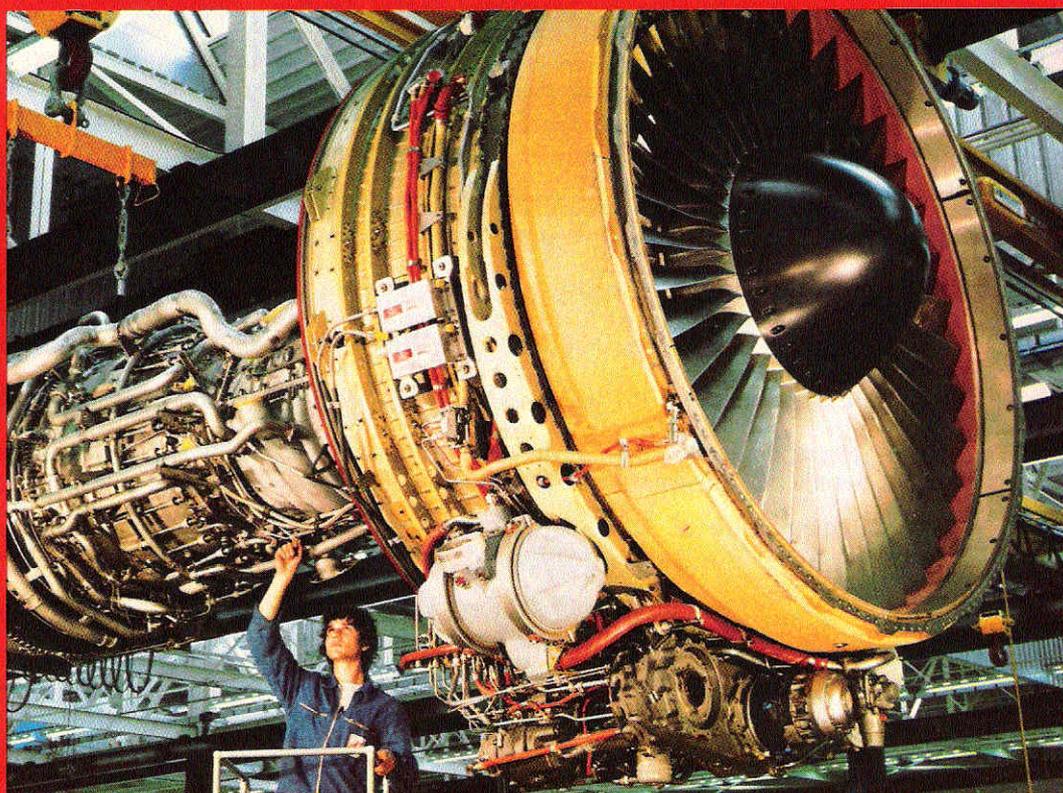


Bulletin Technique du BUREAU VERITAS



*philosophie du « fail safe »
et choix d'un « état limite » témoin*

GROUPE DE LUBRIFICATION DU TURBORÉACTEUR CFM 56-2

détermination des caractéristiques mécaniques
de la gorge de cisaillement de l'arbre de rotation
par la méthode du gradient de contrainte

*par P. Rochus, Ingénieur-Docteur, Bureau d'Études,
Fabrique Nationale, Division Moteurs, Herstal, Belgique*

N.D.L.R. – Le très intéressant article de M. P. Rochus s'adresse bien entendu tout d'abord aux ingénieurs versés dans les problèmes aéronautiques. A notre avis, il devrait aussi retenir l'attention de ceux dont l'activité s'exerce dans le domaine des structures marines, pour lequel les méthodologies et les procédures modernes de projet et d'analyse, basées, en fait, sur les notions de fiabilité, prennent une importance croissante. En effet, M. P. Rochus traite d'une application de la philosophie du « fail safe » consistant à choisir un état limite dont la détection est facile et qui, tout en évitant les dommages graves, peut ainsi servir de témoin de l'état du système. De plus, le problème étudié et résolu par la méthode du gradient de contrainte est tout à fait structural.

« Fusible mécanique » pour sollicitations anormales

Le groupe de lubrification du turboréacteur à double flux CFM 56-2 comprend essentiellement un ensemble de cinq pompes du type *gérotor* montées sur le même arbre de rotation : une pompe d'alimentation située du côté entraînement et alimentée en huile pure par la canalisation venant du réservoir et quatre pompes de récupération aspirant un mélange huile-air provenant des enceintes avant et arrière, de la boîte de transfert et du support d'accessoires (fig. 1).

L'arbre de rotation possède une gorge de cisaillement visible à l'extérieur du groupe de lubrification. Cette gorge de cisaillement (« fusible mécanique ») doit répondre à plusieurs exigences :

- en cas d'apparition d'un couple résistant anormalement élevé, la gorge de cisaillement doit se rompre avant tout autre composant du groupe de lubrification de façon à éviter un engorgement des enceintes;

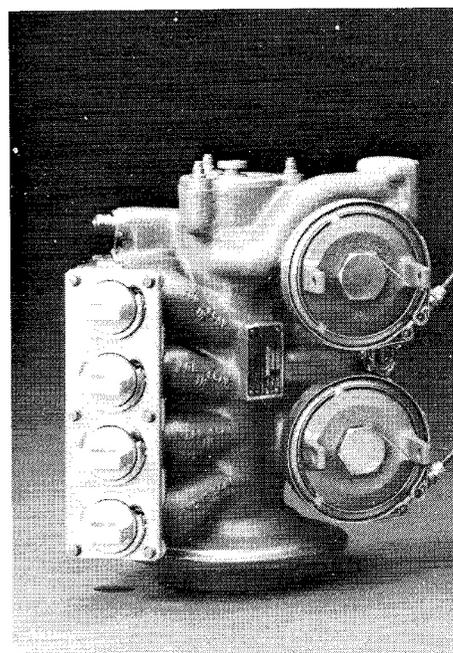
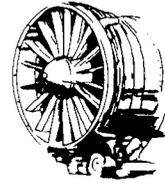


Fig. 1. – Groupe de lubrification.



- la rupture de l'arbre est nécessaire afin de ne pas détériorer le reste de la chaîne cinématique (« banane »);
- la rupture de l'arbre visible à l'extérieur du groupe de lubrification doit éviter le remontage d'un groupe de lubrification accidenté;
- la présence de la gorge de cisaillement ne doit pas réduire anormalement la durée de vie (exprimée en nombre de cycles) de l'arbre à la fatigue dans les conditions normales de fonctionnement.

Les différents essais réalisés dans le but de définir les couples extrêmes en fonctionnement « normal » sont brièvement présentés. Le minimum du couple de rupture de l'arbre doit être supérieur à ces couples résistants normaux; d'autre part, le maximum du couple de rupture statique de l'arbre doit être inférieur aux minima des couples de rupture des autres composants mobiles du groupe de lubrification. Afin de déterminer avec précision ces couples de rupture statique en tenant compte des capacités d'adaptation plastique de l'acier en fond d'entaille, la méthode du gradient [1] (1) est utilisée et ses résultats sont comparés aux résultats expérimentaux. La méthode du gradient est ensuite appliquée à l'étude de la résistance à la fatigue de l'arbre, dans le but de démontrer que la durée de vie, exprimée en nombre de cycles, reste dans des limites acceptables.

Détermination expérimentale des couples résistants maxima rencontrés en fonctionnement « normal »

Afin de déterminer expérimentalement les conditions extrêmes de fonctionnement normal, différents essais ont été réalisés. Ces essais comprennent :

- des essais de fonctionnement en ambiance froide (-50°C et -40°C : simulation d'un démarrage du moteur à basse température, simulation d'une montée en altitude suivie d'un vol en croisière) et en ambiance chaude (120°C pour l'huile d'alimentation et 160°C pour l'huile de récupération : simulation d'un cas de vol d'attente);

(1) Les nombres entre crochets renvoient aux références, en fin d'article.

- des essais de fonctionnement en huile contaminée successivement par du sable d'Arizona, de l'alumine, des limailles et des copeaux d'acier;
- des essais de démarrage sans huile;
- des essais d'endurance cyclique.

Dans la majorité de ces essais, le couple de rotation reste inférieur à 10 Nm ; les seules exceptions constatées sont les suivantes :

- le passage d'une grosse particule mal placée, qui se coince entre la pompe et son flasque peut provoquer un surcouple qui reste inférieur à 10 Nm ;
- lors d'un démarrage à -40°C , le couple d'entraînement passe par un maximum de $53,5\text{ Nm}$ après 1 seconde de rotation; il retombe à 12 Nm après 16 secondes; après une minute de rotation le couple n'est plus que de $9,5\text{ Nm}$.

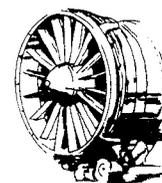
En conclusion, le couple de rupture statique devra être supérieur à $53,5\text{ Nm}$. Un cycle sinusoïdal composé d'un couple alterné de 10 Nm superposé à un couple moyen de 10 Nm , servira de cycle de référence (plus sévère que le cycle réel) pour l'étude à la fatigue pour un fonctionnement normal. Un cycle sinusoïdal composé d'un couple alterné de 25 Nm superposé à un couple moyen de 30 Nm permettra également de simuler l'influence des démarrages dans une ambiance très froide (-40°C).

Détermination théorique et expérimentale du couple de rupture statique de l'arbre CFM 56-2

concentration de contrainte et adaptation plastique

La gorge de cisaillement possède les caractéristiques géométriques suivantes (fig. 2) : $\varphi_p = 10,6$ à $11,1\text{ mm}$; $\varphi_M = 8,45$ à $8,55\text{ mm}$.

La gorge est tournée avec une rugosité de $1,6\text{ }\mu\text{m}$ et la matière de l'arbre est du 12 NC 12, d'une dureté de 277 à 352 Brinell.



Lors de la détermination du couple de rupture en présence de concentration de contraintes, les hypothèses de la mécanique linéaire élastique ne sont plus vérifiées; les calculs basés sur la notion théorique de coefficient de concentration de contrainte [2] obtenu en élasticité [3, 4] sont rarement en bon accord avec l'expérience; les résultats de ces calculs sont trop conservatifs à cause des effets des déformations plastiques dont on ne tient pas compte et qui redistribuent les contraintes locales. Dans le cas qui nous intéresse, l'arbre doit se rompre dans une fourchette bien précise de valeurs (sans coefficient de sécurité); il faut par conséquent faire appel aux concepts de la mécanique élasto-plastique de la rupture [5, 6, 7, 8, 9, 10]. Cette étude de la rupture statique et de la rupture dynamique est basée sur la méthode du gradient [1] proposée initialement dans la référence [11] et développée par le CETIM. La méthode utilisée est basée sur un nombre impressionnant d'essais réalisés sur des aciers différents. Les équations utilisées sont phénoménologiques, ne sont pas invariantes vis-à-vis d'un changement d'unités de mesure et ne sont valables que pour un certain intervalle de valeurs des gradients de contraintes. Ces équations devraient par conséquent être adaptées de façon à recevoir un support théorique microscopique, s'il existe. Par contre, la méthode est très simple à utiliser et est en excellent accord avec l'expérience. Ainsi, en annexe sont présentés des résultats d'essais de rupture en torsion de barreaux en acier lisses d'une part et avec gorge

d'autre part et possédant la même section minimum. Conformément à la méthode du gradient, les essais mettent en évidence un couple de rupture plus élevé pour la barre avec gorge, contrairement à ce que prédit la théorie classique. La méthode du gradient permet une réelle optimisation des pièces en tenant compte des capacités d'adaptation plastique en fond d'entaille des matériaux métalliques, en présence de fortes concentrations de contraintes en statique et en dynamique et dans le cas de superposition de sollicitations différentes.

méthode du gradient de contrainte

La théorie du gradient de contrainte modifie le critère de von Mises :

$$\frac{C_{r,s}}{I_p/r} = \frac{R_m}{\sqrt{3}}$$

où :

$C_{r,s}$ est le couple de rupture statique,

I_p est le moment d'inertie polaire,

r est le rayon,

R_m est la contrainte de rupture,

en remplaçant R_m par \hat{R}_m , donné par :

$$\hat{R}_m = R_m (0,25 \log_{10} X + 1,4)$$

le paramètre X doit être exprimé en mm^{-1} et représente le gradient de contrainte :

$$\begin{aligned} X(mm^{-1}) &= \left(\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{dx} \right)_{\max} \\ &= \left(\frac{d}{dx} \ln \sigma \right)_{\max} \end{aligned}$$

σ représente la contrainte locale au niveau de l'entaille.

Dans le cas de la torsion, on obtient :

$$X = \frac{1}{r} + \frac{2}{\varphi_p}$$

Le couple de rupture statique vaut alors :

$$C_{r,s} = \frac{I_p R_m}{r \sqrt{3}} (1,4 + 0,25 \log_{10} X)$$

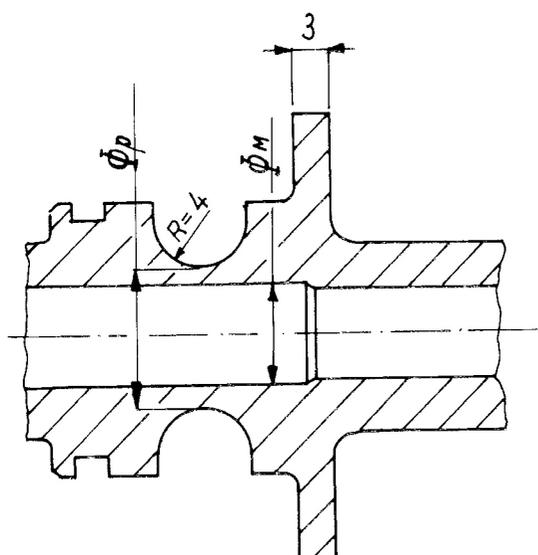
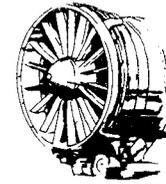


Fig. 2. — Gorge de cisaillement.



types d'éprouvettes	dureté HB	R _m hbar	φ _M mm	φ _P mm	χ mm ⁻¹	calculé C _{r,s} Nm	expériment. C _{r,s} Nm
1	352	120	8,45	11,1	0,43	158	147
2	352	120	8,55	10,6	0,44	120	107
3	277	94	8,45	11,1	0,43	124	139
4	277	94	8,55	10,6	0,44	94	98

Tableau I. — Couple de rupture statique calculé et mesuré.

Cette relation tient compte du coefficient de concentration de contrainte. Le tableau I permet de comparer les résultats qu'elle donne à ceux d'essais réalisés sur des éprouvettes représentant les cas limites du plan (éprouvette N° 1 : maximum de matière, maximum de dureté; N° 2 : minimum de matière, maximum de dureté; N° 3 : maximum de matière, minimum de dureté; N° 4 : minimum de matière, minimum de dureté).

La figure 3 montre un arbre après rupture à l'essai.

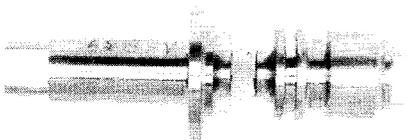


Fig. 3. — Arbre rompu à l'essai. (Fabrique Nationale, Herstal.)

Résistance de la gorge de cisaillement à la fatigue

La dispersion des résultats de fatigue est acceptée aujourd'hui à la fois comme un fait expérimental et un fait physique [9, 5]. Les causes physiques sont essentiellement :

- des causes internes au matériau (inclusions, hétérogénéités de structure, etc.). Sous l'effet des contrain-

tes, ces défauts peuvent se déplacer, se multiplier ou s'annihiler et cette cinétique des défauts, provoquée par les contraintes, est soumise à des fluctuations;

- des causes liées à la préparation des pièces (fraisage, rectification, tournage, traitement thermique, ...);
- des facteurs externes à la pièce comme les incertitudes de montage et de réglage des paramètres.

En présence d'une dispersion assez importante des résultats expérimentaux, il est nécessaire de multiplier les essais pour déterminer le comportement moyen à la fatigue et la dispersion. Il est par conséquent très intéressant d'avoir une méthode de calcul fiable, permettant de limiter le nombre d'essais coûteux. En dépit des nombreuses études théoriques [5, 6, 7, 8, 9, 10] consacrées au mécanisme de la rupture par fatigue, le phénomène n'est toujours pas très bien compris et les théories microscopiques, qui décrivent mathématiquement les étapes de la rupture par fatigue, à savoir initiation des fissures, propagation des fissures et croissance rapide et instable d'une fissure, sont, soit difficiles à appliquer, soit éloignées de la réalité. Les équations liant les déformations aux contraintes dans le domaine élasto-plastique et la relation entre les déformations et les nombres de cycles font intervenir des paramètres dont les valeurs manquent encore dans les banques de données, même pour les matériaux classiques.

A nouveau, la méthode du gradient [1] est utilisée pour le calcul à la fatigue. Elle conduit à une limite d'endurance C_{e,a} du couple alterné pur donnée par la formule :

$$C_{e,a} = \frac{(a \log_{10} \chi + b) (I_p/r) k_s}{k_t \sqrt{3}}$$

où :

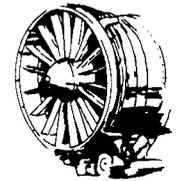
χ est le gradient de contrainte,

k_t est le coefficient de concentration de contrainte [2],

k_s est un facteur de surface qui dépend de la rugosité de la surface et de la contrainte de rupture du matériau.

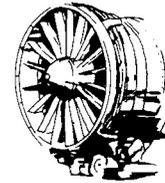
La méthode du gradient fournit également l'amplitude limite C_a(N) du couple résistant alterné pur pour un nombre de cycles N donné :

$$C_a(N) = \frac{(a_2 \log_{10} \chi + b_2 \log_{10} N + c_2) k_s}{k_t \sqrt{3}}$$



caractéristiques des éprouvettes	charge moyenne de torsion Nm	$C_{a,eq}$ Nm	charge alternée de torsion C_a Nm	nombre de cycles n_i	contrôle	N_i	$\sum \frac{n_i}{N_i}$
N° 1 $\phi_M = 8,45 \text{ mm}$ $\phi_p = 11,10 \text{ mm}$ résistance statique en torsion : $C_{r,s} = 158 \text{ Nm}$	20	11,45	± 10	$2,16 \cdot 10^6$	R.A.S.	$1,3 \cdot 10^8$	
	20	22,9	± 20	$2,175 \cdot 10^6$	R.A.S.	$3 \cdot 10^7$	
	20	34,3	± 30	$2,386 \cdot 10^6$	R.A.S.	$7,5 \cdot 10^6$	
	20	45,8	± 40	$2,16 \cdot 10^6$	déformation permanente rotation des 2 faces d'entraînement de $0^\circ 35' 45''$	$1,8 \cdot 10^6$	1,5
N° 1 $\phi_M = 8,45 \text{ mm}$ $\phi_p = 11,10 \text{ mm}$ résistance statique en torsion : $C_{r,s} = 158 \text{ Nm}$	30	12,3	± 10	$2,16 \cdot 10^6$	R.A.S.	$1,1 \cdot 10^8$	
	30	24,7	± 20	$2,16 \cdot 10^6$	R.A.S.	$2,5 \cdot 10^7$	
	30	37	± 30	$2,16 \cdot 10^6$	R.A.S.	$5,4 \cdot 10^6$	
	30	37	± 30	$2,16 \cdot 10^6$	R.A.S.	$5,4 \cdot 10^6$	
	30	49,4	± 40	176 000	rompus	$1,2 \cdot 10^6$	1
N° 2 $\phi_M = 8,55 \text{ mm}$ $\phi_p = 10,60 \text{ mm}$ résistance statique en torsion : $C_{r,s} = 120 \text{ Nm}$	20	12	± 10	$2,1756 \cdot 10^6$	R.A.S.	$7 \cdot 10^7$	
	20	24	± 20	$2,16 \cdot 10^6$	R.A.S.	10^7	
	20	36	± 30	$2,16 \cdot 10^6$	R.A.S.	$1,4 \cdot 10^6$	
	20	48	± 40	30 400	rompus	$2 \cdot 10^5$	1,9
N° 2 $\phi_M = 8,55 \text{ mm}$ $\phi_p = 10,60 \text{ mm}$ résistance statique en torsion : $C_{r,s} = 120 \text{ Nm}$	30	13,3	± 10	$2,16 \cdot 10^6$	R.A.S.	$5,7 \cdot 10^7$	
	30	26,6	± 20	$2,2428 \cdot 10^6$	R.A.S.	$6,6 \cdot 10^6$	
	30	40	± 30	$2,16 \cdot 10^6$	R.A.S.	$7,5 \cdot 10^5$	
	30	53,3	± 40	81 500	rompus	$8,6 \cdot 10^4$	4,2
N° 3 $\phi_M = 8,45 \text{ mm}$ $\phi_p = 11,10 \text{ mm}$ résistance statique en torsion : $C_{r,s} = 124 \text{ Nm}$	20	11,9	± 10	$2,16 \cdot 10^6$	R.A.S.	$2,8 \cdot 10^7$	
	20	23,8	± 20	$2,16 \cdot 10^6$	R.A.S.	$7,1 \cdot 10^6$	
	20	35,8	± 30	$2,16 \cdot 10^6$	R.A.S.	$1,8 \cdot 10^6$	
	20	47,7	± 40	207 000	rupture	$4,5 \cdot 10^5$	2
N° 3 $\phi_M = 8,45 \text{ mm}$ $\phi_p = 11,10 \text{ mm}$ résistance statique en torsion : $C_{r,s} = 124 \text{ Nm}$	30	13,2	± 10	$2,16 \cdot 10^6$	R.A.S.	$2,4 \cdot 10^7$	
	30	26,4	± 20	$2,21 \cdot 10^6$	R.A.S.	$5,3 \cdot 10^6$	
	30	39,6	± 30	$2,16 \cdot 10^6$	R.A.S.	$1,1 \cdot 10^6$	
	30	52,8	± 40	1 000	rupture	$2,5 \cdot 10^5$	2,4
N° 4 $\phi_M = 8,55 \text{ mm}$ $\phi_p = 10,60 \text{ mm}$ résistance statique en torsion : $C_{r,s} = 94 \text{ Nm}$	20	12,7	± 10	$2,245 \cdot 10^6$	R.A.S.	$1,5 \cdot 10^7$	
	20	25,4	± 20	$2,16 \cdot 10^6$	R.A.S.	$2,2 \cdot 10^6$	
	20	38,1	± 30	3 000	rupture	$3,2 \cdot 10^5$	1,1
N° 4 $\phi_M = 8,55 \text{ mm}$ $\phi_p = 10,60 \text{ mm}$ résistance statique en torsion : $C_{r,s} = 94 \text{ Nm}$	30	14,7	± 10	$2,16 \cdot 10^6$	R.A.S.	$1,1 \cdot 10^7$	
	30	29,4	± 20	$2,185 \cdot 10^6$	R.A.S.	$1,2 \cdot 10^6$	
	30	44	± 30	1 000	rupture	$1,3 \cdot 10^5$	2

Tableau III. — Résultats des essais de fatigue pour les quatre types de gorge.



Les coefficients a, b, a_2, b_2, c_2, k_s sont donnés dans la référence [1] en fonction des caractéristiques mécaniques du matériau et de la rugosité de la surface.

Les différents couples de rupture à la fatigue ont été calculés en choisissant une probabilité de non-rupture de 90 % (la méthode du gradient définit aussi la dispersion des résultats). Les calculs ont été réalisés à nouveau pour les quatre types de gorge définis plus haut.

Le couple limite à N cycles peut s'écrire (partie linéarisée de la courbe de *Woehler*) :

$$C_a(N) = A - B \log_{10} N$$

Les différents résultats du calcul sont rassemblés dans le tableau II.

types d'éprouvettes	$C_{e,a}$ Nm	A Nm	B Nm	couples C_a en Nm pour $N =$		
				10^4	10^5	10^6
1	46,5	162,9	18,7	88,1	69,4	50,7
2	35,2	123,4	14,2	66,6	52,4	38,2
3	37,3	160,2	19,9	80,6	60,7	40,8
4	28,3	121,2	15,1	60,8	45,7	30,6

Tableau II. — Couples limites d'endurance et couples limites pour un nombre de cycles donnés calculés par la méthode du gradient.

Pour chacun des quatre types de gorge, nous avons réalisé deux éprouvettes et soumis ces éprouvettes à des essais de fatigue avec les couples statiques C_s de 20 Nm pour la première éprouvette, 30 Nm pour la seconde éprouvette et avec des couples alternés C_a de ± 10 Nm, ± 20 Nm ..., jusqu'à rupture. Les résultats des essais sont regroupés dans le tableau III. Pour comparer les résultats expérimentaux avec les prédictions théoriques, il faut faire les hypothèses suivantes :

— *hypothèse d'équivalence* entre une superposition d'un couple alterné C_a et d'un couple moyen C_s , et un couple alterné équivalent $C_{a,eq}$. L'hypothèse de *Goodman* a été retenue :

$$C_{a,eq} = \frac{C_a}{\left[1 - \left(\frac{C_s}{C_{r,s}}\right)\right]}$$

— *hypothèse de dommage*. Le dommage global S subi par l'arbre s'évalue en cumulant les différents dommages causés par chaque ensemble i de n_i cycles sous un couple alterné équivalent $C_{a,eq}(i)$. Chacun de ces dommages vaut $\frac{n_i}{N_i}$ où N_i représente le nombre de cycles conduisant à la rupture pour un couple alterné équivalent $C_{a,eq}(i)$.

$$S = \sum_i \frac{n_i}{N_i}$$

$S = 1$ si on a rupture.

Il est normal d'obtenir $S > 1$ dans la majorité des cas, car la courbe de *Woehler* calculée correspond à une probabilité de non-rupture de 90 %, de façon à se trouver du côté de la sécurité. Il faut cependant noter que les valeurs obtenues pour S dépendent de l'hypothèse d'équivalence retenue. Les hypothèses de *Gerber* ou de *Smith* auraient conduit à des valeurs plus petites pour les dommages S .

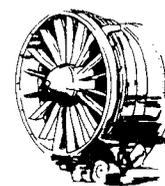
Un état limite judicieusement choisi grâce à une méthode pratique

Le tableau IV donne les couples alternés C_a acceptables en fonction du couple statique superposé C_s et du nombre de cycles N , dans la situation la plus défavorable (de probabilité très faible; gorge de cisaillement du type 4).

C_s Nm	C_a en Nm pour $N =$		
	10^4	10^5	10^6
10	54	41	27
20	48	36	24
30	41	31	21

Tableau IV. — Couples alternés acceptables en fonction du couple statique et du nombre de cycles.

Lors des essais normaux à des températures positives, le couple reste inférieur à 10 Nm. Lors des démarrages en ambiance très froide (-40 °C), le couple peut atteindre 55 Nm pendant une seconde puis devient



assez rapidement normal; le cycle le plus défavorable correspondrait à $C_s = 30 Nm$, $C_a = 25 Nm$, mais ce cycle a une *très faible fréquence* puisque les démarrages se font très rarement à $-40^\circ C$. En conclusion, la gorge de cisaillement remplit bien sa fonction : elle se rompt en présence d'un couple résistant anormal (grippage) tandis que la durée de vie à la fatigue respecte les spécifications techniques. La méthode du gradient permet un calcul prévisionnel, assez simple de la résistance statique et dynamique de pièces en acier présentant des entailles. Un bon accord avec l'expérience est constaté.

Remerciements

L'auteur tient à remercier M. Brand (CETIM) et M. Joris (FN) pour leurs conseils très utiles.

RÉFÉRENCES

- 1 - A. Brand et R. Sutterlin - « Calcul des pièces à la fatigue: méthode du gradient », CETIM, 1980.
- 2 - R. E. Peterson - « Stress concentration design factors », New York, 1974.
- 3 - L. Landau et E. Lifchitz - « Théorie de l'élasticité », 1967.
- 4 - L. Sedov - « Mécanique des milieux continus », tome II, 1975.
- 5 - G. Caglioti et A. F. Milone - « Mechanical and thermal behaviour of metallic materials », Proceedings of the International School of Physics « Enrico Fermi », North Holland, 1982.
- 6 - G. Sanz - « La rupture des aciers », Collection IRSID, OTUA.
- 7 - B. Barthelemy - « Notions pratiques de la mécanique de la rupture », Ed. Eyrolles, 1980.
- 8 - Cl. Bathias et J.-P. Baillon - « La fatigue des matériaux et des structures », Ed. Maloine, 1980.
- 9 - H.-P. Lieurade - « La pratique des essais de fatigue », Ed. PYC, 1982.
- 10 - « Fracture toughness testing and its applications », Symposium présenté à la 67^e réunion de l'A.S.T.M., 1964.
- 11 - « Empfehlung für die Festigkeitsberechnung metallischer Bauteile ». V.D.I. 2226, 1965.

ANNEXE

Essais de torsion sur cinq barres en acier FN 87.2

Caractéristiques des barreaux éprouvettes utilisés

La figure 4 donne une vue, après rupture, des barres utilisées :

- a - deux barreaux uniformes, de 6 mm de diamètre;
- b - trois barreaux de 8 mm de diamètre avec gorge de 3 mm de rayon réalisée à mi-longueur. Le diamètre de la section minimum est de 6 mm.

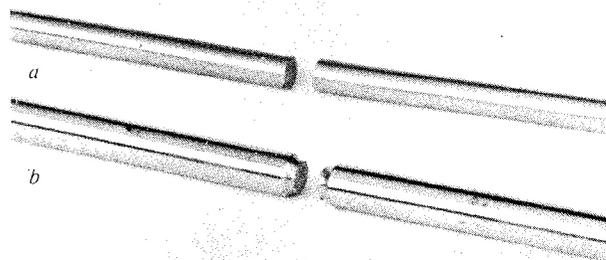


Fig. 4. — Barreaux sans gorge et avec gorge utilisés dans les essais de torsion (après rupture) (Fabrique Nationale, Herstal).

Résultats

Pour les barreaux a, le couple moyen de rupture est de 260 kpm.

Pour les barreaux b, le couple moyen de rupture est de 280 kpm.

Commentaire

La méthode du gradient prédit avec une bonne précision les résultats expérimentaux : les barreaux avec entaille sont plus résistants que les barreaux lisses contrairement à ce que prédit la théorie classique.

En élasticité, les barreaux b seraient moins résistants et, en plasticité, les deux barreaux auraient le même couple de rupture.