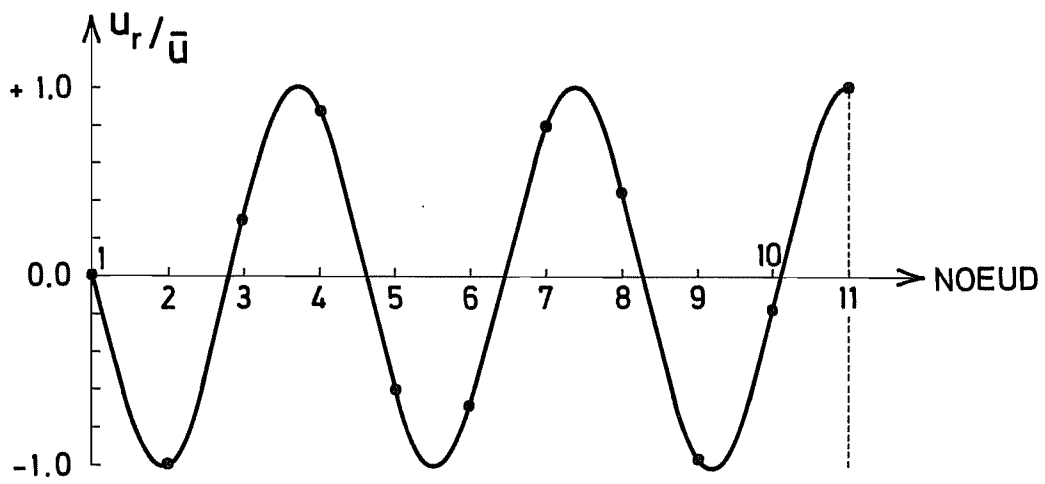


FIG. 1.2 MODE PROPRE N° 1 (11 VENTRES)

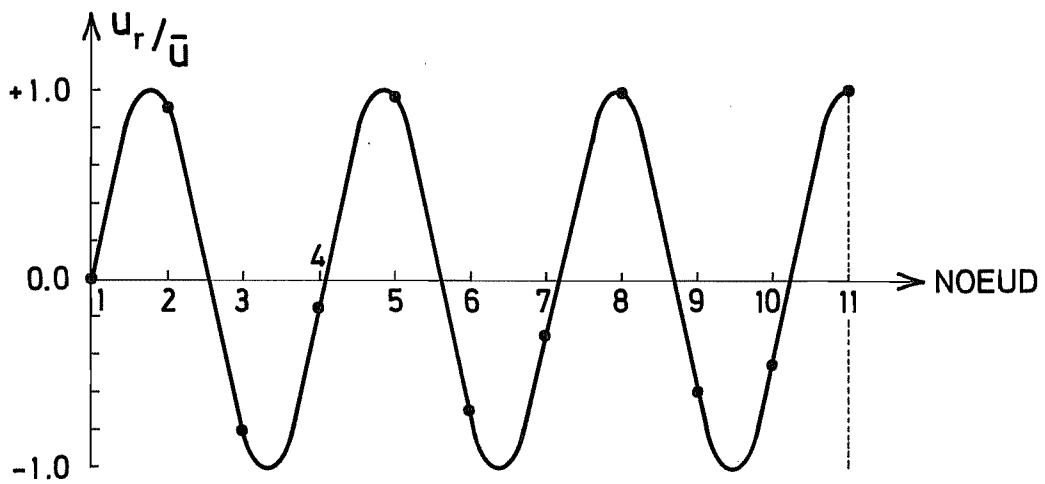


FIG. 1.3 MODE PROPRE N° 2 (13 VENTRES)

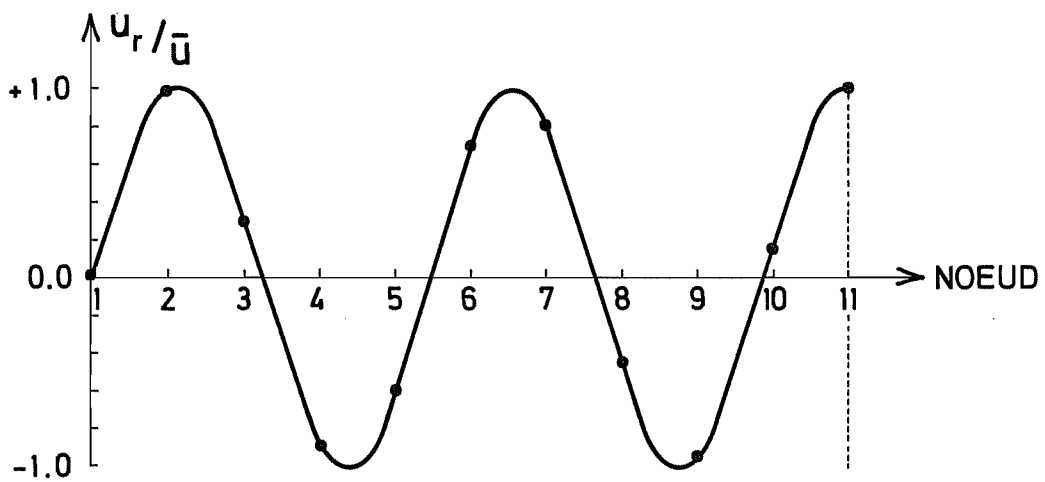


FIG. 1.4 MODE PROPRE N° 3 (9 VENTRES)

2. Etudes des vibrations d'une coque cylindrique mince mise sous pression interne

Ce problème, tiré de l'article de FUNG, SECHLER et KAPLAN [1] consiste à étudier les vibrations d'un cylindre "librement appuyé" ("freely supported") soumis à une pression interne. La pression interne ayant pour effet de tendre fortement la coque, les fréquences s'en trouvent nettement relevées, spécialement pour les modes incluant beaucoup de flexion.

La structure considérée est un cylindre d'aluminium ayant les dimensions suivantes :

diamètre intérieur : $R = 3,5$ in
 épaisseur : $h = 0,001$ in
 longueur : $L = 11$ in

Les extrémités du cylindre sont solidaires de flasques en bronze, plus dur que l'aluminium, de façon à assurer au mieux la conservation de la forme circulaire des sections. Ces flasques sont libres de se mouvoir longitudinalement et, jusqu'à un certain point, de tourner comme un corps solide. On imposera donc les conditions suivantes aux extrémités :

$$u_r = u_\theta = 0.$$

Il convient en outre de fixer en tous les noeuds la rotation ϕ_θ qui est dépourvue de raideur.

Rappelons qu'en mesures anglaises, les caractéristiques de l'aluminium sont :

module de Young : $E = 10^7$ psi

densité de masse $\rho = 2,59.10^{-4}$ lb sec²/in⁴ .

Dans un premier temps, la pression a été introduite directement sous forme de contraintes initiales. Pour les déterminer, on a utilisé les classiques "formules des chaudières", soit

$$N_{\theta\theta} = p R$$

$$N_{ss} = p R/2 = N_{\theta\theta}/2 \quad ,$$

le flux longitudinal provenant de l'effet des fonds. L'analyse a été faite pour $n=2$, $n=3$ et $n=5$, avec les pressions $p=0,1,2$ psi. Les résultats obtenus sont groupés dans le tableau (2.1). Ils sont confrontés avec les résultats d'une formule simplifiée établie par les auteurs cités ci-dessus, en supposant que le nombre d'ondes circonférentielles est grand. Moyennant cette hypothèse, ils obtiennent la formule suivante :

$$x = \frac{\lambda^4}{n^2 + \lambda^2} + \frac{(h/a)^2 (n^2 + \lambda^2)}{12(1-\nu^2)} + \bar{n}_x \lambda^2 + \bar{n}_y n^2 \quad , \quad (2.1)$$

où

$$x = 4 \pi^2 R^2 \frac{E}{\rho} f^2 \quad , \quad f \text{ étant la fréquence}$$

$$\lambda = m \frac{\pi R}{L} \quad , \quad m \text{ étant le nombre de ventres sur la longueur}$$

n = nombre d'ondes circonférentielles

$$\bar{n}_x = \frac{N_{ss}}{Eh}$$

$$\bar{n}_\theta = \frac{N_{\theta\theta}}{Eh} \quad .$$

TABLEAU (2.1) - CYLINDRE SOUS PRESSION

m	p (psi)	FREQUENCES (Hz)			10 ⁵ . MASSE GEN.
		[1]	SAMCEF	ECART (%)	SAMCEF
1	0	1051	933	11	1,013872
	1	1156	987	15	1,013921
	2	1251	1038	17	1,013970
2	0	3574	3161	12	1,020425
	1	3609	3181	12	1,020490
	2	3644	3199	12	1,020556
3	0	6433	5783	10	0,9881424
	1	6456	5796	10	0,9881902
	2	6478	5810	10	0,9882383
1	0	484	458	5	0,3846563
	1	863	756	12	0,3846425
	2	1120	966	14	0,3846288
2	0	1787	1686	6	0,3878386
	1	1930	1795	7	0,3878282
	2	2063	1897	8	0,3878178
3	0	3574	3375	6	0,3861532
	1	3653	3435	6	0,3861336
	2	3729	3494	6	0,3861142
1	0	193	188	3	0,1105947
	1	1201	1131	6	0,1105392
	2	1687	1588	6	0,1104838
2	0	692	677	2	0,1108628
	1	1380	1312	5	0,1108069
	2	1825	1727	5	0,1107512
3	0	1478	1447	2	0,1112782
	1	1909	1840	4	0,1112199
	2	2259	2164	4	0,1111616

Dans cette formule, le premier terme représente la contribution de l'extension; le deuxième, celle de la flexion, et les deux derniers correspondent à la mise en charge initiale. On constate aisément qu'une pression interne élève la fréquence, tandis qu'une pression extérieure l'abaisserait. Les valeurs correspondantes ne sont données que par un diagramme dans l'article de Funy, Sechler et Kaplan; de plus, on n'y trouve pas les fréquences supérieures à 2500 Hz. Aussi avons-nous refait les calculs au moyen de la formule (2.1). Les résultats sont consignés dans le tableau (2.1).

Ces résultats mènent aux conclusions suivantes :

1. L'influence de la pression est très grande pour les modes à grand nombre d'ondes circonférentielles;
2. La forme des modes est cependant peu affectée, comme en témoigne la faible variation de la masse généralisée;
3. La correspondance entre nos résultats et ceux de Fung, Sechler et Kaplan est raisonnable, sans plus, pour $n = 2$; pour $n = 3$ et $n = 5$, elle s'améliore nettement.

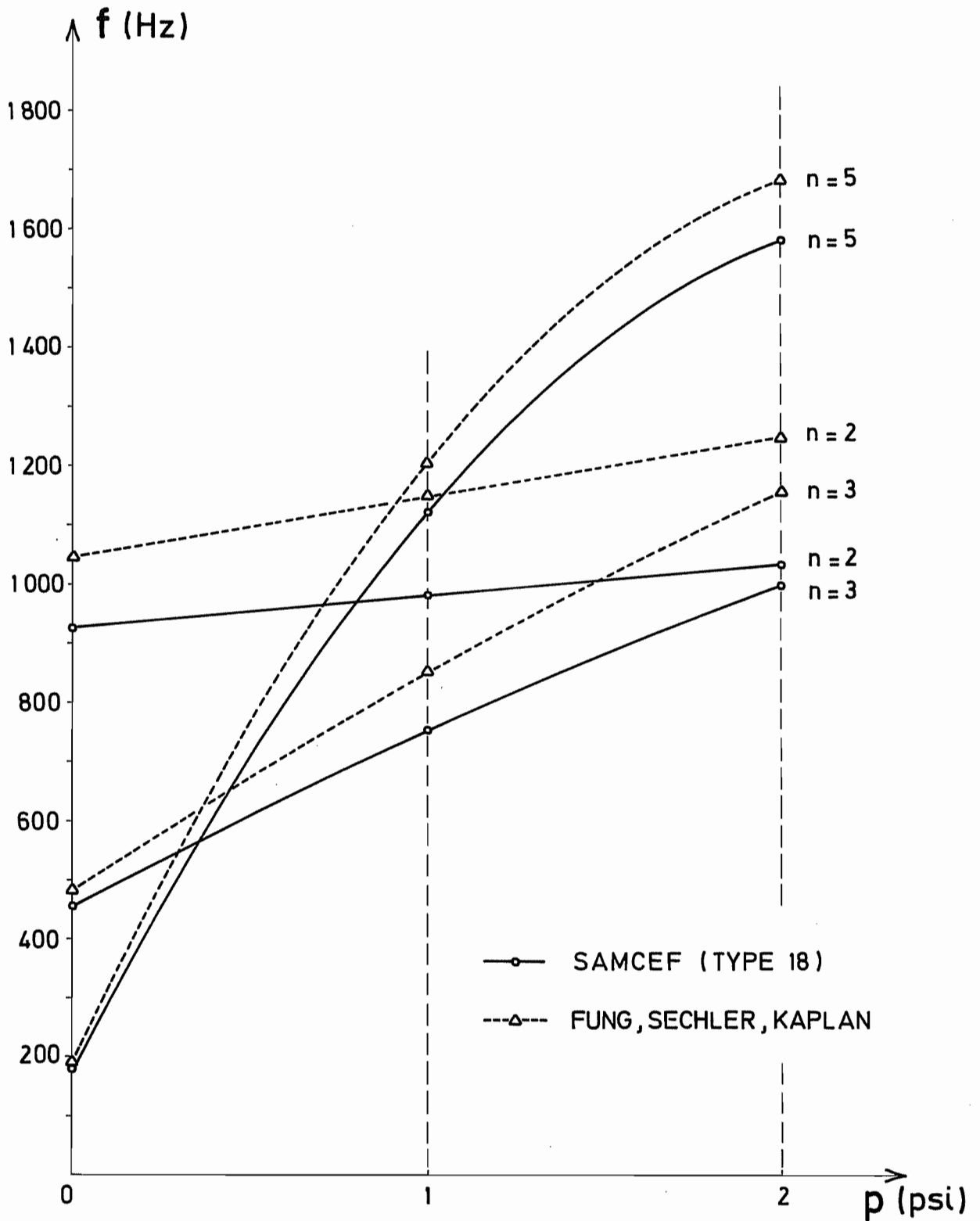
Ce fait était à prévoir, puisque la formule (2.1) est établie pour les grandes valeurs de n . Déjà pour $p = 0$, on observe des différences, ce qui permet de juger de la précision de la formule (2.1). Mais dans tous les cas, l'ordre de grandeur reste le même, alors que les variations sont très importantes. On peut donc conclure à la bonne validité de la formulation utilisée dans l'élément fini.

Le problème a été traité une seconde fois pour $p = 2$ et $n = 5$, en n'introduisant plus directement les contraintes initiales, mais en utilisant les contraintes calculées lors d'un passage statique préalable. Ces contraintes sont alors conservées sur une unité de type F.A.C. (voir manuel SAMCEF) qui est relue lors de l'analyse dynamique. Pour le passage statique, on applique la pression sur le cylindre; pour tenir compte de l'effet des fonds, on applique une charge égale à la résultante de la pression sur un fond sur une extrémité du cylindre. Du fait de la fixation du déplacement radial aux extrémités du cylindre, les formules des chaudières ne sont pas strictement valables, et on observe de petites variations de $N_{\theta\theta}$ au voisinage des extrémités; en outre, il apparaît de très faibles moments et efforts tranchants. Cependant, les fréquences et masses généralisées sont peu affectées, comme le montre le tableau suivant.

TABLEAU (2.2)

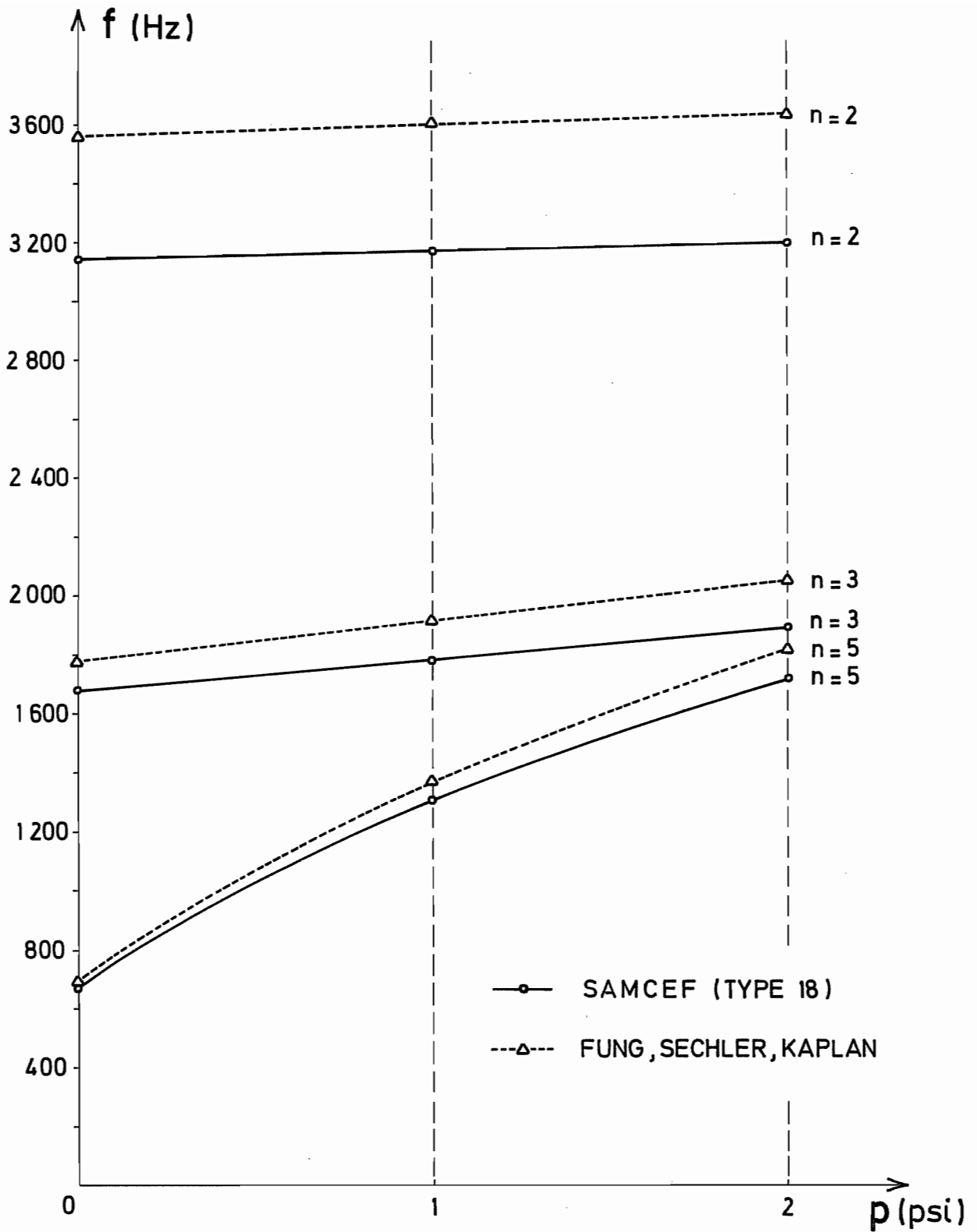
m	FREQUENCES		10 ⁶ . MASSES GEN.	
	CHAUDIÈRES	EL. FINIS	CHAUDIÈRES	EL. FINIS
1	1588,795	1588,790	1,104838	1,106721
2	1727,177	1726,501	1,107512	1,109322
3	2163,632	2161,797	1,111616	1,113773

Cette constatation n'est pas tellement étonnante puisque les tensions n'ont varié qu'au voisinage des extrémités, c'est à dire dans une zone où, pour les faibles valeurs de m, les déplacements de flexion sont relativement petits et donc peu sensibles à une variation de la raideur.



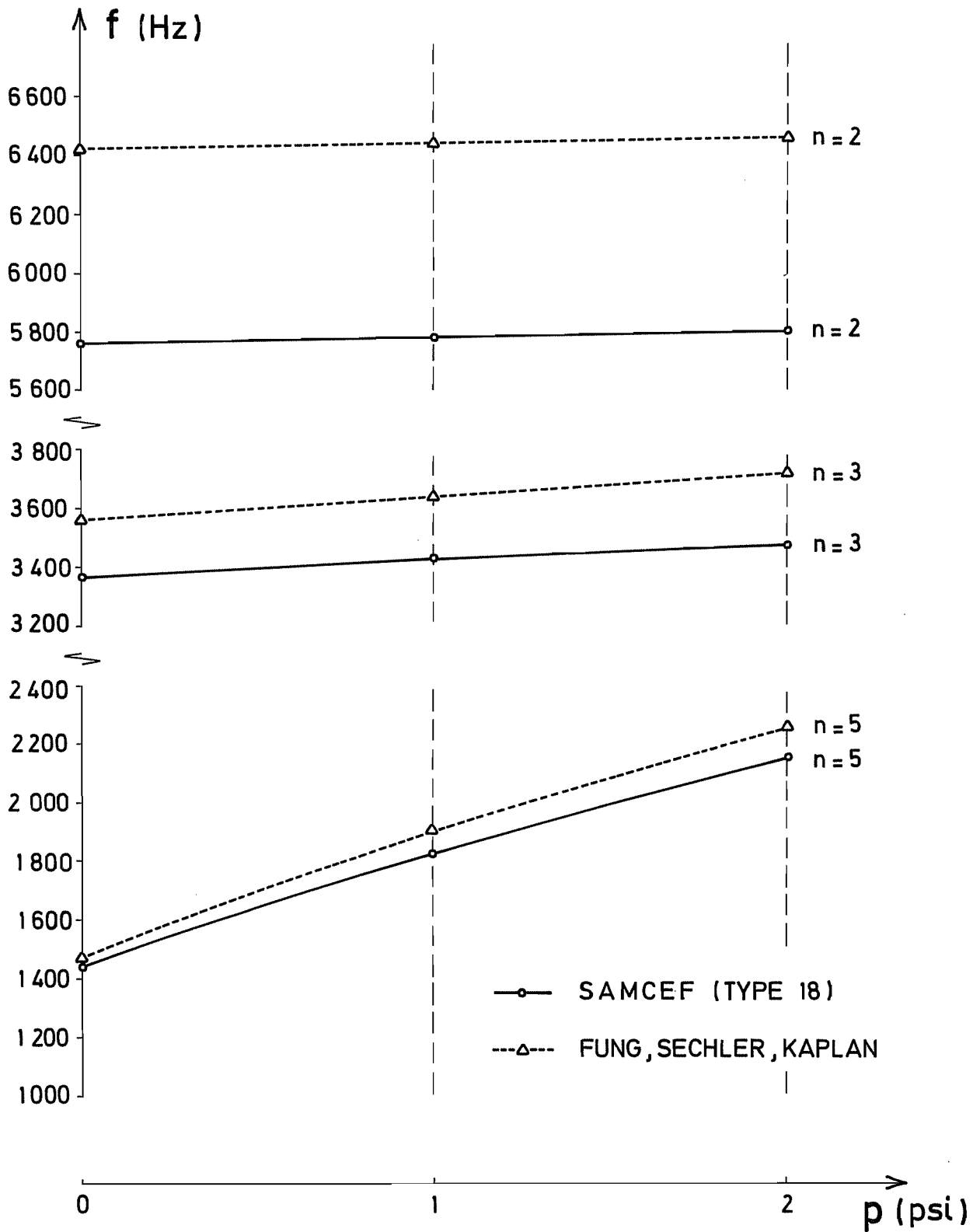
CYLINDRE SOUS PRESSION $m = 1$

FIG. 2.1



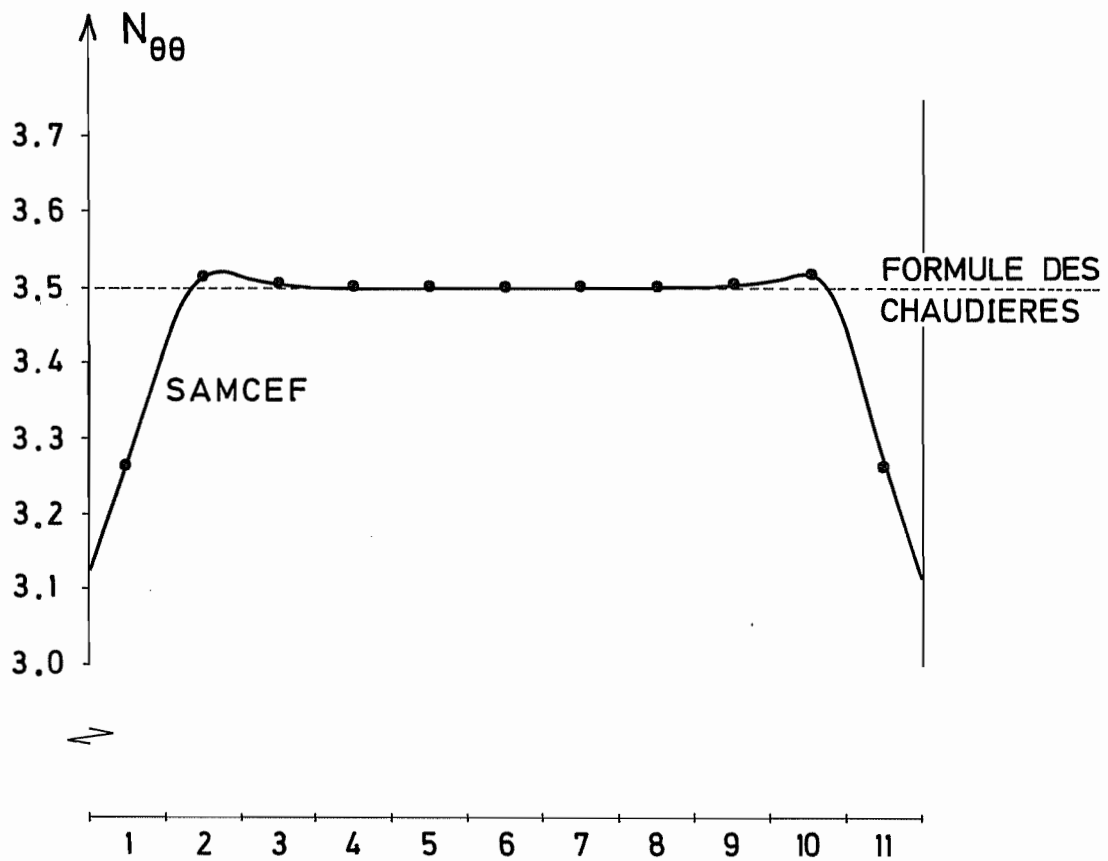
CYLINDRE SOUS PRESSION $m = 2$

FIG. 2.2



CYLINDRE SOUS PRESSION $m = 3$

FIG. 2.3



FLUX DE CONTRAINTES CIRCONFÉRENTIELLES

FIG. 2.4

3. Modes critiques en trèfle (n = 4) d'un cylindre

Afin d'avoir un recoupement supplémentaire dans le cas non axisymétrique, nous avons étudié les modes critiques en trèfle (n = 4) d'un cylindre dont les caractéristiques sont données ci-dessous :

Module de Young : $E = 10^3 \text{ hb}$

Coefficient de Poisson : $\nu = 0,3$

Epaisseur : $t = 1 \text{ mm}$

Rayon : $R = 100 \text{ mm}$

Longueur : $L = 200 \text{ mm}$.

La mise en charge initiale, correspondant à une charge de bout, est introduite sous forme d'un flux de contraintes axiales

$$N_{ss} = - 1 \text{ hb.mm}$$

Si l'on se limite à l'étude des modes ayant un nombre impair de ventres, on peut étudier un demi-cylindre, avec les conditions aux limites suivantes :

Extrémité : $u_r = u_z = u_\theta = \phi_r = \phi_z = 0$

Milieu : $u_\theta = \phi_\theta = 0$

On fixera en outre ϕ_r partout, car ce degré de liberté est exempt de raideur.

L'idéalisation adoptée comprend 20 éléments de degré 3 avec condensation des degrés de liberté intérieurs au cours de la génération, (degré déclaré = 1), ce qui correspond à 98 ddl lors de l'étape de résolution. Les résultats obtenus sont donnés dans le tableau 3.1. Les modes y sont caractérisés par leur

nombre de ventres; on y trouvera aussi des valeurs théoriques approchées, calculées dans le cadre de la première approximation de Love, en se basant sur le fait que les modes sont sinusoïdaux. Cette théorie approchée conduit à la formule

$$\frac{\sigma R}{Et} = \frac{R}{t} \left(\frac{1}{x^2} + \frac{t^2 x^2}{12(1-\nu^2)R^2} \right) ,$$

où σ est le flux de contrainte critique, tandis que

$$x = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha} ,$$

avec

$$\beta = n$$

$$\alpha = \frac{m\pi R}{l} ,$$

m étant le nombre de ventres du mode.

TABLEAU (3.1)

MODES CRITIQUES (N = 4)				
MODE	NB. VENTRES	CH. CRIT. OBT.	CH. CRIT. THEOR.	DIFF. REL. (%)
1	11	6,033561	6,052	0,35
2	13	6,318365	6,341	0,37
3	9	6,417011	6,424	0,11
4	15	7,046256	7,083	0,53
5	7	7,818564	7,87	0,93

On constate que la correspondance est excellente.

4. Vibrations d'un réservoir cylindrique à fonds rigides partiellement rempli de liquide

Cet essai a été mené dans le but de recouper les résultats d'un rapport de la SNIAS [2] . Ce rapport fournit des évaluations des fréquences des réservoirs d'ARIANE pris séparément, basées sur l'hypothèse qu'il s'agit de réservoirs à fond plat. Nous avons étudié le réservoir UDMH à 25% de remplissage, en faisant les hypothèses suivantes pour nous rapprocher des conditions de calcul du rapport [2] :

- a. Le réservoir est idéalisé par une virole cylindrique, dont les extrémités sont caractérisées par les conditions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} u_r = u_\theta = \phi_r = \phi_z = \phi_\theta = 0 \\ u_z \text{ libre} \end{array} \right.$$

- b. La virole a les mêmes dimensions que dans le rapport [3] soit :

rayon : 1,90 m
longueur : 4,021m

- c. Au fond inférieur, le fluide n'a pas de vitesse verticale. On impose cette condition en laissant le potentiel libre.

Les précontraintes sont calculées par des analyses statiques préalables. Pour celles-ci, on a fait les hypothèses suivantes:

- d. La virole est totalement encastrée à ses extrémités. Il faut, en effet, assurer au moins l'isostaticité. L'encastrement des deux extrémités a pour effet d'induire une contrainte d'extension longitudinale par effet de POISSON.

Certaines de ces analyses sont faites en tenant compte de la pression hydrostatique. Celle-ci, comme d'ailleurs tous les effets du fluide, est calculée en posant

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

Pour les caractéristiques de la coque, nous nous sommes référés au rapport [3] , ce qui nous a conduit aux valeurs suivantes :

Module de YOUNG	: E = 1,97.10 ¹¹ Pe
Coefficient de POISSON	: $\nu = 0,3$
Epaisseur de la coque	: $t = 2,2.10^{-3} \text{ m}$
Masse volumique	: $\rho_c = 7800 \text{ kg/m}^3$

Enfin, la masse volumique du fluide (U.D.M.H.) a été prise égale à

$$\rho_f = 791 \text{ kg/m}^3$$

L'idéalisation est représentée à la figure (4.1). Les contraintes statiques ont été calculées lors de passages préliminaires, puis réintroduites par les fichiers IUPRCO. Le problème comportait 149 D.D.L., dont 11 étaient retenus. Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau (4.1) . On y trouvera les fréquences pour $p=0$ et $p=2$ bar et pour $n=2, 5$ et 10. Les calculs ont été menés avec et sans l'effet de la pression

hydrostatique. Enfin, en regard de ces valeurs, nous avons repris celles que donne la planche 13 du rapport [2]

TABLEAU (4.1) - VIROLE DE RESERVOIR

p (bar)	n	S.A.M.C.E.F.		2
		AVEC P. HYDR.	SANS P.HYDR.	
0	2	40,5	63,7	63
	5	35,6	23,6	23
	10	30,0	14,9	12
2	2	65,0	64,3	63
	5	49,4	39,2	36
	10	61,7	54,0	71

Ces résultats sont reportés à la figure (4.2) .

Ils permettent de faire les conclusions suivantes :

- Pour $p=0$ et en l'absence de pression initiale, nos résultats concordent très bien avec ceux du rapport [2]
- Pour $p=2$ bar, il y a une différence plus nette, mais néanmoins raisonnable. Peut-être faut-il en chercher la cause dans le mode de fixation adopté pour le calcul de la précontrainte.
- Enfin, l'effet de la pression hydrostatique semble assez important , du moins pour les données que nous avons adoptées. Sous son effet, la courbe des fréquences marque une variation plus faible en fonction de n.

Remarque : Une ultime vérification du fichier des données a révélé qu'un élément, hachuré sur la figure (4.1), présentait une masse volumique erronée (10 fois trop grand). Cependant, comme cet élément est situé au voisinage immédiat de l'axe et que, sur celui-ci, le potentiel est fixé, on peut s'attendre à une très faible altération des résultats. (Cette erreur est sans influence sur le calcul statique). Pour vérifier cette assertion, nous avons repassé deux cas après avoir corrigé le fichier de données. Ce sont :

- $p = 0 + p \cdot \text{hydr}$, $n=2$, où nous avons obtenu 64,2 Hz au lieu de 63,7 Hz
- $p = 2$, sans pression hydrostatique, $n=10$ où nous avons obtenu 53,96 Hz au lieu de 53,97 Hz.

En conséquence, nous n'avons pas jugé nécessaire de refaire toutes les analyses.

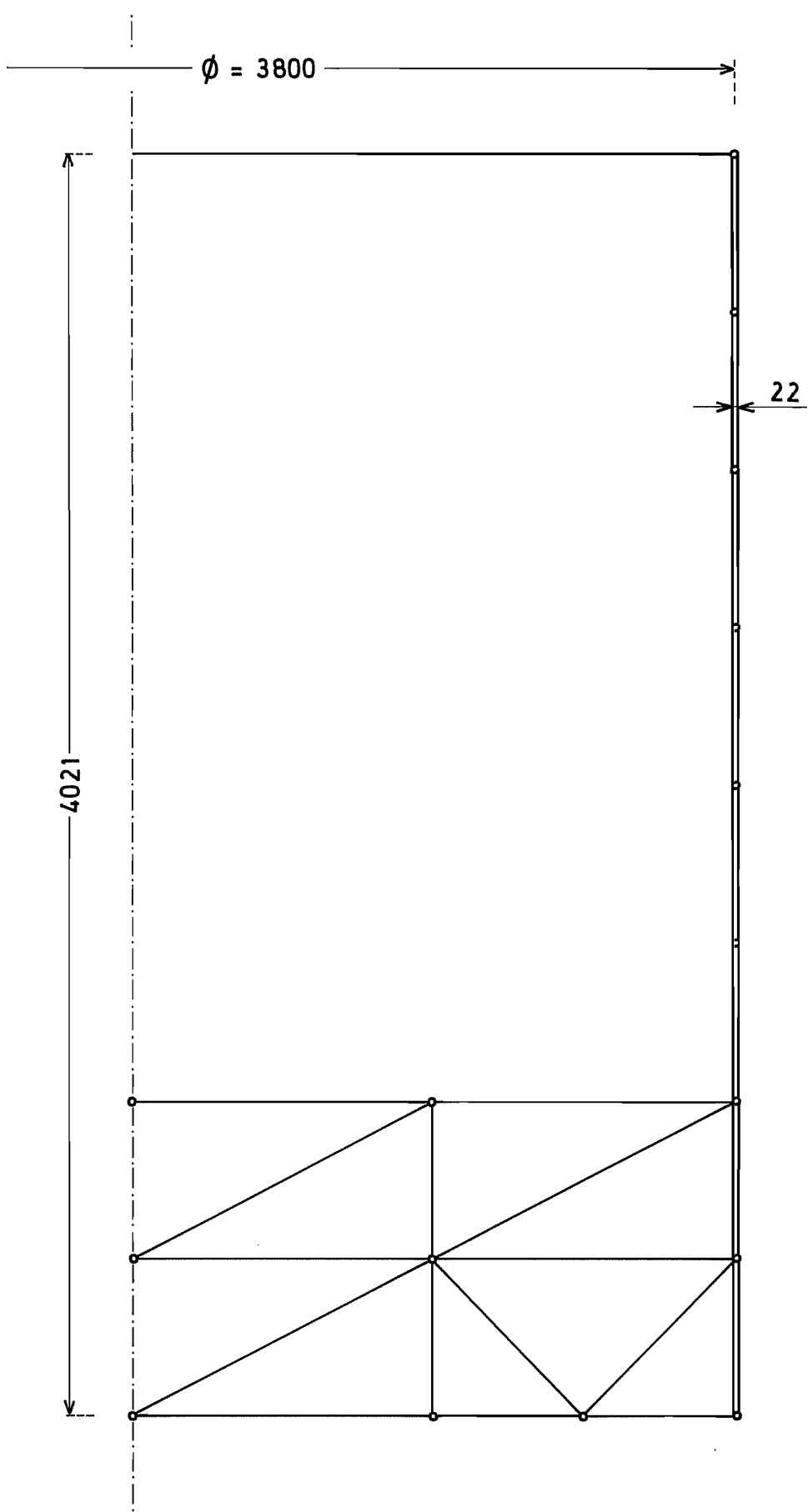


FIG. 4.1

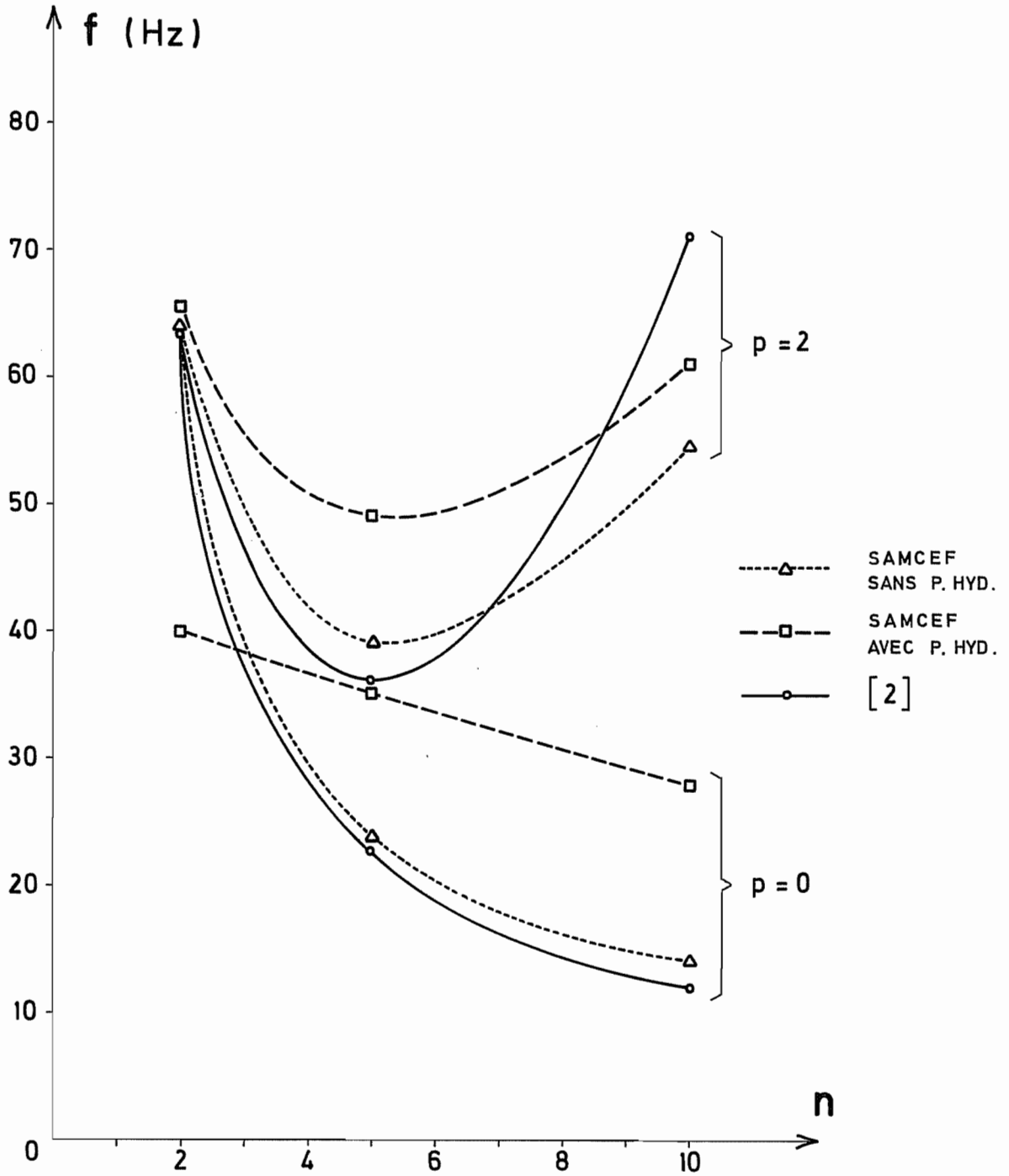


FIG. 4.2

5. Vibrations d'un réservoir cylindrique à fonds elliptiques partiellement rempli de liquide

Considérant à nouveau le réservoir U.D.M.H. d'ARIANE, nous avons mené une seconde étude en tenant compte de la présence des fonds. Pour ceux-ci, nous avons utilisé les données fournies par le rapport [3], soit :

Module de YOUNG	: $E = 1,97 \cdot 10^{11}$ Pa
Coefficient de POISSON	: $\nu = 0,3$
Epaisseur	: $t = 2,05 \cdot 10^{-3}$ m
Densité de masse	: $\rho = 7800$ kg/m ³

Les autres données sont inchangées. L'idéalisation du fond inférieur est représentée à la figure (5.1).

Nous avons systématiquement inclus, pour ces analyses, l'effet de la pression hydrostatique. Les analyses suivantes ont été faites :

$p = 0$: $n = 2, 5$ et 10
$p = 2$: $n = 2, 5$ et 10

Pour toutes ces analyses, on impose comme conditions aux limites un appui simple à la jonction de la virole et du fond.

Le premier fait qui frappe, lors du dépouillement, est la présence de modes de fonds situés à des fréquences plus basses que ceux de la virole. Ceci est sans doute dû au fait que le réservoir considéré est fort large, ce qui entraîne une faible raideur relative des fonds. Ainsi, par exemple, lors de l'analyse ($p = 2, n=2$), on a obtenu, outre les deux modes de surface libre un mode du fond inférieur à 34,1 Hz, alors que le premier mode de virole est situé à 60,3 Hz. Ce fait mérite d'être mentionné car il n'apparaissait évidemment pas dans l'analyse précédente où les fonds étaient bloqués. Il est probable que ce phénomène

disparaisse si le réservoir est moins large.

Cela étant, nous avons obtenu les résultats suivants :

TABLEAU (5,1) - RESERVOIR AVEC FONDS

p (bar)	n	1er mode		2ème mode	
		TYPE	FREQ(Hz)	TYPE	FREQ(Hz)
2	2	FOND INF.	34,1	VIROLE	60,3
	5	VIROLE	44,5	VIROLE	82,5
	10	VIROLE	54,2	VIROLE	110,8
0	2	FOND INF.	24,8	VIROLE	55,7
	5	VIROLE	31,0	VIROLE	59,9
	10	VIROLE	16,5	VIROLE	27,3

On trouvera en figure (5,2) l'évolution de la fréquence du premier mode de virole, en regard des résultats du rapport 2.

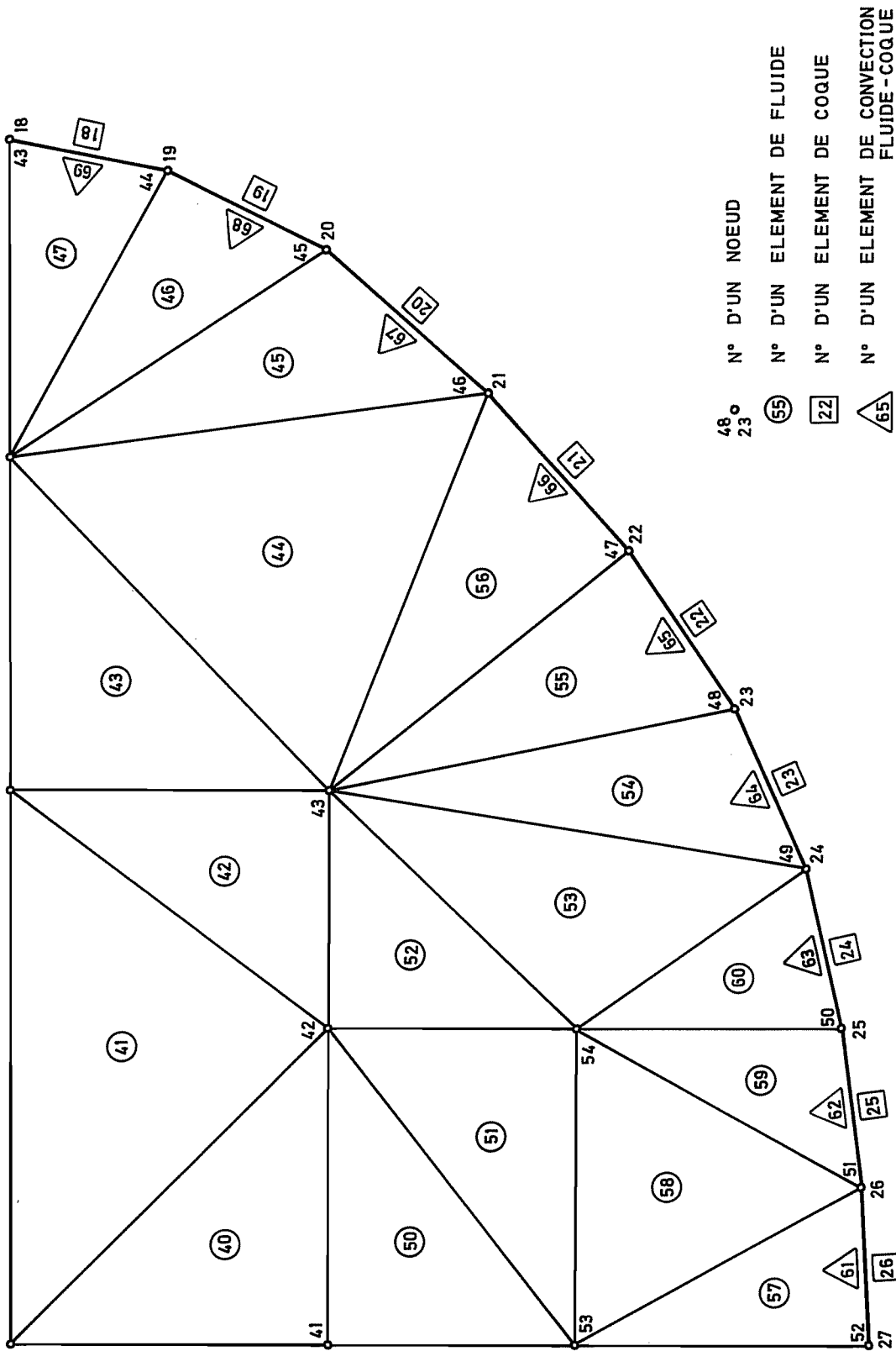


FIG. 5.1 FOND DU RESERVOIR

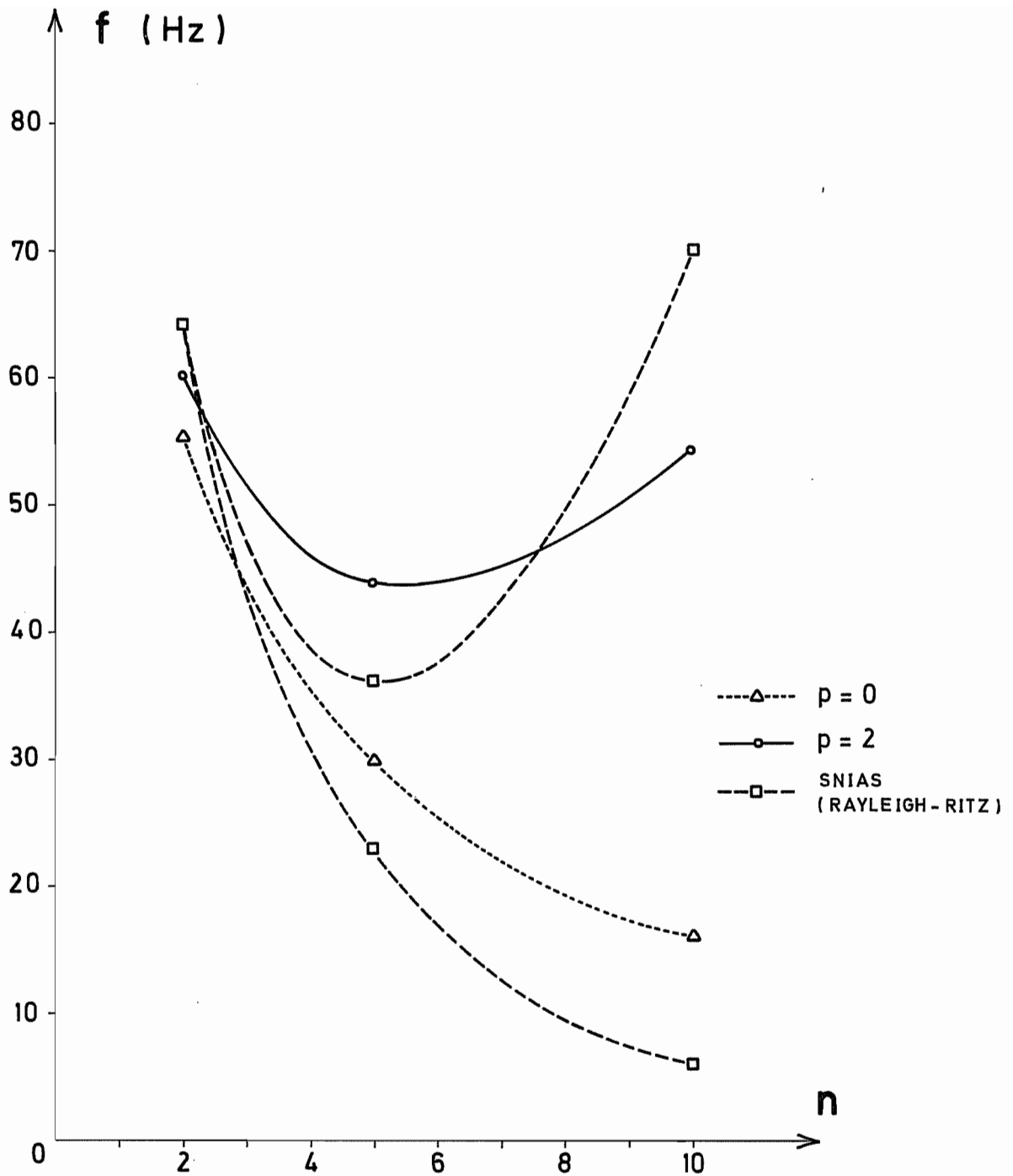


FIG. 5.2

REFERENCES

1. Y.C. FUNG, E.E. SECHLER, A. KAPLAN
"On the vibration of thin cylindrical shells under internal pressure"
Journal of the Aeronautical Sciences, Sept. 1957,
pp. 650-660.
2. "ARIANE - Modes de respiration des réservoirs principaux -
Influence de la pression"
Rapport SNIAS S/DEA-1 n° 314158, mai 1974
3. H. MORAND et R. OHAYON
"Effets d'une pressurisation sur les modes de vibration
axisymétriques du premier étage du lanceur ARIANE II :
Résultats"
Rapport ONERA R.T. N° 8/6077 SYDISR