

**UNIVERSITE DE LIEGE
FACULTE DES SCIENCES APPLIQUEES**

**ANALYSE EXERGETIQUE
DU RAYONNEMENT**

Travail
présenté par

Etienne EVERBECQ

pour l'obtention du grade
d'Ingénieur Civil Physicien.

Année académique 1980-1981

Je remercie vivement Monsieur le Professeur
BURNAY de m'avoir permis de faire mon travail de fin
d'études dans son service.

Je remercie aussi monsieur PORTIER pour
l'aide efficace qu'il m'a procurée pendant cette année
et pour les conseils judicieux qu'il m'a donnés.

I N T R O D U C T I O N .

=====

Tout le monde sait que lorsqu'on dispose d'une quantité de chaleur, on ne peut pas la transformer intégralement en travail mécanique. Il y a un travail maximal que l'on peut récupérer, et qui n'est, en grandeur absolue qu'une fraction de la quantité d'énergie apportée sous forme de chaleur. Différents formalismes ont été utilisés pour exprimer ce fait. Le plus souvent, on calcule le rendement des transformations que l'on utilise, et de là, on en tire le travail récupérable.

Dans ce travail, je cherche à trouver des formules qui me donnent directement ce travail. Ces formules, je les appliquerai à un cas où on ne parle pas souvent en ces termes : le rayonnement.

Dans une première partie, je rechercherai les formules générales qui permettent de calculer le travail maximal récupérable, dans un cas donné. Cela m'entraînera à introduire une quantité qui le caractérise bien, l'EXERGIE.

Ensuite, je rechercherai ces mêmes formules dans le cas précis et particulier du rayonnement énergétique. En effet, on peut se demander quel est le travail que l'on peut retirer d'une quantité d'énergie transportée par rayonnement.

Enfin, j'appliquerai ces formules à un cas particulier assez important, le rayonnement des flammes.

I. L'EXERGIE.

=====

On définit généralement l'exergie d'un système comme le travail maximal que l'on peut en tirer, en tenant compte de l'environnement dans lequel il se trouve.

Il résulte directement de cette définition que l'exergie n'est pas une grandeur UNIVOQUEMENT définie pour un système et l'état dans lequel il se trouve.

Elle dépend en effet :

1* de l'environnement dans lequel le système se trouve;

2* des interactions que l'on permet entre le système et ce même environnement.

En effet, 1°, Il est évident que le travail optimal dépend de l'environnement dans lequel se trouve le système. Pour se convaincre, il suffit d'exprimer le travail maximal récupérable par un cycle de CARNOT s'effectuant entre les températures T et T_0 , où T_0 est la température de l'atmosphère. Si Q est la quantité de chaleur dont on dispose, il est égal à

$$W = Q \left(1 - \frac{T_0}{T} \right) *$$

ce qui dépend bien de l'environnement.

2°, L'on verra que suivant que l'on effectue la transformation à pression ou à volume constant, l'exergie d'un gaz sera respectivement

$$H_1 - H_0 - T_0 (S_1 - S_0)$$

et $U_1 - U_0 - T_0 (S_1 - S_0)$

où H_1 et H_0 sont l'ENTHALPIE des gaz dans l'état initial et final

U_1 et U_0 sont l'énergie interne de ces gaz
et S_1 et S_0 sont leur entropie.

N.B. L'indice "o" caractérisera toujours une grandeur prise dans les conditions de l'environnement.

* La signification des principaux symboles utilisés est donnée à la fin de chaque chapitre.

L'on voit bien que l'exergie ne peut être décrite par une seule formule. Cependant, il est possible de regrouper tous les cas dans un petit nombre de catégories, et c'est ce que je vais faire.

Il est aussi intéressant de noter maintenant que les transformations qui mèneront au travail maximal seront des transformations réversibles.

1. Modèle de l'atmosphère : l'environnement passif.

Les interactions entre le système et l'environnement se manifestent sous trois formes : échanges de chaleur, de travail et de masse. En pratique, l'environnement sera toujours l'atmosphère. On peut donc considérer celui-ci comme l'union de trois "réservoirs":

a) Le réservoir thermique : c'est un système fermé, limité par une paroi fixe et imperméable; sa température est constante (T_0), et les échanges d'énergie avec d'autres systèmes se font uniquement sous forme de chaleur, si bien que l'on peut écrire :

$$dU = dQ^{\text{rév}} = TdS \quad (1.1)$$

exemples : bloc de glace, atmosphère.

b) Le réservoir mécanique : c'est un système fermé, isolé ADIABATIQUEMENT; sa pression demeure constante (P_0) et les échanges d'énergie se font uniquement sous forme de travail, de sorte que :

$$dU = dW^{\text{rév}} \text{ et } dS = 0 \quad (1.2)$$

exemples : les systèmes considérés en mécanique, l'atmosphère.

c) Le réservoir de masse : c'est un système limité par une paroi fixe, contenant des espèces chimiques A_i et pouvant en échanger des quantités n_i avec le système. Je n'insisterai pas dessus, car il n'intervient pas dans mon exposé.

Ces réservoirs ne sont capables de faire que des processus réversibles. L'on peut alors mettre ces considérations sur un schéma :

Soit Q , la quantité de chaleur échangée entre l'atmosphère et le système.
 W , le travail utile effectué ou utilisé par le système.
 W_0 , le travail échangé entre l'atmosphère et le système.
 η_i , les quantités de masses échangées entre l'atmosphère et le système.

On adopte la convention de signe suivante :

$Q > 0$, si Q est transféré dans le système et hors de l'environnement.
 $W > 0$, quand il est effectué par le système.
 $W_0 > 0$, s'il est transféré hors du système.
 $\eta_i > 0$, si η_i est transféré dans le système.

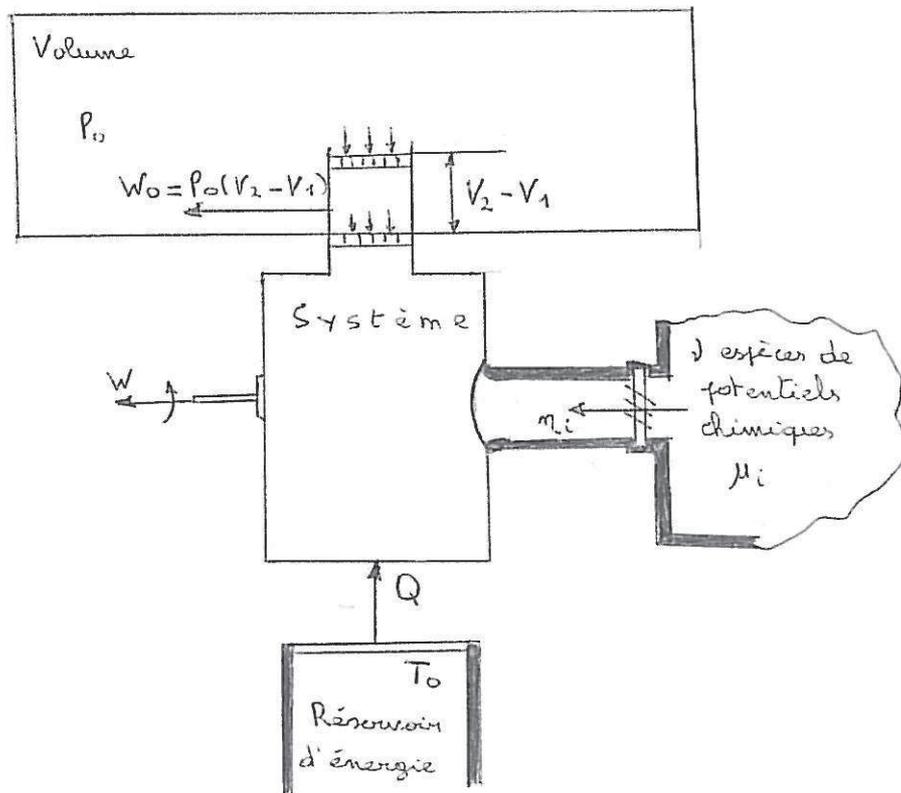
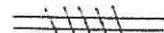
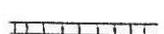


Fig. 1.1.

Les différentes parois sont représentées par :

-  : Paroi rigide, adiabatique, imperméable.
 : Paroi rigide, diathermique, imperméable.
 : Paroi rigide, diathermique, semi-perméable.
 : Paroi déformable (piston).

On aura donc les possibilités suivantes d'interaction :

- (i1) : transfert de chaleur.
 (i2) : transfert de chaleur et de travail.
 (i3) : transfert de chaleur, de travail et de masse.

Chaque interaction change les propriétés extensives de l'atmosphère :

Pour le réservoir d'énergie :

$$\Delta U_0 = -Q \quad ; \quad \Delta V_0 = 0 \quad ; \quad \Delta S_0 = -Q_0/T_0 \quad (1.3)$$

Pour le réservoir mécanique :

$$\Delta U_0 = 0 \quad ; \quad \Delta V_0 = -(V_2 - V_1) \quad ; \quad \Delta S_0 = 0 \quad ; \quad W_0 = P_0 (V_2 - V_1) \quad (1.4)$$

2. Systèmes "humains".

En toute généralité, on peut considérer des systèmes qui produisent du travail ($W > 0$) et d'autres qui en consomment ($W < 0$). Je ne considérerai ici que des systèmes qui produisent du travail. Pour passer à l'autre cas, il suffit de changer les signes des différentes quantités.

Au point de vue applications, on peut considérer 2 sortes de système :

- les systèmes fermés (f) : ils échangent de l'énergie, mais pas de matière avec l'extérieur.
- les systèmes ouverts (o) : ils échangent de l'énergie et de la matière avec l'extérieur. Seulement, l'échange de matière n'est pas nécessairement net, si bien qu'il permet les interactions (i1) et (i2).

L'on aura donc six cas à considérer :

- (i1) : fermé (f) ou ouvert (o)
 (i2) : fermé (f) ou ouvert (o) (1.5)
 (i3) : fermé (f) ou ouvert (o)

Je ne traiterai pas le cas (i3).

3. Principes généraux.

- Conservation de la masse : elle est toujours incluse, mais généralement pas inscrite explicitement.

- Conservation de l'énergie :

Soit Q_0 la chaleur échangée entre le système et le milieu extérieur; 2 l'état final du système et 1 l'état initial :

$$\text{Pour un système fermé, on a : } Q_0 - W = U_2 - U_1 \quad (1.6a) \quad [2] *$$

$$\text{Pour un système ouvert, on a : } Q_0 - W = H_2 - H_1 \quad (1.6b)$$

Notons que H_2 et H_1 ne représentent pas l'enthalpie au sens strict du terme : on a dû y inclure les énergies cinétiques et potentielles des matières entrant et sortant du système. On peut montrer [5] que H vaut ici :

$$H = \sum_i \left(h_i + g z_i + \frac{1}{2} v_i^2 \right) \eta_i, \text{ où}$$

h = enthalpie spécifique.

z = hauteur au dessus d'un niveau de référence, assigné à l'environnement passif.

v = vitesse du jet.

g = accélération de la pesanteur.

- Conservation de l'entropie :

On peut l'écrire sous la forme :

$$S_2 - S_1 + \Delta S_0 = \theta \quad (1.7)$$

où S_1 et S_2 sont l'entropie du système dans l'état 1 et 2.

ΔS_0 est la variation d'entropie de l'environnement passif. On a vu qu'elle était égale à $-Q_0/T_0$.

- θ représente la production d'entropie.

L'on voit bien qu'en fait, cette équation représente l'application du deuxième principe de la thermodynamique à un système composé de l'union du système propre et de l'environnement. L'entropie d'un tel système ne peut qu'augmenter, vu que c'est un système fermé. On doit donc avoir $\theta \geq 0$, suivant que le processus soit réversible ou non.

* Les chiffres entre crochet renvoient à la bibliographie présente en fin de chaque chapitre.

On peut particulariser ceci à un cas qui nous servira tantôt : prenons un système S, à température T, et l'atmosphère à température T_0 . Imaginons un cycle réversible : le moteur reçoit la quantité Q de S, transforme une partie en travail W et transmet la chaleur Q_0 à l'atmosphère.

A l'issue du cycle, la variation totale d'entropie est nulle et est donnée par

$$\Delta S = \frac{|Q|}{T} - \frac{|Q_0|}{T_0} = 0, \text{ donc } \frac{Q_0}{T_0} = -\frac{Q}{T} \quad (1.8)$$

On peut donc remplacer dans (1.7) $-\frac{Q_0}{T_0}$ par $\frac{Q}{T}$
d'où alors : $\Theta = S_2 - S_1 + Q/T$ (1.7bis)

4. Soit un système interagissant avec l'environnement passif au travers d'un mur rigide et diathermique (cas (i1)).

Considérons nos deux systèmes (o) et (f) opérant entre les 2 états 1 et 2 de façon irréversible. (Pour le système ouvert, on suppose l'existence de réservoirs de masse qui sont artificiellement maintenus indépendants de l'environnement passif).

En éliminant simplement Q_0 de (1.6a), (1.6b) et (1.7), et en tenant compte de $\Delta S_0 = -Q_0/T_0$, on a pour (f) : $W = U1 - U2 - T_0 (S1 - S2) - T_0 \Theta$ (1.9a)

pour (o) : $W = H1 - H2 - T_0 (S1 - S2) - T_0 \Theta$ (1.9b)

Or, on sait que l'on doit avoir $\Theta \geq 0$, d'où les quantités :

$$(f) : W_m = U1 - U2 - T_0 (S1 - S2) \quad (1.10a)$$

$$(o) : W_m = H1 - H2 - T_0 (S1 - S2) \quad (1.10b)$$

sont les plus grandes que l'on puisse avoir pour W dans ces circonstances, et peuvent arriver seulement pour des processus réversibles. W_m est défini uniquement par les états 1 et 2 du système et par la température de l'environnement passif.

On appelle W_m le travail maximum, ou mieux le travail disponible .

Il est temps maintenant de définir une nouvelle fonction thermodynamique E , que nous appellerons exergie.

On la définit ainsi :

$$(f) \quad E = U - T_0 S - E_c \quad (1.11a)$$

$$(o) \quad E = H - T_0 S - E_c \quad (1.11b)$$

où E_c est une constante que je déterminerai après pour que cette définition soit cohérente avec celle que j'ai déjà donnée en début de chapitre.

$$\text{On a donc maintenant : } W = E_1 - E_2 - T_0 \Theta \quad (1.12)$$

$$W_m = E_1 - E_2 \quad (1.13)$$

5. Extension à une interaction au travers d'un mur déformable (cas (i2)).

Elle est assez aisée :

Pour un système fermé, il faut retirer du travail utile, le travail cédé à l'ambiance, soit $W_0 = P_0 (V_2 - V_1)$ (1.14)

Pour ne pas surcharger les notations, je conserve le terme W pour le travail utile. Pour un système fermé, les équations (1.9a) et (1.10a) sont remplacée par :

$$W = U_1 - U_2 - P_0 (V_2 - V_1) - T_0 (S_1 - S_2) - T_0 \Theta \quad (1.14)$$

$$W_m = U_1 - U_2 + P_0 (V_1 - V_2) - T_0 (S_1 - S_2) \quad (1.15)$$

Pour le système ouvert, les équations (1.9b), (1.10b), (1.11b) restent valables aussi longtemps que le système se trouve dans un état stationnaire et qu'un réservoir de masse est utilisable à la pression P_2 . (Dans le cas contraire, cette interaction n'existe pas.)

On peut donc prendre les nouvelles définitions pour l'exergie :

$$(f) \quad E = U + P_0 V - T_0 S - E_c \quad (1.16a)$$

$$(o) \quad E = H - T_0 S - E_c \quad (1.16b)$$

et on maintient la validité des équations :

$$W = E_1 - E_2 - T_0 \Theta \quad (1.17)$$

$$W_m = E_1 - E_2 \quad (1.18)$$

La différence entre les équations (1.16a) et (1.16b) peut être notée en les écrivant sous la forme :

$$(f) \quad E = U + P_0V - T_0S - E_c \quad (1.19a)$$

$$(o) \quad E = U + PV - T_0S - E_c \quad (1.19b)$$

L'on voit que dans le système ouvert, ce sont les pressions P_1 et P_2 qui interviennent à la place de P_0 .

6. Dissipation et irréversibilité.

Des équations (1.17) et (1.18), on sort :

$$T_0\theta = W_m - W \quad (1.20)$$

Or, le premier principe de la thermodynamique nous dit :

$$Q = W + U_2 - U_1$$

$$\text{d'où on a : } W_m - W = Q_m - Q_0 \quad (1.21)$$

où, Q_m et Q_0 représentent les quantités de chaleur transférées à l'environnement passif, Q_m l'étant pour l'hypothétique processus réversible.

L'on appelle évidemment cette quantité $W_m - W_0$ le travail dissipé, ou perdu par irréversibilité. De même, θ apparaît comme l'entropie générée par ce processus irréversible : ce sont donc des mesures relatives de l'irréversibilité.

De $T_0\theta = W_m - W$, et de $W_m = E_1 - E_2$, on tire :

$$T_0\theta = E_1 - E_2 - W \quad (1.22)$$

Cette quantité représente donc bien la perte de travail par irréversibilité. Ce théorème est souvent appelé théorème de GOUY - STODOLA. C'est sur lui, en partie, que l'on se basera pour établir la théorie de l'exergie, appliquée au rayonnement.

7. L'état "mort" et l'exergie.

Jusqu'à maintenant, on a supposé que les états 1 et 2 étaient donnés.

Or, d'après la définition de l'exergie, celle-ci ne dépend que de l'état initial et de l'environnement. C'est en recherchant l'état 2 pour lequel le travail disponible est maximal que je dois définir ma constante E_c , et par conséquent l'exergie proprement dite.

Aussi longtemps que l'état 2 n'est pas en équilibre de pression et de température avec l'environnement passif, il est possible de trouver un processus $2 \rightarrow 3$ qui augmente le travail utile. Cette possibilité cesse quand tous les sous-système d'un système fermé, ou les jets de sortie d'un système ouvert sont aux mêmes température et pression que l'atmosphère. (on doit aussi avoir que les quantités h_i et V_i définies en (1.6b) soient nulles).

On appelle cela l'état "mort".

L'on voit donc bien que l'exergie d'un système dans un état donné est égale au travail utilisable pouvant être obtenu quand le système évolue entre cet état et les conditions thermodynamiques de l'environnement.

Il devient alors évident que l'exergie de l'environnement passif est nulle : $E_o = 0$ (1.23)

On peut donc définir la constante E_c :

$$(f) \quad E_c = U_o + P_o V_o - T_o S_o = G_o \quad (1.23a)$$

$$(o) \quad E_c = H_o - T_o S_o = G_o \quad (1.23b)$$

Donc, tant pour un état ouvert que pour un état fermé, cette constante est égale à l'énergie libre de Gibbs du système, quand il est en équilibre de température et de pression avec l'environnement.

Dans les cas où les parois sont non déformables (cas (i1)), on a

$$(f) \quad E_c = U_o - T_o S_o = F_o \quad (1.24a)$$

$$(o) \quad E_c = H_o - T_o S_o = G_o \quad (1.24b)$$

Dans le cas du système fermé, cette constante est égale à l'énergie libre³ Helmholtz.

Maintenant, on a explicitement :

$$(f) \quad E = U + PoV - ToS - Go \quad (1.25a)$$

$$(o) \quad E = H - ToS - Go \quad (1.25b)$$

Donc, l'exergie d'un système peut être prise comme sa capacité à effectuer un travail, quand il est couplé avec un certain environnement.

On donne souvent le nom d'anergie à la quantité $To(S - So)$ qui représente "l'énergie qui ne peut pas être transformée en exergie".

8. Applications.

a) Calcul du rendement d'un cycle de Carnot :

Supposons que l'on dispose d'une source de chaleur Q , à la température T et que l'on effectue un cycle de Carnot (réversible) entre cette source et l'environnement, à température To . Soit Qo la quantité de chaleur transférée à l'environnement. Dans ce cas, on a affaire à un système fermé qui n'échange que de la chaleur avec l'extérieur;

$$d'où \quad U1 = Q \quad Uo = - Qo$$

$$S1 = Q/T \quad So = - Qo/To$$

$$d'où, \quad E = (U1 - ToS1) - (Uo - ToSo) \\ = Q - \frac{To}{T} Q - (- Qo + \frac{ToQo}{Qo}) = Q \left(1 - \frac{To}{T}\right) \quad (1.26)$$

et l'on retrouve l'expression classique.

b) Exergie d'un gaz parfait :

Un gaz parfait évoluant entre 2 états 1 et 2 doit être considéré comme un système ouvert, n'échangeant que de la chaleur avec l'atmosphère. Donc son exergie est :

$$E = (H1 - ToS1) - (Ho - ToSo)$$

L'enthalpie d'un gaz parfait est égale à $H = CpT + Ho$

Son entropie est égale à $S = Cp \ln T - \nu \ln p + So$ (7)

où Cp est la chaleur spécifique du gaz, à pression constante
 ν est la constante des gaz parfaits, rapportée à 1 gramme.

$$D'où \quad E = Cp (T1 - To) - To \left(Cp \ln \frac{T1}{To} - \nu \ln \frac{p1}{p0} \right)$$

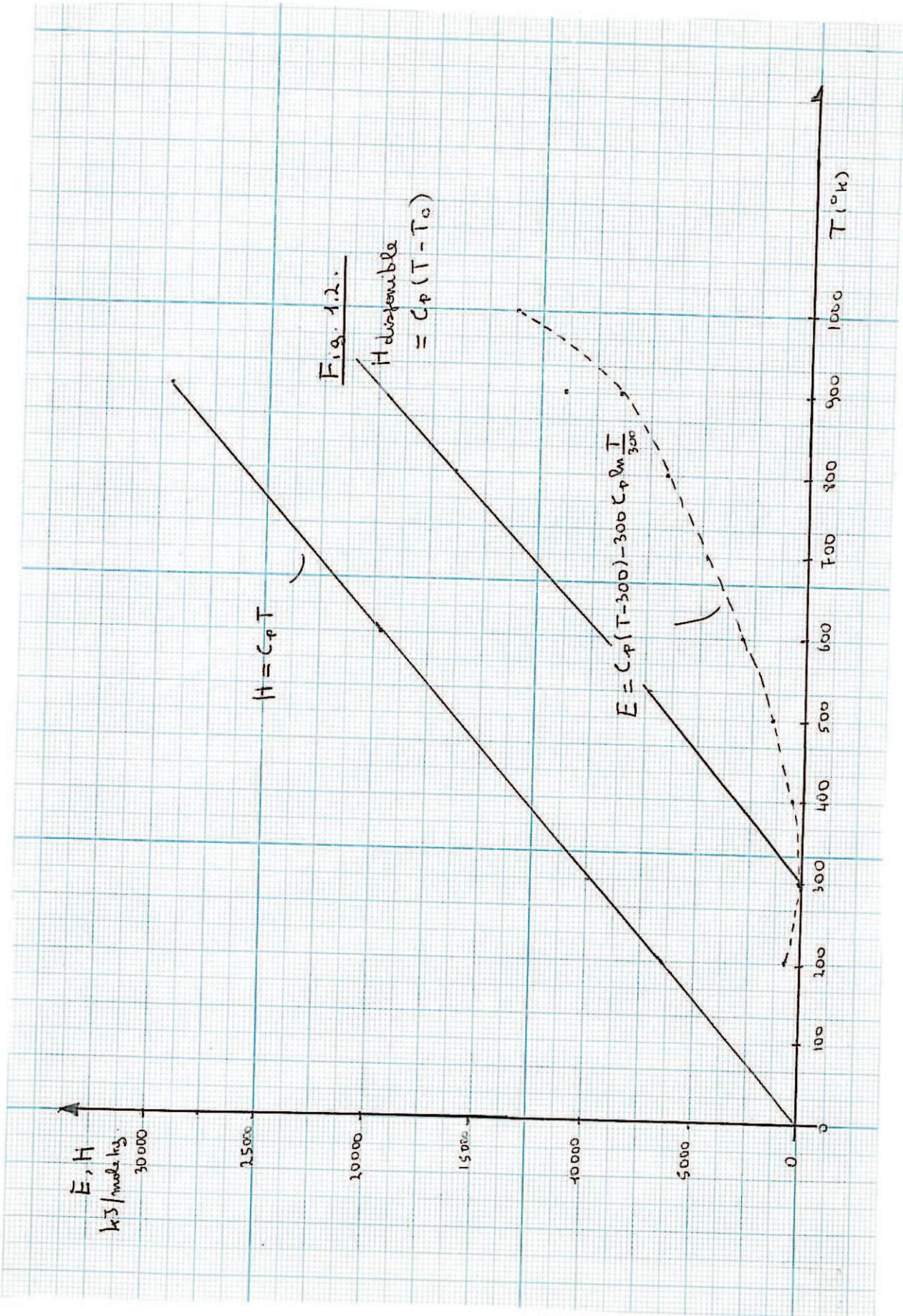


Fig. 1.2.

Pour les gaz réels, on peut utiliser des formules plus exactes en compulsant des tables donnant l'enthalpie et l'entropie d'un gaz en fonction de sa température. [8]

Comme exemple, j'ai reporté sur un graphique (fig. 1.2) l'exergie d'un gaz parfait en fonction de la température, en supposant que la pression du gaz est celle de l'atmosphère, et que la température de l'environnement est de 300°K. Je suppose que c'est un gaz triatomique, avec $C_p = 8 \text{ Kcal / mole Kg}^\circ\text{K}$.

J'ai aussi reporté sur le graphique l'enthalpie du gaz.

c) On peut aussi facilement retrouver les formules bien connues en chimie, qui donnent le travail maximal dans des processus à volume ou à pression constants (pour des systèmes fermés).

1. Volume constant.

- - - - -

L'échange de travail avec l'environnement est nul puisque $V_2 = V_1$.

D'où, l'on se trouve dans le cas (i1).

L'exergie du système est donc : (1.11a) - (1.24a)

$$E = U_1 - T_0 S_1 - (U_0 - T_0 S_0)$$

Dans le cas où le phénomène se produit aussi à température constante, $T_1 = T_0$

d'où $E = U_1 - T_1 S_1 - (U_0 - T_0 S_0) = F_1 - F_0$.

Le travail maximal récupérable est égal à la diminution de la fonction de Helmholtz, ce qui est un résultat bien connu.

2. A pression constante, il y a un échange de travail entre le système et l'atmosphère égal à $W_0 = P_0 (V_2 - V_1)$.

L'on se trouve donc dans le cas (i2), et l'exergie du système est :

$$E = H_1 - T_0 S_1 - G_0$$

Si on est à température constante, on a :

$$E = H_1 - T_1 S_1 - G_0 = G_1 - G_0.$$

On retrouve bien les résultats connus.

Rappel des principaux symboles utilisés :

C_p	= chaleur spécifique d'un gaz, à pression constante.
E	= exergie.
(f)	= système fermé.
F	= énergie libre de Helmholtz.
G	= énergie libre de Gibbs.
H	= enthalpie.
(o)	= système ouvert.
P	= pression.
Q	= quantité de chaleur.
r	= constante des gaz parfaits, rapportée à un gramme.
S	= entropie.
T	= température.
U	= énergie interne.
V	= volume.
W	= travail.
W_m	= travail maximal.
dA	= quantité infinitésimale.
$A^{rév}$	= quantité obtenue par une transformation réversible.
A_o	= quantité se trouvant dans les conditions de l'environnement.
Θ	= production d'entropie.

Bibliographie.

-
1. J. KESTIN. Availability : The Concept and Associated Terminology.
Energy Vol. 5, p. 679 - 692
 2. J. KESTIN. A Course in Thermodynamics. Vol. 1
 3. J. KESTIN. A Course in Thermodynamics. Vol. 2
 4. H.B. CALLEN. Thermodynamics.
 5. G. LEBON. Thermodynamique des phénomènes irréversibles.
 6. E. BUCHET. Etude énergétique des échangeurs de chaleur.
 7. J. SERPE. Cours d'éléments de physique théorique et mathématique : Thermodynamique.
 8. J. DANZE -
G. BURNAY. Introduction à la thermodynamique appliquée.
 9. E.A. BRUGES. Available Energy and the Second Law Analysis.

II. EXERGIE D'UN RAYONNEMENT CALORIFIQUE.

=====

Je vais maintenant étendre la notion d'exergie au rayonnement.

En effet, on peut constater que pas plus que pour une autre forme d'énergie, on ne peut transformer l'énergie d'un rayonnement intégralement en travail.

Sur la base du second principe de la thermodynamique, on peut prouver que l'émission du rayonnement par une surface à la température T sans absorption simultanée est toujours un phénomène irréversible pour une température $T > 0^\circ\text{K}$. On peut donc prouver que l'absorption d'un rayonnement sans émission simultanée est impossible si la température de la surface absorbante est plus grande que 0°K .

Une émission - absorption simultanée est réversible uniquement si les surfaces échangeant le rayonnement sont à la même température. Dans les autres cas, c'est un phénomène irréversible et il importe de mesurer l'influence de ces irréversibilités sur le travail disponible.

1. Rappels sur le rayonnement.

Tous les milieux émettent un rayonnement électromagnétique qui se propage dans le vide. Il est caractérisé par sa longueur d'onde λ , ou sa fréquence ν , ou encore son nombre d'onde n . Ces grandeurs sont reliées entre elles par la relation :

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{1}{n}$$

où c représente la vitesse de la lumière dans le vide.

Ce qui m'intéresse, c'est le transfert radiatif thermique. D'où, je ne m'intéresserai qu'à une partie du spectre, visible et infrarouge, soit les rayonnements dont les longueurs d'ondes sont comprises entre $0,3$ et 50μ .

Je vais maintenant définir certaines grandeurs dont je me servirai.

- Soit :
- A, dA une surface, différentielle ou non qui émet ou reçoit de l'énergie.
 - \vec{r} la direction du rayonnement considéré.
 - θ l'angle fait entre ce rayonnement et la normale à la surface dA .
 - $\Omega, d\Omega$ l'angle solide sous lequel dA reçoit ou émet le rayonnement.
 - φ est l'angle coordonné à θ , dans les coordonnées sphériques.
 - r le point où la surface dA se trouve.

On définit :

Le corps noir : C'est un corps dont la surface est telle qu'elle absorbe tout rayonnement incident. Il est aussi un émetteur parfait et permet de connaître les propriétés des autres corps par comparaison. Les quantités qui s'y rapportent seront indicées avec un b .

Intensité de rayonnement : $I_\nu(\vec{r}, \vec{\Omega}) dA d\Omega d\nu$ est la quantité d'énergie qui, par unité de temps passe au travers de la surface dA (perpendiculaire à la direction du rayonnement).

Pouvoir émissif : $e_\nu(\vec{r}, \vec{\Omega})$ est égal à la quantité d'énergie qu'émettra un élément de surface dA dans une direction $\vec{\Omega}$, un angle solide $d\Omega$ et une fréquence ν (voir fig. 2.1.)

$$D'où $e_\nu(\vec{r}, \vec{\Omega}) = I_\nu(\vec{r}, \vec{\Omega}) \cos \theta$ (2.2.)$$

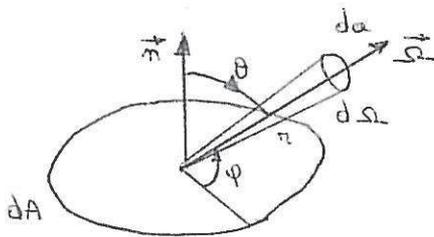


Fig 2.1

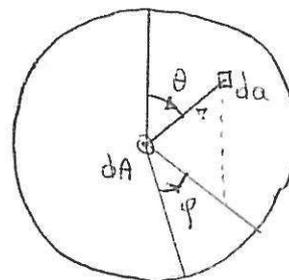


Fig 2.2

Il est facile de transformer $d\Omega$ en fonction de θ et de φ . En effet, on a (voir fig. 2.2) $d\Omega = da/r^2$. En exprimant cela en coordonnées sphériques, on a :

$$d\Omega = \sin\theta \, d\theta \, d\varphi \quad (2.3)$$

On peut montrer que l'intensité du corps noir est indépendante de la direction de propagation de l'onde.

$$\text{D'où } e_{b,\lambda}(\vec{r}, \vec{\Omega}) = I_{b,\lambda}(\vec{r}) \cos\theta \quad (2.4)$$

C'est la loi de Lambert.

Je fais l'hypothèse qu'il en est de même pour les corps qui interviendront dans ce travail : surfaces diffuses.

Si on s'intéresse à l'énergie transmise dans tout un demi-espace, on aura en intégrant : $e_{b,\lambda}(\vec{r}) = \pi I_{b,\lambda}(\vec{r})$

Loi de Planck. Planck a montré que la quantité d'énergie transmise par unité de temps et de surface, par le corps noir, ne dépendait que de la température. Elle est égale à $e_{b,\lambda}(T) \, d\lambda = -e_{b,\lambda}(T) \, d\lambda$. (2.5)

$$\text{où } e_{b,\lambda}(T) = \frac{c_1}{\lambda^5 \left(e^{c_2/\lambda T} - 1 \right)}, \quad \text{avec } c_1 = 2\pi h^2 \quad (2.6)$$

$$c_2 = hc/k$$

$$e_{b,\lambda}(T) = \frac{2\pi h^3}{c^2} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1} \quad (2.7)$$

h étant la constante de Planck et K celle de Boltzmann.

Loi de Wien. On peut montrer que l'énergie spectrale maximale est celle du rayonnement dont la longueur d'onde est donnée par

$$\lambda_m T = 0,2898 \, \text{cm} \cdot \text{K}$$

Loi de Stefan. En intégrant (2.5), on trouve que l'énergie totale émise par unité de temps et de surface est égale à

$$Q = \sigma T^4, \quad \text{ou } \sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15 c^2 h^3} \quad \text{est la constante de Stéfán (2.8)}$$

Densité d'énergie spectrale. On peut démontrer [4] que la quantité d'énergie spectrale présente dans l'unité

de volume est égale, pour un corps diffus à

$$\mu_{\nu} = \frac{4\pi}{c} I_{\nu}(\vec{r}) = \frac{4}{c} e_{\nu}(\vec{r}) \quad (2.9)$$

Pression de rayonnement. Au transfert d'énergie E , on peut associer un transfert d'impulsion γ avec $\gamma = E/c = h\nu/c$. On peut envisager aussi une variation d'impulsion, d'où une pression γ_{ν} que l'on peut calculer [4]

$$\gamma_{\nu}(\vec{r}) = \frac{4\pi}{3c} I_{\nu}(\vec{r}) = \frac{4}{3c} e_{\nu}(\vec{r}) = \frac{1}{3} \mu_{\nu} \quad (2.10)$$

Propriétés des surfaces réelles. Les surfaces réelles n'émettent pas comme le corps noir, d'où on définit les facteurs d'émissions ξ_{ν} : c'est le rapport de l'énergie émise par ce corps à celle émise par le corps noir pour la même température et pour la direction et la longueur d'onde considérées :

$$\xi_{\nu} = \frac{e_{\nu}(\vec{r}, \vec{n})}{e_{b\nu}(\vec{r}, \vec{n})} \quad (2.11)$$

Souvent, on supposera qu'il ne dépend ni de \vec{r} , ni de \vec{n} et qu'il est constant si pas sur tout le spectre, au moins sur des bandes du spectre. Les surfaces pour lesquelles il est indépendant de la fréquence sont appelées des surfaces grises.

Facteur d'absorption λ_{ν} Le facteur d'absorption d'un élément de surface recevant un rayonnement de fréquence est la fraction d'énergie absorbée.

Loi de Kirchhoff. Kirchhoff a montré que l'on avait :

$$\xi_{\nu}(\vec{r}, \vec{n}) = \lambda_{\nu}(\vec{r}, \vec{n}) \quad (2.12)$$

Si l'on suppose que les surfaces sont diffuses et grises, on aura :

$$\xi(\vec{r}) = \lambda(\vec{r}) \quad (2.13)$$

Facteurs de forme. Le facteur de forme diffus entre les éléments de surface dA_1 et dA_2 représente la proportion d'énergie diffuse partant de dA_1 qui arrive en dA_2 .

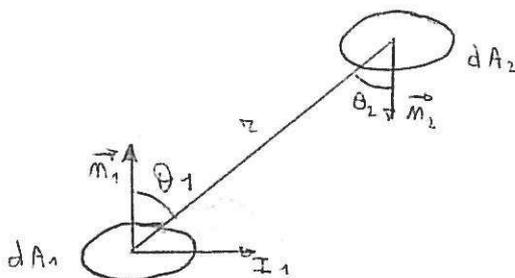


fig. 2.3.

$$dF_{dA_1 dA_2} = \frac{I_1 \cos \theta_1 dA_1 d\Omega_{12}}{\int_{\Omega=2\pi} I_1 \cos \theta_1 dA_1 d\Omega} = \frac{1}{\pi} \cos \theta_1 d\Omega_{12} \quad (2.14)$$

$$= \frac{1}{\pi} \cos \theta_1 \frac{\cos \theta_2}{r^2} dA_2 \quad (2.15)$$

On peut facilement montrer [2] que

$$dA_1 dF_{dA_1 dA_2} = dA_2 dF_{dA_2 dA_1} \quad (2.16)$$

En intégrant sur les différentes surfaces, on définira des facteurs non différentiels :

$$dF_{A_1 dA_2} = \frac{\int_{A_1} I_1(\vec{r}_1) \cos \theta_1 d\Omega_{12} dA_1}{\pi \int_{A_1} I_1(\vec{r}_1) dA_1} \quad (2.17)$$

Si on suppose que $I_1(\vec{r}_1)$ est indépendant de \vec{r}_1 , on aura [2]

$$dF_{A_1 dA_2} = \frac{1}{\pi A_1} \int_{A_1} \cos \theta_1 d\Omega_{12} dA_1 \quad (2.18)$$

$$\text{et } dF_{dA_2 A_1} = \frac{1}{\pi dA_2} \int_{A_1} \cos \theta_2 d\Omega_{21} dA_1 \quad (2.19)$$

$$\text{d'où } A_1 dF_{A_1 dA_2} = dA_2 dF_{dA_2 A_1} \quad (2.20)$$

En continuant à intégrer, on obtient :

$$F_{A_1 A_2} = \frac{\int_{A_1} \int_{A_2} I_1(\vec{r}_1) \cos \theta_1 \frac{dA_1 dA_2}{r^2} \cos \theta_2}{\pi \int_{A_1} I_1(\vec{r}_1) dA_1} \quad (2.21)$$

Si on a $I_1(\vec{r}_1)$ et $I_2(\vec{r}_2)$ indépendants de \vec{r} , on aura

$$F_{A_1 A_2} = \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos \theta_1 d\Omega_{12}}{\pi} dA_1 dA_2 \quad (2.22)$$

et la relation de réciprocité deviendra :

$$A_1 F_{A_1 A_2} = A_2 F_{A_2 A_1} \quad (2.23)$$

2. Exergie d'une radiation "noire".

Pour mieux voir que l'idée d'exergie s'applique bien au rayonnement, je vais prendre un cas particulier.

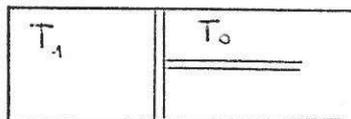


Fig. 2.4

Supposons (voir fig. 2.4) que nous ayons un cylindre et un piston placés dans le vide. Dans le cylindre existe une surface noire à température \$T_1\$ qui rayonne. Les parois latérales du cylindre et les bases du piston sont considérées comme des miroirs parfaits.

De l'autre côté du piston on a la même configuration, sauf que la température est celle de l'environnement, \$T_0\$. Le piston est poussé vers la droite si \$T_1 > T_0\$, ou vers la gauche si \$T_1 < T_0\$. La pression de radiation est déterminée par :

$$P = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \gamma_r(\vec{n}) d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{4}{3c} \epsilon_r(\vec{n}) d\Omega = \frac{4\sigma}{3c} T^4 \quad (2.24)$$

Ici, il est évident que le système effectue du travail dès que la température \$T\$ est différente de \$T_0\$. Dans ce cas, donc l'exergie de la radiation est plus grande que 0.

Dans le cylindre, un processus adiabatique arrive à l'équation

$$pV^{4/3} = \text{constante} \quad (2.25)$$

où \$V\$ est le volume occupé par la radiation.

On peut montrer un tel processus sur un diagramme (P.V.). (Voir fig. 2.5).

L'exergie de la radiation noire, \$E_b\$, dans un cylindre est égale à la quantité $E_b = \int_0^1 p dV - p_0 (V_0 - V_1)$ (2.26)

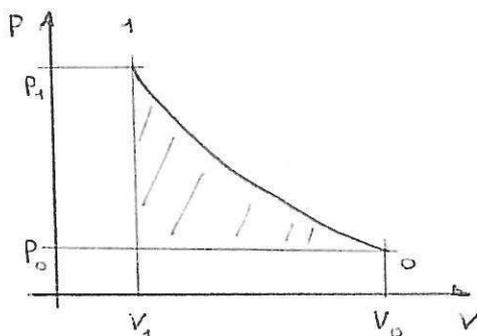


fig.2.5

D'où, en prenant $V_1 = 1 \text{ m}^3$, on a $P = \frac{P_0 V_0^{4/3}}{V^{4/3}}$

$$\begin{aligned}
 \text{et } E_b &= \int_{V_1}^{V_0} \frac{P_0 V_0^{4/3}}{V^{4/3}} dV - P_0 (V_0 - V_1) \\
 &= P_0 V_0^{4/3} [-3 V^{-1/3}] - P_0 (V_0 - V_1) \\
 &= -3 P_0 V_0^{4/3} [V_0^{-1/3} - V_1^{-1/3}] - P_0 (V_0 - V_1) \\
 &= -4 P_0 V_0 + 3 P_0 V_0^{4/3} + P_0 V_1. \\
 &= P_0 (-4 V_0 + 3 V_0^{4/3} + V_1) \tag{2.27}
 \end{aligned}$$

$$\text{Or } P_0 = \frac{4\sigma}{3c} T_0^4 \quad \text{et } P_0 V_0^{4/3} = P_1 V_1^{4/3} = P_1$$

$$\text{D'où } V_0^{4/3} = \frac{P_1}{P_0} = \frac{T_1^4}{T_0^4} \quad \text{et } V_0 = \frac{T_1^3}{T_0^3}$$

$$\text{et } E_b = \frac{4\sigma}{3c} [-4 T_0 T_1^3 + 3 T_1^4 + T_0^4] \tag{2.28}$$

J'ai donc maintenant l'exergie présente dans l'unité de volume. Ce que je cherche, c'est l'exergie émise par l'unité de surface du corps noir. On sait que la densité d'énergie $\mu_j(\vec{r})$ est égale au pouvoir émissif $e_j(\vec{r})$ multiplié par $c/4$. (2.9). Or, on voit (2.27) que l'exergie est une fonction linéaire de la pression ou, ce qui revient au même de la densité d'énergie. Pour retrouver l'exergie émise par une surface, il suffira donc de multiplier E_b par $c/4$.

$$\text{D'où } E = \frac{\sigma}{3} [-4 T_0 T_1^3 + 3 T_1^4 + T_0^4] \tag{2.29}$$

N.B. L'on a calculé, bien entendu l'exergie par unité de temps. Cependant, les considérations développées ici ne sont pas très claires.

En effet, par exemple, on n'a pas pris en compte le travail effectué par le cylindre lors de son "remplissage" avec le rayonnement. Suivant l'inclusion ou non de ce travail, on voit que l'on peut faire des erreurs. Cette méthode n'est donc certainement pas une bonne méthode pour calculer l'exergie de l'émission.

3. Exergie de l'émission.

Pour considérer l'émission d'une surface, on applique généralement l'idée d'une surface parfaite : c'est une surface dont l'émission a la même forme de distribution spectrale que celle déterminée par Planck. (2.6)(2.7)

Les formules que je vais établir ici ne sont théoriquement valables que dans ce cas, où ξ caractérise l'émissivité de la surface.

$$\text{On aura donc } e_p = \xi e_{b,p} \quad , \quad \forall p \quad (2.30)$$

D'où en intégrant, l'émission totale d'une telle surface sera :

$$e = \xi \sigma T^4 \quad (2.31)$$

De là, on calcule facilement l'entropie de l'émission, en tenant compte de la formule $dQ = T dS$, d'où $S = \int \frac{dQ}{T}$ (2.32)

$$\text{Et en intégrant : } s = \frac{4}{3} \xi \sigma T^3 \quad (2.34)$$

Pour rechercher une formule me donnant la balance exergétique pour l'émission d'une surface, je vais d'abord procéder physiquement.

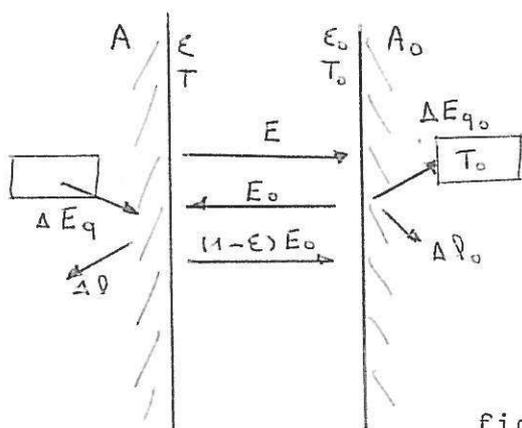


fig. 2.6

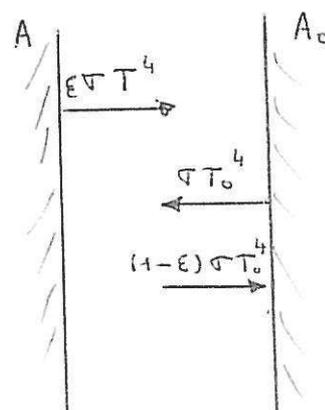


fig. 2.7

Soit, (fig. 2.6) 2 surfaces planes infinies et parallèles A et A0 qui échangent de la chaleur par rayonnement. Ces surfaces sont maintenues à des températures constantes T et T0 par des agents extérieurs. (T0 est la température de l'environnement). On peut montrer que l'émissivité ξ_0 n'a pas d'influence sur le résultat. (L'exergie de l'émission d'une surface ne dépend naturellement pas de ce vers quoi elle émet). Je la prendrai donc égale à 1 pour simplifier les calculs. L'émissivité ξ et la température T de la surface A sont arbitraires.

Les flux d'exergie relatifs à 1m^2 de surface sont représentés sur la figure 2.6;

E, E_o : Exergie émise par les surfaces A et A_o .

$\Delta E_q, \Delta E_{q_o}$: Augmentation de l'exergie des sources de chaleur avec la température.

$\Delta \lambda, \Delta \lambda_o$: Perte d'exergie causée par l'irréversibilité de l'émission - absorption simultanée sur les surfaces A et A_o .

Physiquement, la surface A rayonne la quantité d'énergie :

$$Q = \epsilon \sigma T^4 + (1-\epsilon) \sigma T_o^4 \quad , \text{ et la surface } A_o \text{ rayonne } \sigma T_o^4$$

Mathématiquement, on peut considérer que la surface A rayonne $Q_A = \epsilon \sigma T^4$, et la surface A_o : $Q_o = \epsilon \sigma T_o^4$: l'échange d'énergie est en effet alors toujours le même (2.35)

Pour calculer E, on construit une balance exergétique de 1m^2 de la surface A. En regardant la figure, on a :

$$E_o = E + (1-\epsilon) E_o + \Delta E_q + \Delta \lambda \quad (2.36)$$

De la définition de l'exergie, il résulte immédiatement qu'un milieu avec la température de l'environnement T_o a une exergie nulle.

$$\text{D'où } E_o = 0 \text{ et on a } E = -\Delta E_q - \Delta \lambda \quad (2.37)$$

L'accroissement de l'exergie d'une source de chaleur Q avec la température est donnée par (1.26) :

$$\Delta E_q = -Q \left(1 - \frac{T_o}{T} \right) \quad (2.38)$$

Q est la quantité d'énergie transmise du réservoir à la température T à la surface A. Comme on est en régime stationnaire, c'est aussi la quantité d'énergie transmise par rayonnement entre A et A_o

$$\begin{aligned} \text{d'où } Q &= \epsilon \sigma T^4 + (1-\epsilon) \sigma T_o^4 - \sigma T_o^4 \\ &= \epsilon \sigma (T^4 - T_o^4) \end{aligned} \quad (2.39)$$

Pour exprimer la perte $\Delta \lambda$, on peut faire appel au théorème de Gouy-Stodola, tel que je l'ai écrit en (1.22), en tenant compte de (1.7bis).

La perte d'exergie par irréversibilité $\Delta\varphi$ est égale à $T_0 \theta$ (1.22)

Or, ici, on a $\theta = S_2 - S_1 + Q_1/T$ (1.7bis), ou dans ce cas, en tenant compte de (2.35), (2.34), $\theta = Q_1/T - \sigma_1 + \varepsilon \sigma_0$. (2.40)

En remplaçant toutes ces valeurs dans (2.36), on obtient :

$$\begin{aligned} E &= \varepsilon \sigma (T^4 - T_0^4) \frac{T - T_0}{T} + T_0 \left(\frac{4}{3} \varepsilon \sigma T_0^3 - \frac{4}{3} \varepsilon \sigma T^3 + \frac{\varepsilon \sigma (T^4 - T_0^4)}{T} \right) \\ &= \frac{\varepsilon \sigma}{3} \left[3T^4 - 3T_0 T^3 - 3T_0^3 T + 3\frac{T_0^5}{T} + 4T_0^4 - 4T_0 T^3 + 3T_0 T^3 - 3\frac{T_0^5}{T} \right] \\ &= \frac{\varepsilon \sigma}{3} \left[3T^4 + T_0^4 - 4T_0 T^3 \right] \end{aligned} \quad (2.41)$$

Si $\varepsilon = 1$, on retrouve bien l'expression que l'on avait pour une radiation noire, dans (2.29).

Autre approche.

On aurait pu retrouver cette formule en partant des expressions générales de l'exergie, mais on aurait perdu ainsi tout le sens physique du calcul.

On doit considérer (fig. 2.7) ce système de 2 parois échangeant de la chaleur par rayonnement comme un système fermé n'échangeant que de la chaleur avec l'environnement. On peut considérer que l'énergie interne de la paroi à la température T est de $\varepsilon \sigma T^4$, son entropie $\frac{4}{3} \varepsilon \sigma T^3$, et la même chose pour l'autre paroi en remplaçant T par T_0 .

En introduisant ces expressions dans la formule (1.11a) et en tenant compte de (1.24a), on a

$$\begin{aligned} E &= U_1 - U_0 - T_0 (S_1 - S_0) \\ &= \frac{\varepsilon \sigma}{3} \left[3T^4 - 3T_0^4 - 4T_0 T^3 + 4T_0^4 \right] \\ &= \frac{\varepsilon \sigma}{3} \left[3T^4 + T_0^4 - 4T_0 T^3 \right] \end{aligned} \quad (2.42)$$

Remarques et considérations :

On peut remarquer que l'exergie est toujours positive et ne s'annule que quand la température de la surface A est égale à celle de l'environnement, ou quand son émissivité est nulle (miroir).

Il peut être intéressant de représenter sur un schéma les variations de l'émission e , de l'exergie E et du rapport des 2, $\Psi = E/e$, en fonction de la température. (Voir fig. 2.8 et tabl. 2.1). J'ai supposé $T_0 = 300^\circ\text{K}$ et $\xi = 1$.

Comparons un peu ces résultats avec ceux que l'on a en général. Lorsque l'on dispose d'une source de chaleur Q à la température T , on sait que le travail maximal que l'on peut en retirer est égal à

$$W = Q \left(1 - \frac{T_0}{T}\right)$$

Dans ce cas, si cette quantité de chaleur est d'abord échangée par rayonnement, ce travail est égal à :

$$\begin{aligned} W &= \epsilon \sigma T^4 \left[1 + \frac{T_0^4}{3T^4} - \frac{4}{3} \frac{T_0}{T} \right] \\ &= Q \left[1 - \frac{T_0}{T} - \frac{1}{3} \frac{T_0}{T} \left[1 - \frac{T_0^3}{T^3} \right] \right] \end{aligned} \quad (2.43)$$

Comme $T_0 < T$, on voit que ce travail est moins grand : le transfert intermédiaire par rayonnement a abouti à une perte de rendement.

N.B. Je rappelle encore que toutes les énergies, les exergies et les entropies dont je parle dans ce chapitre sont rapportées à l'unité de temps et à l'unité de surface.

T ($^\circ\text{K}$)	e ($\text{J}/\text{m}^2\text{sec}$)	E ($\text{J}/\text{m}^2\text{sec}$)	Ψ
0	0	158	∞
100	5,67	136	24
200	90,7	62,4	0,69
300	459	0	0
400	1451	153	0,105
800	23 221	11 764	0,507
1200	$117,6 \times 10^3$	$73,53 \times 10^3$	0,667
1600	$371,5 \times 10^3$	$273,8 \times 10^3$	0,750
3000	$4,532 \times 10^6$	$3,98 \times 10^6$	0,867
6000	$73,47 \times 10^6$	$68,58 \times 10^6$	0,933
∞	∞	∞	1

Tabl. 2.1

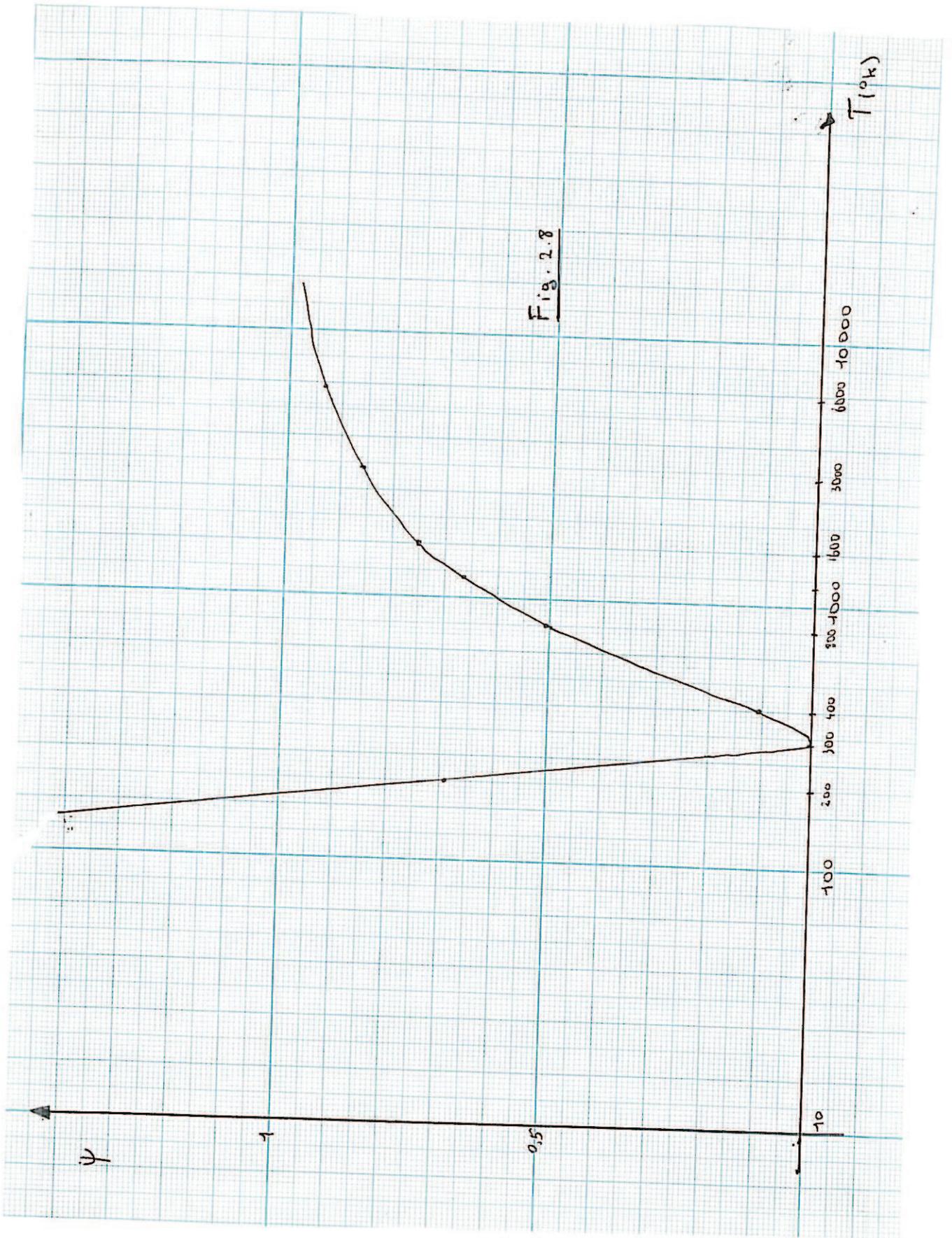


Fig. 2.8

4. Exergie d'une radiation arbitraire.

Dans beaucoup de cas, on doit considérer une radiation arbitraire venant d'une surface et s'approchant d'une autre surface. En effet, une partie du rayonnement peut ne pas arriver sur la surface A_0 , et on ne peut pas toujours supposer que le corps est gris. Il est alors nécessaire de raisonner en grandeurs spectrales et de tenir compte de la géométrie du système.

Pour un élément de surface unitaire dA_0 , on aura la géométrie de la fig. 2.8.

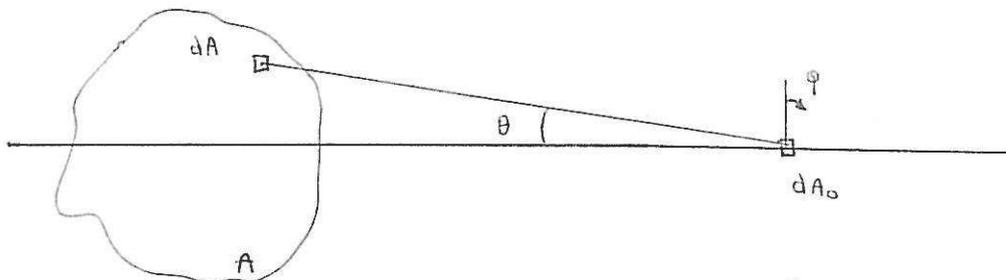


Fig. 2.8

Calculons le bilan d'exergie résultant de l'échange de chaleur entre dA et dA_0 .

Remarquons d'abord que :

- En dA_0 est dégagée la quantité de chaleur σT_0^4 (2.44)
L'entropie du rayonnement en ce point est $\frac{4}{3} \sigma T_0^3$ (2.45)

- En dA , pour une longueur d'onde ν , la quantité dégagée est $Q_\nu d\nu$; pour une radiation noire, cette quantité est égale à

$$Q_\nu = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu \quad (2.46)$$

Dans ce cas, l'entropie "spectrale" est S_ν . Pour un rayonnement noir, on peut calculer (voir appendice) qu'elle est égale à :

$$S_\nu = \frac{2k\pi \nu^2}{c^2} \left[\left(1 + \frac{c^2 k_\nu}{h\nu^3} \right) \ln \left(1 + \frac{c^2 k_\nu}{h\nu^3} \right) - \frac{c^2 k_\nu}{h\nu^3} \ln \frac{c^2 k_\nu}{h\nu^3} \right] \quad (2.47)$$

$$\text{où } k_\nu = \frac{Q_\nu}{2\pi} = \frac{h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (2.48)$$

On peut encore appliquer la formule (2.37) à quelques considérations près. En effet, alors, toute l'énergie émise par un des 2 plans rencontrait le deuxième plan et y était soit absorbée, soit réfléchi. Maintenant, ce n'est plus vrai car, vu de dA ou de dA_0 , l'autre surface n'englobe pas tout un demi-espace. Il faut donc multiplier ma formule par un terme qui tienne compte de ce fait.

Reprenons la fig. 2.7 et réfléchissons un peu dessus. On a calculé l'exergie quittant un élément de surface dA unitaire. Comme les 2 plans sont infinis, par symétrie, il est évident qu'un élément de surface unitaire dA_0 recevait un rayonnement qui aura cette même exergie.

Maintenant, l'élément dA_0 ne reçoit plus de l'énergie de tout l'espace, mais seulement d'une portion. On ne doit plus considérer un rayonnement venant de tout l'espace, mais celui provenant d'un certain angle solide $d\Omega_{01}$, qui est celui sous lequel dA_0 voit dA . Il faut donc multiplier mes formules par le facteur de forme $F_{dA_0 dA}$ qui vaut (2.17) $\frac{1}{\pi} \cos \theta d\Omega_{01}$, et où $d\Omega_{01}$ vaut (2.3) $\sin^2 \theta d\theta d\varphi$. J'emploierai souvent la forme simplifiée d^2A pour $\sin \theta \cos \theta dA d\varphi$ (2.49).

Un deuxième changement vient du fait que le rayonnement incident n'est plus un rayonnement gris. On ne peut donc plus employer la loi de Stefan. Dans ma formule, je devrai donc employer :

$$- \text{ Pour la quantité de chaleur échangée : } q = \int Q_\nu d\nu - \sigma T_0^4 \quad (2.50)$$

$$- \text{ Pour l'entropie du rayonnement incident : } s = \int S_\nu d\nu \quad (2.51)$$

$$- \text{ Pour l'entropie du rayonnement venant de } A_0 : s_0 = \frac{4}{3} \sigma T_0^4 \quad (2.52)$$

D'où, pour un élément de surface unitaire dA_0 , l'exergie du rayonnement quelconque venant de la surface totale A_1 vaut :

$$\begin{aligned} E' &= \frac{1}{\pi} \int_{\theta, \varphi} \left[q \frac{T - T_0}{T} - T_0 \left(-\frac{q}{T} + s - s_0 \right) \right] d^2A \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{\theta, \varphi} \left[q - q \frac{T_0}{T} + q \frac{T_0}{T} - T_0 s + T_0 s_0 \right] d^2A \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{\theta, \varphi} \left[\int_\nu Q_\nu d\nu - \sigma T_0^4 - T_0 \int_\nu S_\nu d\nu + \frac{4}{3} \sigma T_0^4 \right] d^2A \\ &= \frac{1}{3\pi} \sigma T_0^4 \int_{\theta, \varphi} d^2A + \frac{1}{\pi} \int_{\theta, \varphi} Q_\nu d\nu d^2A - \frac{T_0}{\pi} \int_{\theta, \varphi} S_\nu d\nu d^2A \quad (2.53) \end{aligned}$$

L'intégrale sur θ et φ se calcule sur l'angle solide sous lequel dA_0 voit la surface émettrice, et l'intégrale sur ν de 0 à l'infini.

L'exergie totale provenant d'une surface A et arrivant à une surface A_0 peut alors être calculée par la formule :

$$E_{A-A_0} = \int_{A_0} E' dA_0 \quad (2.54)$$

Un cas particulièrement intéressant est celui où le rayonnement ne dépend pas de la direction, ni du point d'où il provient.

Dans ce cas on a :

$$E' = \frac{1}{\pi} \left[\frac{\sigma T_0^4}{3} + \int_{\nu} Q_{\nu} d\nu - T_0 \int_{\nu} S_{\nu} d\nu \right] \int_{\theta, \varphi} d^2A$$

$$= \frac{1}{\pi} E_0 \int_{\theta, \varphi} d^2A \quad (2.55)$$

Puisque on a supposé dA_0 unitaire, cela peut aussi s'écrire (2.19)

$$E' = \frac{1}{\pi} E_0 \int_{\theta, \varphi} \frac{1}{dA_0} d^2A = E_0 dF_{dA_0 A_1} \quad (2.56)$$

Si l'élément de surface dA_0 reçoit un rayonnement provenant d'un angle de 2π stéradians, on a :

$$E' = \left[\frac{\sigma T_0^4}{3} + \int_{\nu} Q_{\nu} d\nu - T_0 \int_{\nu} S_{\nu} d\nu \right]$$

On peut facilement calculer E' en connaissant T_0 et le rayonnement incident. L'exergie d'un tel rayonnement arrivant sur une surface A_0 vaut alors : $E = E' A_0$ (2.58)

Si en plus le rayonnement incident est un rayonnement noir, on a $E' = \sigma \left[T_0^4/3 + T^4 - 4/3 T_0 T^3 \right]$ et on retrouve les équations (2.42) et (2.29) quand $\epsilon = 1$. Si ϵ est différent de 1, ce n'est plus vrai.

Revenons maintenant au cas où une surface A_1 émet un rayonnement qui ne dépend ni du point où il est émis, ni de la direction où il émet.

Dans ce cas, la quantité d'exergie arrivant sur une surface A_0 vaut :

$$\begin{aligned}
 E_{A_1-A_0} &= \int_{A_0} E' dA_0 \\
 &= E_0 \int_{A_0} dF_{dA_0-A_1} dA_0 \\
 &= E_0 A_0 F_{A_0-A_1} && (2.59a) \\
 &= E_0 A_1 F_{A_1-A_0} && (2.59b)
 \end{aligned}$$

et ceci en se servant des formules (2.54), (2.56), (2.21) et (2.23)

L'on peut ainsi, connaissant un de ces 2 facteurs de forme et la surface qui intervient en même temps calculer l'exergie d'un rayonnement provenant d'une surface A_1 et arrivant à une surface A_0 .

5. Applications.

Comme illustration, on peut calculer l'exergie contenue dans un rayonnement solaire arrivant normalement sur la terre, sur 1m^2 de surface.

* On peut, en première approximation considérer le rayonnement solaire comme noir et uniforme, et provenant d'une source se trouvant à la température solaire $T = 6000^\circ\text{K}$. On peut prendre 300°K comme température de l'environnement.

En appliquant la formule (2.55) et en tenant compte de ce que le rayonnement est noir, on a :

$$E = E' = \frac{1}{\pi} \left[\frac{\sigma T_0^4}{3} + \sigma T^4 - \frac{4}{3} \sigma T_0 T^3 \right] \int_{\theta, \varphi} \sin \theta \cos \theta \, d\theta \, d\varphi$$

Pour calculer cette intégrale, représentons la situation géométrique sur la figure 2.9.

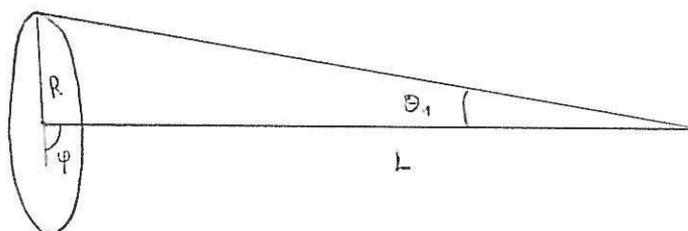


fig. 2.9

L'on se trouve en présence d'un point qui reçoit de l'énergie d'un cercle de 695.500 Km de rayon R situé à $L = 149.500.000 \text{ Km}$ de distance.

Donc - l'angle φ peut varier de 0 à π
 - l'angle θ varie entre 2 valeurs θ_1 , et $\theta_2 = -\theta_1$

On peut calculer facilement le sinus de cet angle par les formules du triangle :

$$\sin \theta_1 = \frac{695500}{149500000} = 4,65 \cdot 10^{-3} \text{ radians.}$$

$$\begin{aligned} \text{D'où} \\ \iint_{\theta, \varphi} \cos \theta \sin \theta \, d\theta \, d\varphi &= 2 \int_0^\pi d\varphi \int_0^{\theta_1} \sin \theta \cos \theta \, d\theta \\ &= 2\pi \left[\frac{\sin^2 \theta_1}{2} \right]_0^{\theta_1} \\ &= 6,80 \cdot 10^{-5} \end{aligned} \quad (2.60)$$

On a donc :

$$E = \frac{1}{\pi} \left[\frac{\sigma T_0^4}{3} + \sigma T^4 - \frac{4}{3} \sigma T_0 T^3 \right] 6,8 \cdot 10^{-5}$$

$$= \frac{68500}{\pi} \cdot 6,8 \cdot 10^{-5} = 1,48 \text{ kW/m}^2$$

On peut facilement calculer le rapport de l'exergie reçue à l'énergie reçue :

$$\psi = \frac{E}{W} = 0,9333$$

* Un calcul plus exact serait de tenir compte de l'absorption par l'atmosphère. En effet, seuls 62% (environ) du rayonnement solaire parviennent sur la terre. [5]

Supposons d'abord que l'absorption est indépendante de la longueur d'onde. Dans ce cas, on a

$$E = \frac{1}{\pi} \left[\frac{\sigma T_0^4}{3} + 0,62 \sigma T^4 - \frac{4}{3} 0,62 \sigma T_0 T^3 \right] 6,8 \cdot 10^{-5}$$

$$= 0,91 \text{ kW/m}^2$$

* Une manière plus précise est de prendre une courbe donnant la quantité de l'énergie transmise, en fonction de la longueur d'onde. C'est ce que j'ai fait en approximant la courbe par plusieurs bandes. Dans chaque bande, je suppose que la fraction d'énergie transmise ζ_i est constante. La courbe est représentée sur la fig. 2.10, la découpe en bande et le résultat des calculs au tableau 2.1. Sur chaque bande, je fais les intégrations numériquement.

On a alors :

$$E = \frac{1}{\pi} \left[\frac{\sigma T_0^4}{3} + \sum_{\text{bandes}} \int_{\nu_1}^{\nu_2} \zeta_i Q_{i,b} d\nu - T_0 \sum_{\text{bandes}} \int_{\nu_1}^{\nu_2} \zeta_i S_{i,b} d\nu \right] \int_{\theta, \varphi} d^2 A$$

$$\text{où } Q_{i,b} = \int_{\nu_1}^{\nu_2} Q_{i,b} d\nu$$

$$S_{i,b} = \int_{\nu_1}^{\nu_2} S_{i,b} d\nu$$

et ν_1, ν_2 sont les limites des bandes, et $Q_{i,b}$ et $S_{i,b}$ ont été définies en 2.46 et 2.47.

On peut donc calculer :

$$\sum \bar{\tau}_i Q_{ib, \nu} = 50\,359 \text{ kJ/m}^2 \text{ sec}$$

$$\sum \bar{\tau}_i S_{ib, \nu} = 11,17 \text{ kJ/m}^2 \text{ sec}$$

$$\begin{aligned} \text{D'où } E &= \frac{1}{\pi} [156,1 + 50\,359 - 300 \cdot 11,17] 6,8 \cdot 10^{-5} \\ &= 1,01 \text{ kW/m}^2 \end{aligned}$$

Naturellement ici, je n'ai pas tellement raffiné le calcul.

Ici le rapport ψ vaut 0,937.

Pour être tout à fait complet, on devrait tenir compte du fait que le rayonnement incident n'est pas normal à la surface de la terre. Cela fait 2 effets.

1. Le rayonnement n'étant plus perpendiculaire, 1m^2 de la surface ne reçoit plus autant de rayons qu'avant.

2. Les rayons qui arrivent sur ces surfaces ont dû traverser une plus grande distance dans l'atmosphère. L'absorption sera donc plus grande et ils seront moins énergétiques.

On peut voir l'influence de ces effets sur la fig. 2.11

Il faut encore tenir compte aussi de la teneur en humidité de l'atmosphère, etc...

N.B. Pour avoir une bonne précision sur les intégrales,

j'ai fait le changement de variable : $x = \log \nu$

$$\text{D'où, on a par exemple : } Q_{ib, \nu} = \int_{\log \nu_1}^{\log \nu_2} Q_{\nu} \cdot \nu \cdot \ln 10 \, dx$$

et comme on n'intègre plus sur des intervalles spectraux très grands, la précision est meilleure.

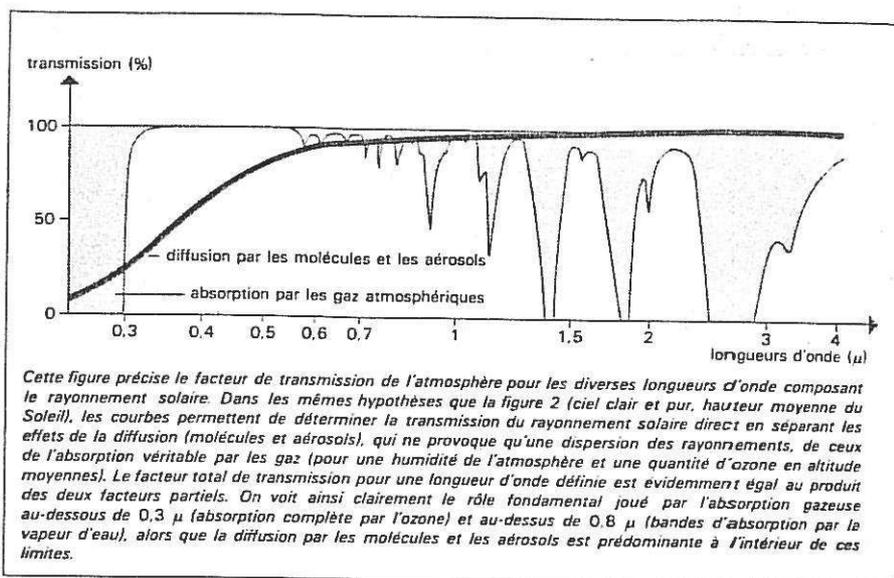


Fig. 2.10

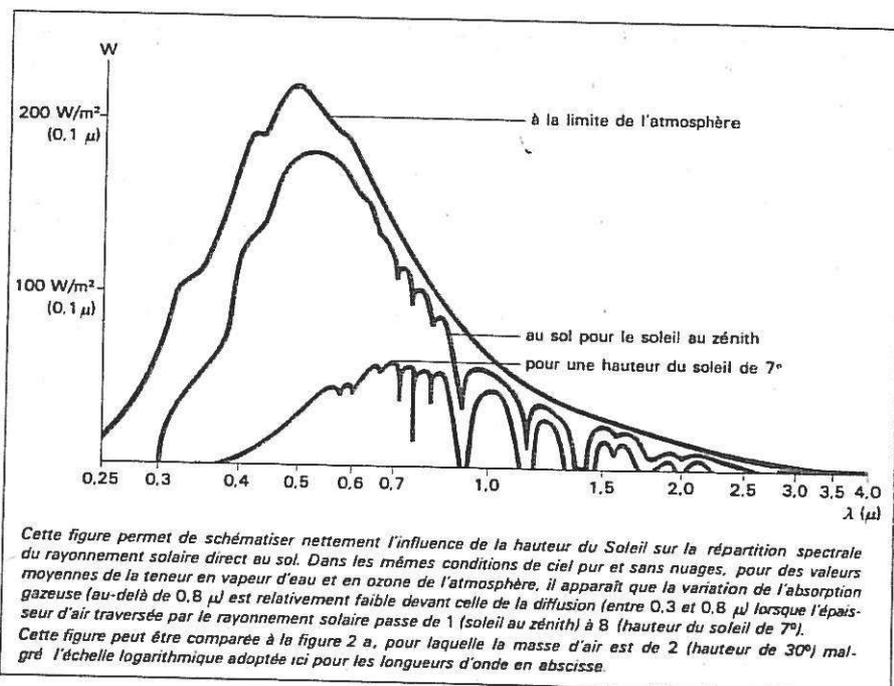


Fig. 2.11

Extraits de
Encyclopaedia
Universalis [5]

Limites de la bande (λ_1, λ_2) μ	Limites de la bande (ν_1, ν_2) $\cdot 10^{-14}$ Hz	Transmittance τ_i	$\int_{\nu_1}^{\nu_2} Q_{ij} d\nu$ $kJ/m^2 sec$	$\int_{\nu_1}^{\nu_2} S_{ij} d\nu$ $kJ/m^2 sec^2 K$	$\tau_i \left[\int_{\nu_1}^{\nu_2} Q_{ij} d\nu - T_0 \int_{\nu_1}^{\nu_2} S_{ij} d\nu \right]$ $kJ/m^2 sec$
0 - 0,3	$\infty - 10$	0	0	0	0
0,3 - 0,56	10 - 5,36	0,55	22974	4,52	-11890
0,56 - 0,9	5,36 - 3,3	0,95	24472	5,23	21758
0,9 - 1,25	3,3 - 2,4	0,75	10887	2,58	7585
1,25 - 2,4	2,4 - 1,25	0,6	9632	2,58	5315
2,4 - 2,9	1,25 - 1,05	0	0	0	0
2,9 - 4,5	1,05 - 0,667	0,5	1061	0,38	473
4,5 - ∞	0,667 - 0	0	0	0	0
					47021.

Tabl. 2.7

Appendice.

Démonstration de la formule (2.47)

$$S_{\nu} = \frac{2\pi k \nu^2}{c^2} \left[\left(1 + \frac{c^2 k \nu}{h \nu^3}\right) \ln \left(1 + \frac{c^2 k \nu}{h \nu^3}\right) - \frac{c^2 k \nu}{h \nu^3} \ln \frac{c^2 k \nu}{h \nu^3} \right]$$

$$, \text{ avec } k_{\nu} = \frac{h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} = \frac{Q_{\nu}}{2\pi}$$

$$\text{On a } S_{\nu} = \int \frac{dQ}{T}, \text{ avec } Q = 2\pi k_{\nu}$$

$$dQ = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{\left(e^{h\nu/kT} - 1\right)^2} e^{h\nu/kT} \frac{h\nu}{kT^2} dT$$

$$\text{D'où } S_{\nu} = \frac{2k\pi \nu^2}{c^2} \int \left(\frac{h\nu}{k}\right)^2 \frac{1}{\left(e^{h\nu/kT} - 1\right)^2} e^{h\nu/kT} \frac{1}{T^3} dT$$

$$\text{Posons } \theta = \frac{h\nu}{kT}, \quad -d\theta = \frac{h\nu}{k} (-1) \frac{1}{T^2} dT$$

$$dT = -T^2 \frac{k}{h\nu} d\theta.$$

$$S_{\nu} = -\frac{2\pi k \nu^2}{c^2} \int \frac{1}{(e^{\theta} - 1)^2} e^{\theta} \theta dT = \frac{2\pi k \nu^2}{c^2} S'$$

$$\text{Posons } e^{\theta} - 1 = u \quad \rightarrow \quad \theta = \ln(1+u)$$

$$e^{\theta} d\theta = du \quad \rightarrow \quad d\theta = \frac{du}{e^{\theta}}$$

$$S' = - \int \frac{\ln(1+u)}{u^2} du$$

$$\text{Posons } \frac{1}{u} = t \quad \rightarrow \quad -\frac{1}{u^2} du = dt$$

$$\rightarrow du = -u^2 dt$$

$$S' = \int \ln\left(1 + \frac{1}{t}\right) dt = \int \ln\left(\frac{1+t}{t}\right) dt$$

$$= \int \ln(1+t) dt - \int \ln t dt$$

On peut voir dans une table que

$$\int \ln x = x \ln x - x.$$

$$\text{D'où } S' = (1+t) \ln(1+t) - (1+t) - t \ln t + t$$

$$= (1+t) \ln(1+t) - t \ln t + C$$

puisque l'entropie n'est définie qu'à une constante près.

$$\begin{aligned} \text{Or } \frac{c^2 k_B}{h\nu^3} &= \frac{c^2}{h\nu^3} \frac{h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \\ &= \frac{1}{e^{\theta} - 1} = \frac{1}{u} = t \end{aligned}$$

$$\Rightarrow S = \frac{k_B^2}{c^2} \left[\left(1 + \frac{c^2 k_B}{h\nu^3} \right) \ln \left(1 + \frac{c^2 k_B}{h\nu^3} \right) - \frac{c^2 k_B}{h\nu^3} \ln \frac{c^2 k_B}{h\nu^3} \right]$$

Liste des principaux symboles utilisés.

- A, dA : surface ou élément de surface.
 $^{\circ}C$: degrés centigrades.
 c : vitesse de la lumière.
 ϵ : pouvoir émissif.
 E : exergie.
 F, dF : facteurs de formes.
 h : constante de Planck.
 I : intensité d'un rayonnement.
 k : constante de Boltzman.
 $^{\circ}K$: degrés Kelvin.
 P, p : pression.
 Q_{λ} : énergie spectrale.
 S_{λ} : entropie spectrale.
 T : température Kelvin.
 W : énergie.
 α : facteur d'absorption.
 ϵ : émissivité.
 λ : longueur d'onde.
 ν : fréquence.
 μ : densité d'énergie spectrale.
 σ : constante de Stefan.
 \vec{n} : direction du rayonnement.
 $\Omega, d\Omega$: angle solide.
 X_{λ}, x_{λ} : grandeur spectrale.
 θ, φ : angles des coordonnées sphériques.
 θ : production d'entropie.

Bibliographie.

1. R. PETELA. Exergy of Heat Radiation. Journal of Heat Transfer, transactions of ASME, 86, (1964) nr 2, pp 187 - 192.
2. R. SIEGEL - J.R. HOWELL. Thermal Radiation Heat Transfer.
3. J. PORTIER. Cours de compléments de thermodynamique.
4. DR OZER - A. ARNAS. Radiation Heat Transfer. Louisiane state university.
5. Encyclopédie universalis. Bilan thermique de la terre, vol. 3, pp. 272 - 276
6. E. BUCHET. Analyse énergétique de la combustion et de la transmission calorifique. Revue générale de thermique, n° 174 - 175, 1976, pp 472 - 484.
7. G. BURNAY. Eléments sur la transmission de la chaleur.
8. CHAPMAN. Heat Transfer.

III. EXERGIE RAYONNEE PAR LES FLAMMES.

=====

Je vais maintenant essayer d'appliquer ces résultats à un cas particulièrement important : le rayonnement des flammes. C'est un cas important, car dans beaucoup de chaudières, la plus grande partie de la chaleur est échangée par rayonnement. Il est donc intéressant de calculer l'exergie de cette chaleur.

Seulement, le rayonnement des flammes est un problème nettement plus complexe que ceux traités dans le chapitre précédent, comme je l'exposerai dans le paragraphe suivant. L'on est donc amené à faire des approximations assez grossières.

C'est ainsi que, dans l'exposé, je m'attacherai spécialement aux côtés purement radiatifs du problème, et de ce fait, j'emploierai des formules assez simplifiées pour caractériser des paramètres importants tels que la forme de la flamme, sa température, ..., paramètres dont le calcul exact sortirait un peu du but de ce travail.

Les résultats obtenus seront donc plus qualificatifs que quantitatifs : pour les améliorer, il "suffirait" de trouver des meilleurs modèles de flammes etc...

Je vais séparer ce chapitre en 3 parties :

- A : Exposé des difficultés représentées par le calcul du rayonnement d'une flamme.
- B : Exposé de différentes manières de résoudre ces difficultés.
- C : Exemple "pratique" et numérique.

A : Difficultés représentées par le calcul du rayonnement d'une flamme.

Ces difficultés sont de plusieurs ordres :

1. Calcul de l'émissivité.

La flamme doit être considérée comme un gaz contenant des particules solides, à une certaine température, élevée. Même en ne tenant pas compte des particules solides, il est extrêmement difficile d'en calculer l'émissivité, d'autant plus que c'est l'émissivité spectrale qui nous intéresse.

En effet, contrairement aux solides, un gaz n'émet ou n'absorbe pas de rayonnement de façon continue, mais par raies.

Un petit rappel là dessus n'est pas sans doute inutile. On sait par la mécanique quantique qu'un atome ou une molécule sont caractérisés entre autres par le fait qu'ils ont des états d'énergie discrets W_i . On sait aussi que le rayonnement émis par les gaz est dû à l'émission d'un photon de fréquence ν , lorsque la molécule passe de l'énergie W_i à W_j . Cette fréquence est reliée au saut d'énergie par la relation bien connue :

$$W_i - W_j = h\nu \quad (3.1)$$

où h est la constante de Planck.

Un gaz ne pourra donc émettre ou absorber un rayonnement que si ce rayonnement a une fréquence ν telle que la relation (3.1) soit vérifiée. D'où l'existence d'un spectre de raies.

Physiquement, l'élévation de température du gaz a pour effet de mettre les molécules dans un état d'énergie élevé. Ces molécules se désénergisent en émettant un rayonnement et retombent ainsi sur un état d'énergie plus bas. L'intensité d'une raie dépendra donc du nombre de photons de fréquence ν qui seront émis par seconde, ou ce qui revient au même de la probabilité de transition d'un état W_i à un état W_j , ce qui est toujours difficile à calculer.

Si ce processus existait seul, l'énergie absorbée ou émise serait naturellement fort petite puisque ces raies seraient infiniment fines. Seulement, certains processus font qu'elles ont une largeur finie. Je vais me contenter de les citer, mais ceux que cela intéressent peuvent consulter des livres de spectroscopie. (par exemple [3]).

Il y a donc :

- la largeur naturelle des raies, liée au principe d'incertitude de Heisenberg, et surtout, elles sont élargies par
- l'effet Doppler - Fizeau
- l'influence des chocs moléculaires
- les phénomènes d'absorption
- l'effet Stark, etc...

Il faudra tenir compte de tous ces phénomènes pour essayer d'établir théoriquement l'émissivité des gaz.

Mais, dans la flamme, il n'y a pas que des gaz, il y a aussi des particules solides qui donnent lieu à une émission continue, ce qui ajoute encore à la complexité du phénomène.

Une autre difficulté provient du fait que le gaz est un milieu qui émet et absorbe en même temps, dans le même volume. Autrement dit, une partie du rayonnement émis est absorbée par le gaz et, pour calculer l'émissivité du gaz, on devra aussi tenir compte de sa géométrie.

2. Calcul des autres paramètres, principalement de la forme et de la température de la flamme.

a) On a vu qu'il fallait connaître la forme de la flamme pour en connaître l'émissivité. c'est très loin d'être évident. En effet, la flamme est généralement considérée comme l'endroit où se passe la combustion. Elle dépend d'une foule de facteurs tels que l'injecteur utilisé, la vitesse initiale, le débit... si bien qu'il est impossible de trouver une formule simple la caractérisant.

De plus, la concentration des constituants varie au fur et à mesure de la combustion.

Enfin, on ne sait pas s'il faut prendre la flamme au sens strict du terme, puisque les gaz continuent à rayonner hors de la flamme.

b) On peut se demander comment il faut tenir compte du fait que la flamme n'a pas une température constante. En effet, le rayonnement qu'elle émet dépend fort de sa température.

Même si on la suppose constante, on ne sait pas quelle température il faut prendre:

- Est-ce la température théorique de combustion ?
- Ou alors une autre ? Mais laquelle ?

c) L'on sait que pour calculer l'exergie d'une substance, on a besoin de connaître la température de l'ambiance, où dans ce cas des parois vers où la flamme rayonne. C'est encore un calcul fort difficile à effectuer.

L'on voit donc bien que ce travail est assez complexe.

B : Résolution des difficultés.

1. Calcul de l'émissivité.

a) Introduction.

Je vais d'abord essayer de déterminer les paramètres extérieurs dont dépend l'émissivité de la flamme.

- Forme et dimension de la flamme :

On sait que pour calculer l'émissivité de la flamme, on doit tenir compte du fait qu'une partie du rayonnement émis est absorbé. En effet, comme (en première approximation) les raies d'absorptions sont égales aux raies d'émissions, un rayon émis au milieu du gaz a de fortes chances d'être absorbé avant d'arriver à la surface.

On peut caractériser cet effet en introduisant une longueur fictive L_e qui sera une mesure de ce chemin parcouru. Elle est appelée longueur moyenne du rayonnement et représente donc l'épaisseur moyenne de gaz qu'un rayon aura à franchir avant d'arriver à la surface de la flamme.

Pratiquement, cette longueur L_e sera telle que l'on puisse écrire l'émissivité du volume de gaz sous la forme :

$$\xi_\nu = 1 - \exp(-\alpha_\nu L_e), \quad \text{où} \quad (3.2)$$

α_ν est un coefficient d'absorption spectral.

Connaissant la géométrie du système et supposant connu le coefficient d'absorption, on peut alors calculer cette longueur L_e , et ceci pour n'importe quel volume de gaz rayonnant vers n'importe quelle surface.

On peut ainsi démontrer [1] que si on a un volume de gaz qui rayonne vers la surface qui le délimite, on aura la relation :

$$L_{e0} = \frac{4V}{A} \quad (3.3)$$

où V est le volume occupé par le gaz, et S la surface qui le délimite.

On aura ainsi par exemple :

Pour une sphère de diamètre D : $L_{e0} = \frac{2}{3} D$

Pour un cylindre infiniment long de diamètre : $L_{e0} = D$

Finalement, on aura fait une démarche assez similaire à celle que l'on fait en mécanique des fluides lorsqu'on caractérise une conduite de section quelconque par un diamètre équivalent.

Si le gaz est relativement épais, c'est à dire si $\alpha_p L_e$ ne tend pas vers zéro, il faut multiplier cette longueur par un facteur C qui est souvent de l'ordre de 0,9. On peut facilement trouver sa valeur pour chaque géométrie en consultant des tables [1] .

Les autres paramètres intervenant sont :

- la température du gaz (que je supposerai constante)
- la pression totale
- les pressions partielles des différents constituants.

Je vais maintenant rechercher l'émissivité du gaz, et ce de 2 manières :

- a) en recherchant l'émissivité totale, par l'expérience;
- b) par intégration des émissivités spectrales.

a*) Emissivité totale.

- - - - -

On a vu que l'émissivité dépendait de la température T , de la fréquence ν , de l'absorptivité $\alpha_p L_e$ et des pressions P_i .

En toute généralité, on peut dire que l'énergie spectrale émise par un élément de surface dA dans l'espace est égale à :

$$d^2q = \epsilon_\nu(\alpha_p L_e, T, P_i) \epsilon_{b,\nu} d\nu dA \quad (3.4)$$

L'on voit bien que la longueur moyenne de rayonnement L_e peut être considérée comme indépendante de ν . Elle peut donc être considérée comme une dimension caractéristique du volume de gaz et regardée comme constante lorsqu'on intègre sur la fréquence.

Le flux total de la chaleur provenant d'un élément de surface du gaz peut donc être trouvé en intégrant (3.4) sur la fréquence :

$$dq = \left[\int_0^{\infty} [1 - \exp(-\alpha_{\nu} L_e)] e_{b\nu, g} d\nu \right] dA \quad (3.5)$$

ou, en rapportant cette quantité à un élément unitaire de surface,

$$q = \int_0^{\infty} [1 - \exp(-\alpha_{\nu} L_e)] e_{b\nu, g} d\nu \quad (3.6)$$

On peut alors définir une émissivité totale du gaz ξ_g telle que

$$q = \xi_g \sigma T_g^4 \quad (3.7)$$

$$\text{d'où, } \xi_g = \frac{\int_0^{\infty} e_{b\nu, g} [1 - \exp(-\alpha_{\nu} L_e)] d\nu}{\sigma T_g^4} \quad (3.8)$$

N.B. Les valeurs indicées g sont des valeurs qui se rapportent au gaz.

On peut représenter cette valeur graphiquement, pour chaque gaz, en fonction des variables L_e , T_g et des pressions des gaz.

Les valeurs de ξ_g ont été développées entre autre par Hottel, à partir de mesures expérimentales. La pression des gaz y joue le rôle d'un paramètre, puisque le coefficient d'absorption α_{ν} dépend naturellement de la densité du gaz. Si d'autres gaz sont présents la pression totale et la pression partielle du gaz rayonnant interviennent. (Il est important de remarquer ici, que beaucoup de gaz (en particulier l'azote N_2) ont un rayonnement pratiquement nul).

La figure 3.1 donne l'émissivité du dioxyde de carbone (CO_2) en fonction de la température, exprimée en degrés Rankine ($^{\circ}R$) et du produit de la longueur moyenne de rayonnement L_e , exprimée en pieds anglais (ft) par la pression partielle du CO_2 , p_{CO_2} exprimée en atmosphères (atm).

La figure 3.2 montre un coefficient de pression pour tenir compte de l'influence de la pression totale. (La figure 3.1 est faite pour une pression totale d'une atmosphère).

L'émissivité du CO_2 est donc donnée par :

$$\xi = C_{CO_2} \xi_{CO_2} \quad (3.9)$$

où ξ_{CO_2} est le coefficient donné par la figure (3.1)

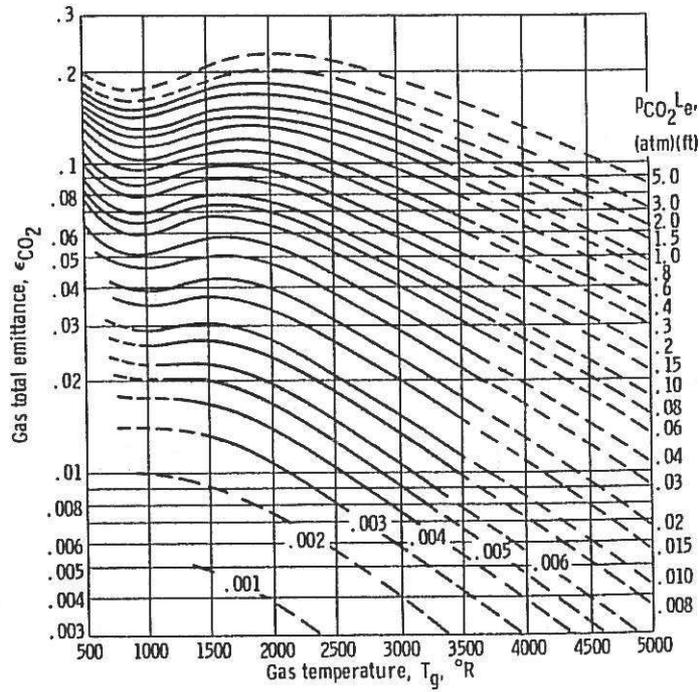


FIGURE 17-11 Total emissivity of carbon dioxide in a mixture having a total pressure of 1 atm [1].

Fig. 3.1

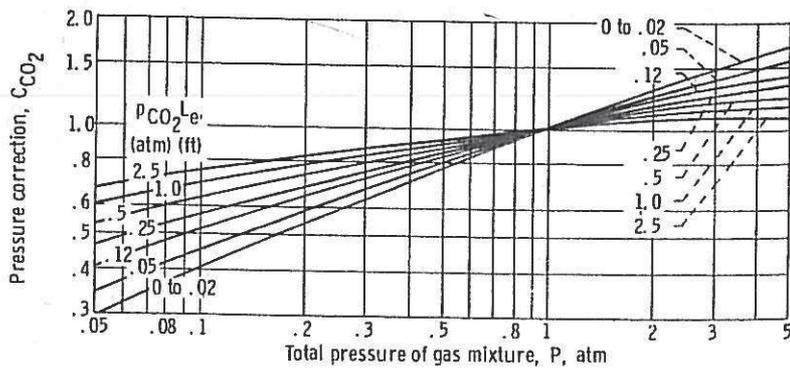


FIGURE 17-12 Pressure correction for CO_2 total emissivity for values of P other than 1 atm [1].

Fig. 3.2

Extraits de SIEGEL-HOWELL [1]

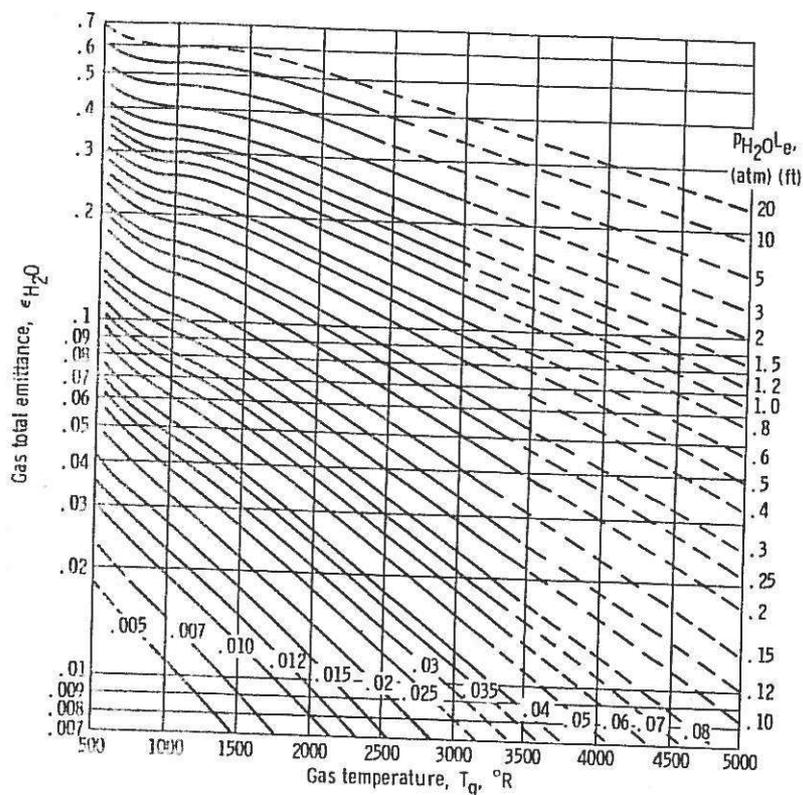


FIGURE 17-13 Total emittance of water vapor in limit of zero partial pressure in a mixture having a total pressure of 1 atm [1].

Fig. 3.3

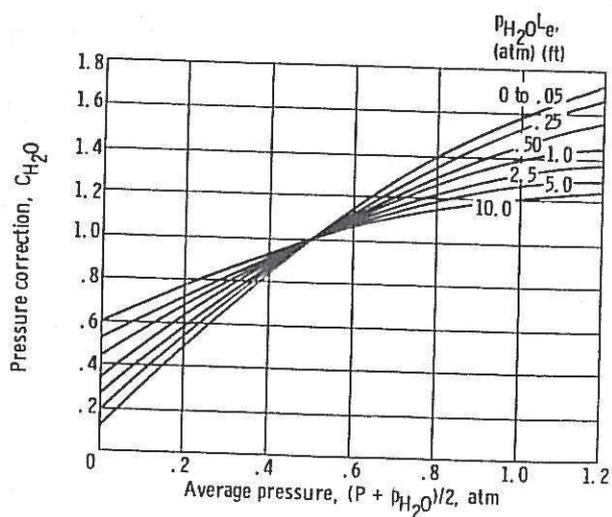


FIGURE 17-14 Pressure correction for water vapor total emittance for values of p_{H_2O} and P other than 0 and 1 atm, respectively [1].

Fig. 3.4

Extrahits de SIEGEL - HOWELL [1]

C_{CO_2} est le coefficient donné par la figure 3.2, en fonction de la pression totale, exprimée en atmosphères et du produit $P_{CO_2} L_e$ (atm ft)

Les figures 3.3 et 3.4 montrent les mêmes coefficients, mais dans le cas de l'eau (H_2O).

Enfin, si CO_2 et H_2O sont présents en même temps dans le gaz, il y aura une diminution de l'émissivité due au recouvrement partiel de certaines bandes d'absorption. Cette correction est donnée sur la figure 3.5, pour différentes températures en fonction des différentes pressions. Si on veut avoir une réponse relativement exacte, il peut être intéressant de faire une interpolation.

En résumé, l'émissivité du gaz peut être exprimée sous la forme :

$$\xi_g = C_{H_2O} \xi_{H_2O} + C_{CO_2} \xi_{CO_2} - \Delta \xi \quad (3.10)$$

N.B. Toutes ces figures sont extraites de Thermal Radiation Heat Transfer, Siegel and Howell [1] .

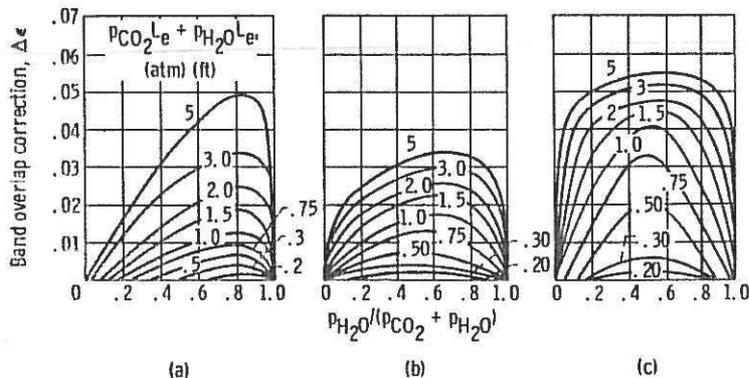


FIGURE 17-15 Correction on total emittance for band overlap when both CO_2 and water vapor are present [1]. (a) Gas temperature $T_g = 720^\circ R$; (b) gas temperature $T_g = 1460^\circ R$; (c) gas temperature $T_g \geq 2160^\circ R$.

Pour en revenir à l'émissivité des gaz de combustion, je vais faire quelques remarques supplémentaires :

- D'abord, je supposerai toujours que mon combustible ne contient que du carbone et de l'hydrogène, et que la combustion est complète. Je supposerai donc que je n'ai dans mes gaz de combustion ni SO_2 , ni CO , ni d'autres impuretés (particulièrement des solides) qui pourraient influencer le calcul.

- Ensuite, j'ai déjà dit que l'azote n'émet et n'absorbe pratiquement pas de rayonnement. Autrement dit, il n'interviendra que par son influence sur les différentes pressions.

B*) Intégration des émissivités spectrales.

- - - - -

Pour avoir un calcul plus exact et plus proche de la réalité, il est nécessaire d'essayer d'intégrer les relations spectrales, un peu comme on l'a fait dans le chapitre II pour calculer l'exergie du rayonnement solaire.

On a vu que le rayonnement émis par les gaz était dû à l'émission d'un photon lorsqu'une molécule passait d'un état d'énergie W_i à un état d'énergie W_j . Avant de commencer cette intégration, je crois qu'il est intéressant de faire quelques rappels sur la situation de ces niveaux d'énergie dans une molécule.

Si l'on ne s'intéresse pas à l'énergie de translation des molécules qui ne donne naturellement pas lieu à du rayonnement, l'énergie d'une molécule peut, en première approximation être écrite comme une somme de trois termes:

$$W = W_e + W_v + W_r \quad (3.11)$$

associés respectivement

- au mouvement des électrons (énergie électronique)
- aux oscillations effectuées par les noyaux autour de leur position d'équilibre (énergie de vibration).
- et à la rotation d'ensemble de la molécule (énergie de rotation).

Ces trois termes sont quantifiés : le diagramme des niveaux d'énergie d'une molécule est schématisé sur la figure (3.6)

La variation d'énergie moléculaire associée à une transition spectrale s'écrit :

$$\Delta W = \Delta W_e + \Delta W_v + \Delta W_r \quad (3.12)$$

Chaque terme, dans la somme du second membre est petit vis à vis de celui qui le précède; cela explique la structure du diagramme des niveaux d'énergie faisant apparaître des niveaux électroniques relativement espacés, décomposés en sous-niveaux vibrationnels plus serrés, chaque niveau vibrationnel étant à son tour décomposé en sous-niveaux rotationnels encore plus serrés.

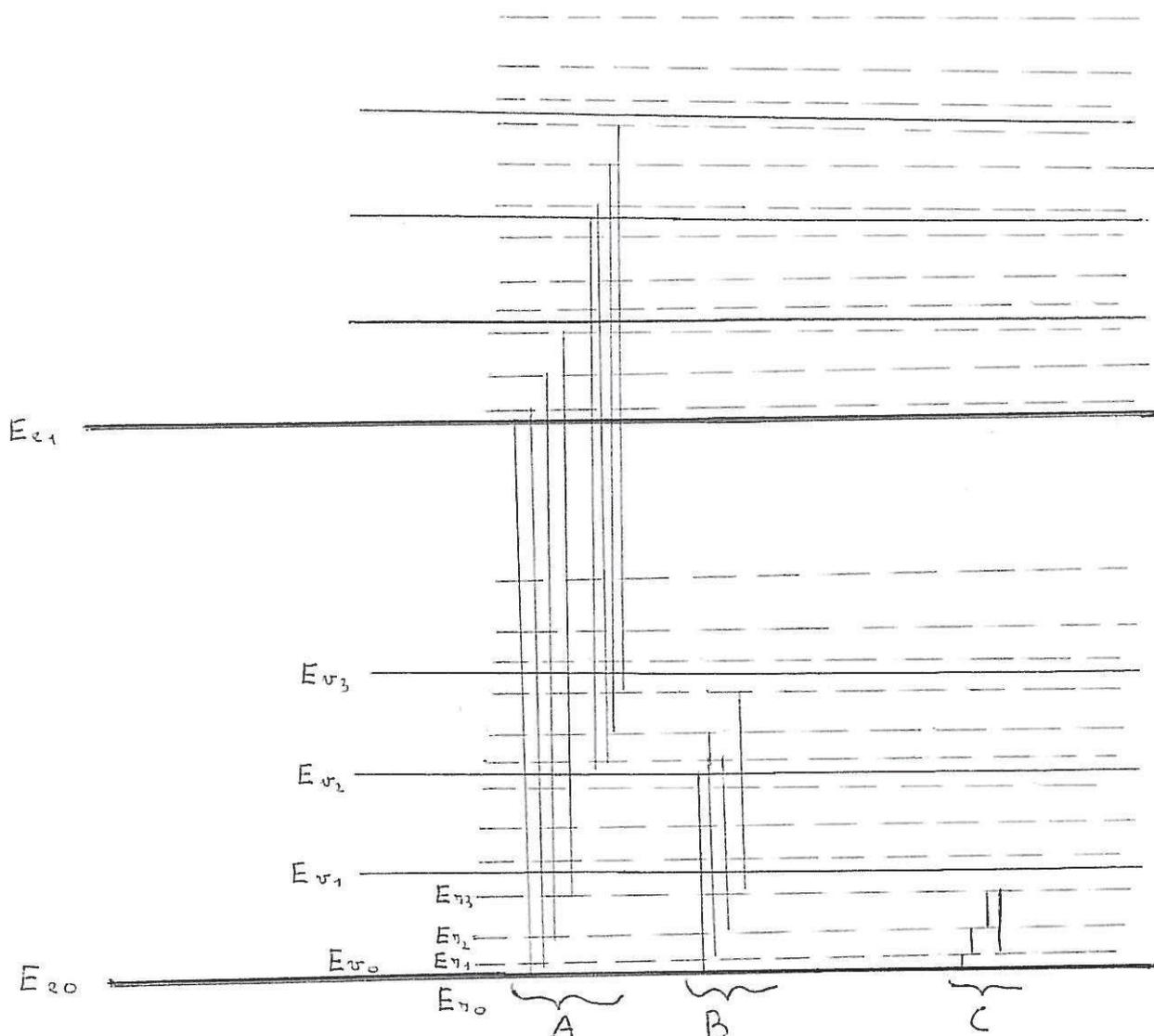


Fig. 3.6

- niveaux électroniques
- niveaux vibrationnels
- - - - -** niveaux rotationnels.

A : spectre électronique (système de bandes associé à une transition électronique).

B : Spectre de vibration - rotation (bande associée à une transition vibrationnelle)

C : Spectre de rotation (raies associées à des transitions rotationnelles).

On peut donc distinguer 3 types de spectres moléculaires :

- Les spectres de rotation dans lesquels l'énergie électronique et l'énergie de vibration ne changent pas ($\Delta W_e = \Delta W_v = 0$). Le spectre est formé de raies associées chacune à une valeur de ΔW_r .

Les spectres de vibration - rotation, dans lesquels l'énergie électronique ne change pas ($\Delta W_e = 0$). Le spectre est formé de bandes associées chacune à une valeur de ΔW_v . Chaque bande est constituée par des raies associées aux différentes valeurs de ΔW_r .

- Les spectres électroniques constitués par des systèmes de bandes associées chacun à une valeur de ΔW_e .

Dans chaque type de spectre, la mécanique quantique détermine quelles sont les transitions $W_i - W_j$ permises, et permet ainsi de calculer les fréquences des rayonnements émis.

Ce qui nous intéresse, c'est le rayonnement infrarouge. Une analyse quantitative montrerait que ce sont les spectres de vibration - rotation qui sont responsables du rayonnement infrarouge. D'après la loi bien connue

$$\nu = \frac{W_i - W_j}{h}$$

les spectres électroniques donneront lieu à un rayonnement ultraviolet et les spectres de rotation à un rayonnement dans l'infrarouge lointain.

Le rayonnement émis par les gaz sera donc un rayonnement émis par quelques bandes, centrées sur une valeur de la fréquence que j'appellerai ν_{λ_0} . Entre ces bandes, le gaz n'émet rien du tout : elles sont séparées par des régions spectrales considérées comme transparentes.

On pourra donc écrire, que l'énergie totale émise par unité de surface sera égale à :

$$q = \sum_{\lambda} e_{b,\lambda} \int_{\lambda} [1 - \exp(-a_{\lambda} L_e)] d\lambda \quad (3.13)$$

où l'indice λ est associé à une bande, l'intégrale est faite sur toute une bande et la sommation est faite sur toutes les bandes.

L'intégrale est souvent appelée largeur effective de bande \bar{A}_λ , où :

$$\bar{A}_\lambda(L_e) = \int_{\text{bande}} [1 - \exp(-a_\nu L_e)] d\nu \quad (3.14)$$

Cette valeur a les dimensions de la grandeur spectrale avec laquelle on travaille (fréquence, longueur d'onde, nombre d'onde, ...). Elle peut être définie comme la largeur d'une bande centrée en $\nu_{0\lambda}$, qui émettrait un rayonnement noir et qui produirait la même émission que la bande réelle.

Tout le problème va donc être de calculer pour chaque bande cette largeur effective de bande.

Une approche possible pour trouver cette longueur est d'examiner l'absorption de chaque bande séparément et de développer des corrélations empiriques qui tiennent compte des dépendances sur la température, la pression et la longueur de rayonnement L_e .

$$\text{On a donc } \bar{A}_\lambda(L_e) = \int_{\text{bande}} [1 - \exp(-a_\nu L_e)] d\nu$$

Théoriquement, il est possible par la mécanique quantique de déterminer toutes les raies d'une bande, de même que les probabilités de transition ou, ce qui revient au même l'intensité des raies. On devrait alors encore tenir compte des effets de température et de pression qui influencent fortement les phénomènes qui causent l'élargissement des raies (effet Doppler, effet Stark, ...) Enfin, il faudrait aussi tenir compte des effets de recouvrement.

Mais en pratique, il est très difficile de procéder ainsi si bien que l'on a introduit des modèles permettant de représenter la variation de l'absorptivité dans la bande.

Plusieurs modèles ont ainsi été proposés, et pour chaque modèle, la manière de retranscrire les résultats finaux peut-être différente. Je citerai ainsi par exemple un modèle développé par D.K. EDWARDS et A. BALAKRISHNAN [2] ou un autre par S.S. PENNER [3].

Personnellement, j'ai utilisé un modèle de D.K. EDWARDS et W.A. MENARD dont les résultats sont exposés dans [1].

Ce modèle suppose que les raies de rotations, dans la bande sont également espacées et peuvent être ordonnées en fréquences de telle façon que l'intensité des raies décroisse exponentiellement depuis la raie centrale.

Tous calculs faits, il permet de calculer les largeurs de bande \bar{A}_ν en fonctions des différents paramètres.

Ces résultats sont donnés au tableau 3.1, en fonctions de grandeurs C_1, C_2, C_3 . (Ce tableau reprend pour $\text{CO}_2, \text{H}_2\text{O}, \text{CH}_4$ et CO les principales bandes, c'est à dire celles qui donnent une contribution non négligeable au rayonnement).

On calcule alors $P_e = [(p + b \uparrow N_2) / p_0]^m$ qui est une pression équivalente au sens large, et la grandeur X qui est égale à ρL_e , où ρ est la densité des gaz en g/m^3 .

Suivant que la quantité $\beta = \frac{c_2^2 P_e}{4 c_1 c_3}$ est plus petite ou plus grande que 1, on calcule la largeur de bande effective \bar{A}_ν ; suivant une des formules de la troisième colonne et on vérifie si on trouve bien une grandeur plus grande que la limite inférieure imposée par la première colonne et plus petite que la limite supérieure imposée par la deuxième colonne.

A ce moment, pour chaque bande, on connaît :

- le centre de la bande η_0 ou ν_0 .
- la largeur de bande : $\Delta \eta$ ou $\Delta \nu$, qui est égale à \bar{A}_ν ;
- les limites inférieures de la bande : η_1, ν_1
- les limites supérieures de la bande : η_2, ν_2

On peut alors calculer l'énergie rayonnée par la bande par la formule

$$q_\nu = \int_{\nu_1}^{\nu_2} e_{b\nu} d\nu = \int_{\nu_1}^{\nu_2} Q_{b\nu} d\nu \quad (3.15)$$

$$\text{où } Q_{b\nu} = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

où bien par la formule approchée

$$q_\nu = \Delta \nu Q_{b\nu}(\nu_0) \quad (3.16)$$

où $Q_{b\nu}(\nu_0)$ représente la quantité $Q_{b\nu}$ prise en ν_0 .

Si on veut connaître l'émissivité totale, il suffira de calculer la chaleur totale échangée et de la diviser par σT^4 :

$$\epsilon = \frac{\sum_{\text{bandes}} q_i}{\sigma T^4} \quad (3.17)$$

Table 16-2 EFFECTIVE BANDWIDTH CORRELATION EQUATIONS FOR ISOTHERMAL GAS†

Pressure-broadening parameter, $\beta = \frac{C_2^2 P_0}{4C_1 C_3}$	Lower limit of \bar{A} , η , cm^{-1}	Upper limit of \bar{A} , η , cm^{-1}	Effective bandwidth \bar{A} , η , cm^{-1}
$\beta \leq 1$	0	βC_3	$\bar{A} = C_1 X$
	βC_3	$C_3(2 - \beta)$	$\bar{A} = C_2(X P_0)^{\frac{1}{2}} - \beta C_3$
	$C_3(2 - \beta)$	∞	$\bar{A} = C_3 \left(\ln \frac{C_2^2 X P_0}{4C_1 C_3^2} + 2 - \beta \right)$
$\beta > 1$	0	C_3	$\bar{A} = C_1 X$
	C_3	∞	$\bar{A} = C_3 \left(\ln \frac{C_1 X}{C_3} + 1 \right)$

† C_1 , C_2 , C_3 , b , and n are in Table 16-3. X is mass path length, ρS , g/m^2 . $P_0 = \{(p + b p_{N_2})/P_0\}^n$ where $P_0 = 1$ atm, p is partial pressure of absorbing gas, and p_{N_2} is partial pressure of N_2 broadening gas in atmospheres.

Table 3.1

Extrait de SIEGEL - HOWELL [1]

Table 16-3 EXPONENTIAL BAND-MODEL CORRELATION QUANTITIES^a

Gas	Band, μm	Band center, η , cm^{-1}	Pressure parameters		C_1 , $\text{cm}^{-1}/(\text{g})(\text{m}^{-2})$	C_2 , ^b $\text{cm}^{-1}/[(\text{g})(\text{m}^{-2})]^{\frac{1}{2}}$	C_3 , ^b cm^{-1}
			b	n			
CO_2 ^c	15	667	1.3	0.7	19	$6.9(T/T_0)^{0.5}$	$12.9(T/T_0)^{0.5}$
	10.4	960	1.3	0.8	$0.76\varphi_1(T)$	$1.6(T/T_0)^{0.5}C_1^{0.5}$	$12.4(T/T_0)^{0.5}$
	9.4	1060	1.3	0.8	$0.76\varphi_1(T)$	$1.6(T/T_0)^{0.5}C_1^{0.5}$	$12.4(T/T_0)^{0.5}$
	4.3	2350	1.3	0.8	110	$31(T/T_0)^{0.5}$	$11.5(T/T_0)^{0.5}$
	2.7	3715	1.3	0.65	$4.0\varphi_2(T)$	$8.6\varphi_3(T)$	$24(T/T_0)^{0.5}$
CH_4	7.6	1310	1.3	0.8	28	$10(T/T_0)^{0.5}$	$23(T/T_0)^{0.5}$
	3.3	3020	1.3	0.8	46	$14.5(T/T_0)^{0.5}$	$55(T/T_0)^{0.5}$
H_2O ^d	6.3	1600	5.0	1.0	41.2	44	$52(T/T_0)^{0.5}$
	2.7	3750	5.0	1.0	23.3	39	$65(T/T_0)^{0.5}$
	1.87	5350	5.0	1.0	$3.0\varphi_{011}(T)$	$6.0C_1^{0.5}$	$46(T/T_0)^{0.5}$
	1.38	7250	5.0	1.0	$2.5\varphi_{101}(T)$	$8.0C_1^{0.5}$	$46(T/T_0)^{0.5}$
CO ^e	4.67	2143	1.1	0.8	20.9	$\varphi_5(T)$	$22(T/T_0)^{0.5}$
	2.35	4260	1.0	0.8	0.14	$0.08\varphi_5(T)$	$22(T/T_0)^{0.5}$

^a For limits on T and X , see Table 16-1.

^b T_0 is taken as 100 K for all cases.

^c For CO_2 ,

$$\varphi_1 = \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{hc}{kT}(\eta_3 - \eta_1)\right] \right\} \left[\exp\left(-\frac{hc\eta_1}{kT}\right) - \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{2hc\eta_1}{kT}\right) \right] \left[1 - \exp\left(-\frac{hc\eta_1}{kT}\right) \right]^{-1} \left[1 - \exp\left(-\frac{hc\eta_3}{kT}\right) \right]^{-1}$$

$$\varphi_2 = \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{hc}{kT}(\eta_1 + \eta_3)\right] \right\} \left[1 - \exp\left(-\frac{hc\eta_1}{kT}\right) \right]^{-1} \left[1 - \exp\left(-\frac{hc\eta_3}{kT}\right) \right]^{-1}$$

$$\varphi_3 = \left[1 + 0.053\left(\frac{T}{T_0}\right)^{1/2} \right]$$

where $\eta_1 = 1351 \text{ cm}^{-1}$, $\eta_2 = 667 \text{ cm}^{-1}$, and $\eta_3 = 2396 \text{ cm}^{-1}$.

^d For H_2O ,

$$\varphi_{v_1 v_2 v_3} = \left[1 - \exp\left(-\frac{hc}{kT} \sum_{i=1}^3 v_i \nu_i\right) \right] \prod_{i=1}^3 \left[1 - \exp\left(-\frac{hc\nu_i}{kT}\right) \right]^{-v_i}$$

where $\eta_1 = 3652 \text{ cm}^{-1}$, $\eta_2 = 1595 \text{ cm}^{-1}$, and $\eta_3 = 3756 \text{ cm}^{-1}$.

^e For CO ,

$$\varphi_5 = \left[15.15 + 0.22\left(\frac{T}{T_0}\right)^{1/2} \right] \left[1 - \exp\left(-\frac{hc\eta}{kT}\right) \right]$$

where $\eta = 2143 \text{ cm}^{-1}$.

Table 3.2

Extrait de SIEGEL - HOWELL [1]

2. Autres problèmes.

a) Température de la flamme.

Je supposerai que la température de la flamme est homogène. En effet, considérer une flamme de température inhomogène rendrait les difficultés du calcul de l'émissivité encore beaucoup plus grandes, sans pour autant arriver à des résultats quantitatifs tellement meilleurs.

Une première manière de procéder serait de considérer que toute la flamme est à la température théorique de combustion. On obtient facilement cette température en faisant le bilan calorifique de la combustion. Soit T cette température,

$$\text{on a } \int_0^{t_1} c_{p1} dT + \int_0^{t_2} c_{p2} dT + \mathcal{P}_1 \rho = \sum \int_0^T \pi c_p dT \quad (3.18)$$

où t_1 = la température du combustible.

t_2 = la température du comburant.

λ = le poids du comburant utilisé (par kilo de combustible).

c_{p1} = chaleur spécifique à pression constante du combustible.

c_{p2} = chaleur spécifique à pression constante du comburant.

c_p = chaleur spécifique à pression constante des divers constituants des fumées.

π = le poids des divers constituants des fumées.

On aura les valeurs des enthalpies $H_i = \int_0^T c_{pi} dT$ en les lisant sur une table [6] ou en les approchant par la formule $H = \bar{c}_p T$, où \bar{c}_p est une chaleur spécifique moyenne.

Mais ce n'est pas la température qu'il faudrait employer car une partie de la chaleur est transmise directement par rayonnement et ne sert donc pas à chauffer les produits de la combustion. On doit donc employer une température plus petite, et qui est d'autant plus difficile à calculer qu'elle doit tenir compte du fait que la flamme n'est pas isotherme. Pour ne pas compliquer inutilement le calcul, je prendrai soit la température théorique de combustion, soit une température moyenne tirée de l'expérience.

b) Forme et dimension de la flamme.

L'on sait que les formes et les dimensions des flammes sont très variables suivant les conditions où on se place. L'on peut aussi remarquer qu'il n'existe aucune formule générale permettant de les calculer. Tout au plus trouve-t-on quelques formules permettant d'en calculer la longueur [7,8]. Il faudrait donc dans chaque cas étudier

la forme de la flamme. Comme le but de ce travail n'est pas de trouver des modélisations de la flamme, je ne m'attarderai pas à essayer de le faire.

Je considérerai que les flammes ont une forme cylindrique (ce qui, dans certains cas n'est pas loin de la vérité (voir fig. 3.7)). Pour calculer les dimensions de ce cylindre, soit je les déduirai de l'expérience, soit purement et simplement, je me contenterai d'en mettre qui soient du même ordre de grandeur que les réelles.

Pour ce qui est de la température des parois de la chambre de combustion, je ferai les mêmes approximations.

3. Calcul de l'exergie d'une flamme.

On a maintenant tout ce qu'il nous faut pour calculer l'exergie émise par la flamme en rayonnant.

En effet, on connaît :

- l'émissivité totale de la flamme ξ , ou bien les bandes sur lesquelles on doit supposer le rayonnement noir.
- la température de la flamme.
- les dimensions de la flamme.

On a vu (2.59a) que l'exergie du rayonnement émis par une surface A_1 vers une surface A_0 était égale à

$$E_{A_1-A_0} = E_0 F_{A_0 A_1} \cdot A_0 \quad (3.19)$$

$$\text{où (2.55) } E_0 = \frac{\sigma T_0^4}{3} + \int_0^1 Q_0 d\lambda - T_0 \int_0^1 S_0 d\lambda \quad (3.20)$$

En supposant valables les conditions nécessaires pour que les relations de réciprocité des facteurs de forme soient valables, on a

$$E_{A_1-A_0} = E_0 F_{A_1 A_0} A_1 \quad (3.21)$$

où $F_{A_1 A_0}$ est le facteur de forme entre les éléments A_1 et A_0 , ou, ce qui revient au même, la proportion d'énergie quittant A_1 et arrivant sur A_0 .

Dans le cas qui nous concerne, la surface émettrice est la surface de la flamme et la surface réceptrice les murs du foyer.

En supposant la chambre de combustion suffisamment haute, on peut supposer avec une bonne approximation que toute l'énergie rayonnante émise par la flamme atteint les murs.

$$\text{D'où, on a } F_{A_1-A_0} = 1 \quad (3.22)$$

et l'exergie émise par la flamme est égale à

$$E = E_0 \cdot A_1 \quad (3.23)$$

où A_1 est la surface de la flamme.

Le calcul de l'exergie émise par la flamme se ramène donc au calcul de cette quantité E_o , ce qui est assez simple.

a) Supposons qu'en utilisant les figures 3.1 à 3.5 on ait calculé l'émissivité totale de la flamme, soit ξ .

On peut alors considérer le rayonnement émis par la flamme comme un rayonnement gris, c'est à dire dont le pouvoir émissif ϵ_{ν} est égal à celui du corps noir $\epsilon_{\nu b}$ multiplié par l'émissivité ξ , et cela pour toutes les fréquences :

d'où, on a dans (3.20) :

$$Q_{\nu} = \xi \epsilon_{\nu b} = \xi Q_{\nu b} \quad (3.24)$$

$$S_{\nu} = \xi S_{\nu b} \quad (3.25)$$

où $Q_{\nu b}$ et $S_{\nu b}$ sont définis en (2.46) et (2.47)
En remplaçant dans (3.20), on a

$$E_o = \frac{\sigma T_o^4}{3} + \xi \sigma T^4 - \frac{4}{3} \xi \sigma T_o T^3 \quad (3.26)$$

où T est la température de la flamme
et T_o la température des murs.

b) Supposons qu'on ait utilisé les tableaux 3.1 et 3.2 pour calculer les différentes bandes. On a donc leur centre et leur largeur.

L'exergie émise par la flamme est égale à la somme des exergies émises par les bandes.

On aura donc :

$$E_o = \frac{\sigma T_o^4}{3} + \sum_{\text{bandes}} \int_{\nu_1}^{\nu_2} Q_{b\nu} d\nu - T_o \sum_{\text{bandes}} \int_{\nu_1}^{\nu_2} S_{b\nu} d\nu \quad (3.27)$$

ou, en approximant les intégrales :

$$E_o = \frac{\sigma T_o^4}{3} + \sum_{\text{bandes}} Q_{b\nu}(\nu_o) A_{\nu} - T_o \sum_{\text{bandes}} S_{b\nu}(\nu_o) A_{\nu} \quad (3.28)$$

C : Exemple pratique.

Comme application, je vais prendre un exemple qui n'est pas aussi théorique que je l'ai laissé entendre dans le chapitre précédent.

Je pars des résultats des essais d'un brûleur pour centrales thermiques de 700 M.W. [5]. Je le prends dans les conditions nominales, c'est à dire alimenté au fuel-oil avec un débit de 7 tonnes à l'heure. Je suppose que le fuel-oil est composé de 84 % de carbone et de 16 % d'hydrogène, en poids, sans impuretés. L'excès d'air est de 2 %.

Le comburant est introduit à la température de 150°C. Je suppose que le combustible est introduit à 0°C et que le pouvoir calorifique inférieur à pression constante est de 10.200 Kcal/Kg.

Calculons d'abord la température théorique de combustion. Dans 1 Kg de combustible, il y a :

- 840 g ou 70 atgr (atomes grammes) de carbone qui nécessitent 70 moles de O_2 pour produire 70 moles de CO_2 .
- 160 g ou 80 moles de H_2 qui nécessitent 40 moles de O_2 pour produire 80 moles de H_2O .

D'où, en supposant l'air composé de 21 % d'oxygène et de 79 % d'azote, on a :

- l'air strictement nécessaire : 524 moles.
- l'air réel avec excès d'air de 2 % : 534 moles.
- les gaz de combustion qui se décomposent en 70 moles de CO_2 , 80 moles d' H_2O , 414 moles de N_2 et 10 moles d'air, soit 150 moles de gaz triatomique et 424 moles de gaz diatomique.

On peut alors appliquer la formule (3.18), en prenant comme chaleur spécifique moyenne

\overline{C}_{p1} = 8 calories par mole pour les gaz triatomiques

\overline{C}_{p2} = 7 calories par mole pour les gaz diatomiques.

d'où on a : $150 \times 0,537 + 10.200 = (0,15 \times 8 + 0,424 \times 7) (T - 0)$

d'où $T = 2.466^\circ C$.

C'est une température fort élevée.

On peut voir à la figure 3.7 le réseau d'isothermes de la flamme cylindrique.

Quantitativement, les auteurs de l'essai ont fait l'estimation suivante sur les dimensions de la flamme, pour un débit de 7 tonnes par heure :

diamètre : 3,20 à 3,50 m
longueur : 10 à 11 m.

Je considérerai donc une flamme de 3,35 m de diamètre, de 10,50 m de longueur, et à la température uniforme de 1.900°C.

Les températures sur la paroi sont montrées à la figure 3.8. Je la supposerai constante et égale à 315°C.

La pression totale est supposée égale à 1 atmosphère.

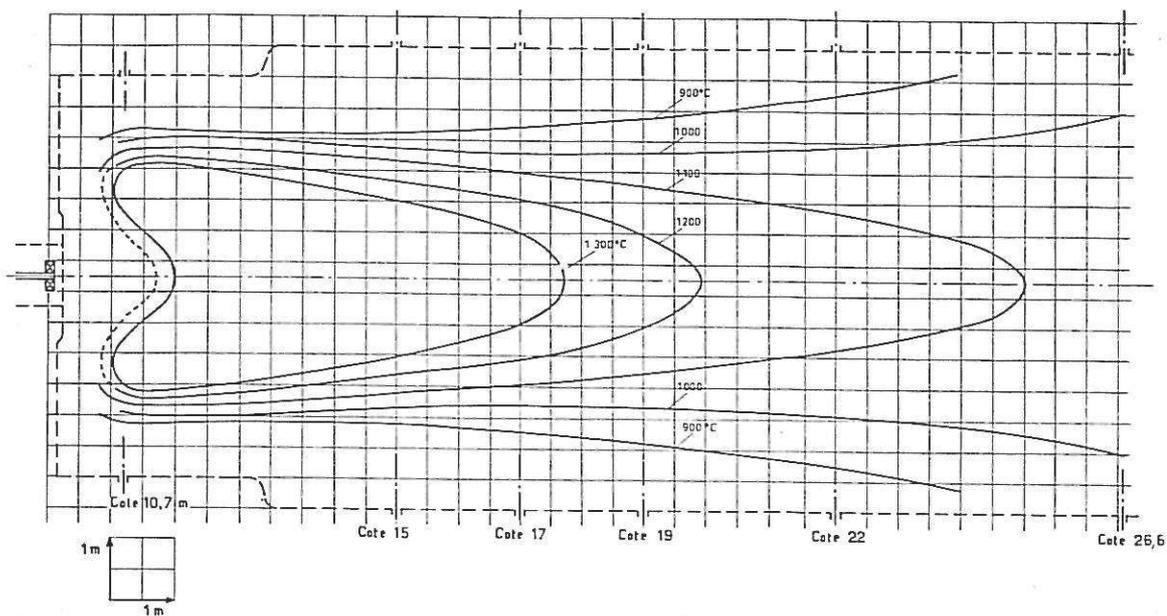


FIG. 9. — Réseau d'isothermes. Débit de fuel-oil = 7 000 kg/h - Excès d'air = 2%.
Rapport E.D.F. n° F 31974/23.

Fig. 3.7

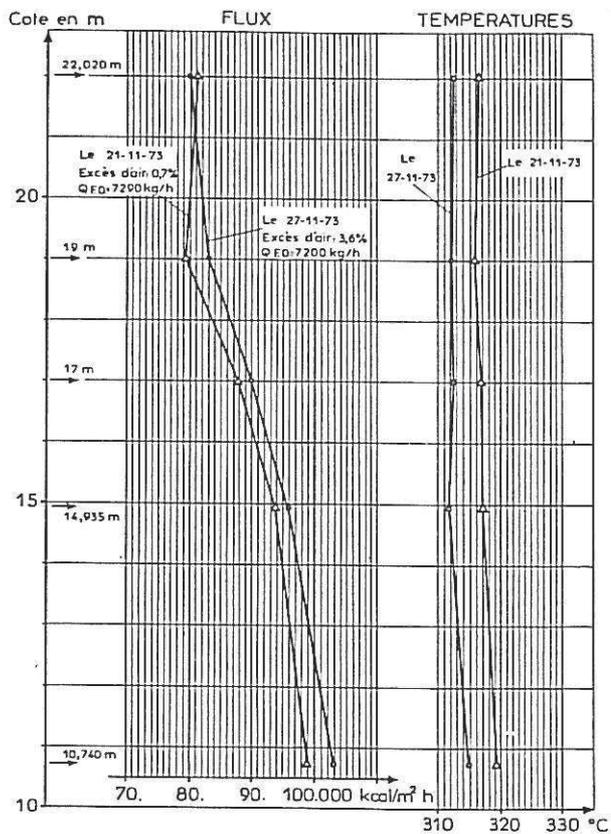


FIG. 10. — Flux et températures mesurés.
Rapport E.D.F. n° F 32974/006.

Extraits de
REVUE GENERALE
DE THERMIQUE [5]

Fig. 3.8

1. Calcul de l'émissivité totale.

- La température des gaz est de $1.900^{\circ}\text{C} = 2.173^{\circ}\text{K} = 3.911^{\circ}\text{R}$.
- La longueur moyenne du rayonnement L_{e0} est égale à (3.3)

$$L_{e0} = \frac{4V}{S} = \frac{4\pi \left(\frac{3,5^2}{4}\right) 10,5}{2\pi \left(\frac{3,5^2}{4}\right) + \pi \cdot 3,5 \cdot 10,5} = 3 \text{ m}$$

Comme le gaz est assez épais, je dois multiplier cette longueur par le facteur 0,9. D'où $L_e = 2,7 \text{ m} = 2,7 \times 3,281 = 8,87 \text{ ft}$.

- La pression totale est de 1 atm.
- La pression partielle de vapeur d'eau est égale à

$$P_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{80}{574} = 0,14 \text{ atm}$$

$$\text{D'où on a } P_{\text{H}_2\text{O}} \cdot L_e = 1,23 \text{ atm ft.}$$

- La pression partielle de CO_2 est égale à

$$P_{\text{CO}_2} = \frac{70}{574} = 0,12 \text{ atm}$$

$$\text{D'où } P_{\text{CO}_2} \cdot L_e = 1,08 \text{ atm ft.}$$

D'où, on peut regarder sur les figures 3.1 et 3.3 :

$$\xi_{\text{H}_2\text{O}} = 0,12$$

$$\xi_{\text{CO}_2} = 0,08$$

Il n'ya pas de corrections dues à la pression totale.

On peut calculer la correction due au recouvrement sur la fig. 3.5, en tenant compte que

$$\frac{P_{\text{H}_2\text{O}}}{P_{\text{H}_2\text{O}} + P_{\text{CO}_2}} = \frac{8}{15} \quad \text{et} \quad (P_{\text{CO}_2} + P_{\text{H}_2\text{O}}) L_e = 2,31 \text{ atm ft.}$$

$$\text{On trouve } \Delta \xi = 0,05$$

D'où l'émissivité totale ξ est égale à $0,12 + 0,08 + 0,05 = 0,15$.

Et, à l'aide de (3.23) et (3.26) on peut calculer l'exergie de la flamme :

$$E = E_0 \cdot A_1 \\ = \left(\frac{\sigma T_0^4}{3} + \epsilon \sigma T^4 - \frac{4}{3} \epsilon \sigma T_0 T^3 \right) A_1$$

où $T_0 = 588^\circ\text{K}$

$T = 2173^\circ\text{K}$

$\xi = 0,15$

$\sigma = 4,93 \cdot 10^{-8} \text{ Kal/h m}^2\text{K}^4$

A_1 est la surface émettrice, soit la surface latérale du cylindre augmentée de celle de la base supérieure.

On a donc, tous les calculs faits :

$$E = 13,43 \cdot 10^6 \text{ Kcal/h} = 15,59 \text{ MW}$$

L'énergie émise est égale à

$$W = \xi \sigma T^4 A_1$$

On peut calculer facilement que le rapport de l'exergie à l'émission ψ vaut 65 %, vu que $W = 20,63 \cdot 10^6 \text{ Kcal/h}$.

On peut aussi facilement calculer la quantité d'énergie dégagée par la combustion.

$$\text{Elle vaut } Q = 7000 \cdot 10^3 \cdot 10,2 = 70,2 \cdot 10^6 \text{ Kcal/h}$$

On a donc que le rapport de l'énergie émise par rayonnement à l'énergie dégagée par la combustion vaut 29,4 %.

2. Calcul par bandes.

Pour chaque bande, on va d'abord calculer :

- le centre de la bande ν_0 , en hertz.
- la largeur de bande $\Delta \nu$
- les limites inférieures et supérieures de la bande, ν_1 et ν_2

Calculons d'abord les grandeurs dont on aura besoin :

$$T = 1900^\circ \text{C} = 3911^\circ \text{R} = 2173^\circ \text{K}$$

$$P_{N_2} = \left(414 + \frac{10 \times 79}{100} \right) \frac{1}{574} = 0,74 \text{ atm.}$$

$$P_{H_2O} = 0,14 \text{ atm}$$

$$P_{CO_2} = 0,12 \text{ atm}$$

$$L_e = 2,7 \text{ m}$$

$$X = P L_e = 2,7 P \text{ g/m}^2$$

Pour l'eau, on a

$$P_{H_2O} = 0,14 \frac{1}{22,4 \text{ l/mol}} \cdot \frac{18 \text{ g}}{\text{mol}} \cdot \frac{1000 \text{ l}}{\text{m}^3} \cdot \frac{273}{2173} = 14,13 \text{ g/m}^3$$

et de même :

$$P_{CO_2} = 0,12 \frac{1}{22,4} \cdot 44 \cdot 1000 \cdot \frac{273}{2173} = 29,6 \text{ g/m}^3$$

$$\text{d'où : } X_{H_2O} = 38,16 \text{ g/m}^2$$

$$X_{CO_2} = 79,9 \text{ g/m}^2$$

I. Bandes de H_2O .

a) Bande $6,3 \mu m$

Centre de la bande : $\eta_0 = 1600 \text{ cm}^{-1}$, ou $\nu_0 = 4,8 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$

$$b = 5$$

$$m = 1$$

$$c_1 = 41,2$$

$$c_2 = 44$$

$$c_3 = 52 \left(T/T_0 \right)^{0,5} = 242,4$$

$$P_2 = \left[\frac{(0,14 + 510,74)}{1} \right]^4 = 3,84$$

$$\beta = \frac{c_2^2 P_2}{4 c_1 c_3} = 0,186 < 1$$

$$\underline{1^{\text{er}} \text{ essai}} : \bar{A} = c_3 \left(\ln \left(\frac{c_2^2 \times P_2}{4 c_3^2} \right) + 2 - \beta \right) = 485,3 \text{ cm}^{-1}$$

$$\text{Or, on a } c_3 (2 - \beta) = 439,7 \text{ cm}^{-1} < 485,3 \text{ cm}^{-1}$$

Cette corrélation est donc bonne.

On a : $\Delta \eta = 485,3 \text{ cm}^{-1}$, d'où $\Delta \nu = 1,46 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$

$$\nu_1 = 4,07 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$$

$$\nu_2 = 5,53 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$$

b. bande de 2,7 μm

Centre de la bande : $\eta_0 = 3750 \text{ cm}^{-1}$, ou $\nu_0 = 11,25 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$

$$b = 5$$

$$m = 1$$

$$c_1 = 23,3$$

$$c_2 = 39$$

$$c_3 = 65 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{0,5} = 303$$

$$P_e = 3,84$$

$$\beta = \frac{c_2^2 P_e}{4 c_1 c_3} = 0,207 < 1$$

$$\underline{1^{\text{er}} \text{ essai}} : \bar{A} = c_3 \left(\ln \left(\frac{c_2^2 \times P_e}{4 c_3^2} \right) + 2 - \beta \right) = 485,3 \text{ cm}^{-1}$$

$$\text{Mais } c_3 (2 - \beta) = 543 \text{ cm}^{-1} > 485 \text{ cm}^{-1}$$

Cette corrélation ne va donc pas.

$$\underline{2^{\text{er}} \text{ essai}} : \bar{A} = c_2 (X P_e)^{1/2} - \beta c_3 = 410,9 \text{ cm}^{-1}$$

$$\text{et on a : } c_3 (2 - \beta) = 543 \text{ cm}^{-1} > 410,9 \text{ cm}^{-1}$$

$$\beta c_3 = 61 \text{ cm}^{-1} < 410 \text{ cm}^{-1}$$

Cette corrélation est donc bonne.

$$\text{On a } \Delta \eta = 410,9 \text{ cm}^{-1} \text{ ou } \Delta \nu = 1,23 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$$

$$\text{et } \nu_1 = 10,63 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$$

$$\nu_2 = 11,87 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$$

c. bande de 1,87 μm

Centre de la bande : $\eta_0 = 5350 \text{ cm}^{-1}$ ou $\lambda_0 = 16,05 \cdot 10^{-13} \text{ Hz}$.

$$b = 5$$

$$m = 1$$

$$C_1 = 3,0 \psi_{0+1}(T)$$

$$\psi_{0+1}(T) = \left[1 - \exp\left(-\frac{hc}{kT} (\eta_2 + \eta_3)\right) \right] \left[1 - \exp\left(-\frac{hc\eta_2}{kT}\right) \right]^{-1} \left[1 - \exp\left(-\frac{hc\eta_3}{kT}\right) \right]^{-1}$$

$$\text{avec } \eta_2 = 1595 \text{ cm}^{-1} = 159500 \text{ m}^{-1}$$

$$\eta_3 = 3756 \text{ cm}^{-1} = 375600 \text{ m}^{-1}$$

$$\frac{hc}{kT} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 2173} = 6,629 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\text{D'où } \psi_{0+1}(T) = [1 - \exp(-3,547)] [1 - \exp(-1,057)]^{-1} [1 - \exp(-2,49)]^{-1} = 1,621$$

D'où

$$C_1 = 4,864$$

$$C_2 = 6,0 C_1^{0,5} = 13,233$$

$$C_3 = 46 (T/T_0)^{0,5} = 214,431$$

$$P_e = 3,84$$

$$\beta = \frac{C_2^2 P_e}{4 C_1 C_3} = 0,161 < 1$$

$$1^{\text{er}} \text{ essai } \bar{A} = C_2 (\lambda P_e)^{412} - \beta C_3 = 125,6 \text{ cm}^{-1}$$

$$\text{Or } \beta C_3 = 34,5 \text{ cm}^{-1} < 125 \text{ cm}^{-1}$$

$$C_3 (2 - \beta) = 394,3 \text{ cm}^{-1} > 125 \text{ cm}^{-1}$$

Cette corrélation est donc bonne.

$$\text{On a } \Delta \eta = 125,6 \text{ cm}^{-1} \text{ ou } \Delta \nu = 0,377 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$$

$$\text{et } \nu_1 = 15,86 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$$

$$\nu_2 = 16,24 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$$

d. bande de 1,38 μm

$$\text{Centre de la bande : } \eta_0 = 7250 \text{ cm}^{-1} \text{ ou } \nu_0 = 21,75 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$$

$$b = 5$$

$$m = 1$$

$$C_1 = 2,5 \varphi_{101}(T)$$

$$\varphi_{101}(T) = \left[1 - \exp\left(-\frac{hc}{kT} (\eta_1 + \eta_3)\right) \right] \left[1 - \exp\left(-\frac{hc}{kT} \eta_1\right) \right]^{-1} \left[1 - \exp\left(-\frac{hc}{kT} \eta_3\right) \right]^{-1}$$

$$\text{où } \eta_1 = 3652 \text{ cm}^{-1} \text{ et } \eta_3 = 3756 \text{ cm}^{-1}$$

$$\text{D'où, } \varphi_{101}(T) = 1,189$$

$$\text{et } C_1 = 2,5 \times 1,189 = 2,971$$

$$C_2 = 8,0 \quad C_1^{0,5} = 13,790$$

$$C_3 = 46 (T/T_0)^{0,5} = 214,431$$

$$P_e = 3,84$$

$$\beta = \frac{C_2^2 P_e}{4 C_1 C_3} = 0,287 < 1$$

$$\underline{1^{\text{er}} \text{ essai}} : \bar{A} = C_2 (X P_e)^{1/2} - \beta C_3 = 105,4 \text{ cm}^{-1}$$

$$\text{Or } \beta C_3 = 61,5 \text{ cm}^{-1} < 105,4 \text{ cm}^{-1}$$

$$C_3 (2 - \beta) = 367,3 \text{ cm}^{-1} > 105,4 \text{ cm}^{-1}$$

Donc la corrélation est bonne.

$$\text{On a donc } \Delta \eta = 105,4 \text{ cm}^{-1} \text{ ou } \Delta \nu = 0,316 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$$

$$\text{et } \nu_1 = 21,59 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$$

$$\nu_2 = 21,91 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$$

— — — — —

On peut, comme première illustration calculer l'émissivité de l'eau. Il suffit pour cela de calculer la quantité d'énergie rayonnée en supposant ces bandes noires et de la diviser par l'énergie qu'un corps noir aurait émise.

Cette quantité est

$$W_b = \sigma T^4 = 4,93 \cdot 10^{-8} (2773)^4 \text{ kcal/m}^2\text{h}$$

$$= 1,10 \cdot 10^6 \text{ kcal/m}^2\text{h}$$

$$= 1,277 \text{ MW/m}^2$$

Pour intégrer la loi de Planck sur les différentes bandes, on peut soit intégrer numériquement (1), soit employer la formule simplifiée (3.16) (2).

On obtient ainsi :

$$\begin{aligned} \text{bande } \underline{6,3} \mu\text{m} : \nu_0 &= 4,8 \cdot 10^{13} \text{ Hz} & \Delta\nu &= 1,46 \cdot 10^{13} \text{ Hz} \\ \nu_1 &= 4,07 \cdot 10^{13} \text{ Hz} & \nu_2 &= 5,53 \cdot 10^{13} \text{ Hz} \end{aligned}$$

$$\text{D'où, par (1), } W_{1,6,3} = \int_{\nu_1}^{\nu_2} e_{b\nu} d\nu = 39,60 \text{ kW/m}^2$$

$$\text{par (2), } W_{2,6,3} = 1,46 \cdot 10^{13} \frac{2\pi h \nu_0^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu_0/kT} - 1} = 39,63 \text{ kW/m}^2$$

De la même façon, pour les autres bandes, on obtient :

$$\begin{aligned} W_{1,2.7} &= 74,27 \text{ kW/m}^2 \\ W_{2,2.7} &= 73,76 \text{ kW/m}^2 \\ W_{1,1.87} &= 21,64 \pm 5 \cdot 10^{-5} \text{ kW/m}^2 \\ W_{2,1.87} &= 21,47 \text{ kW/m}^2 \\ W_{1,1.38} &= 12,61 \pm 3 \cdot 10^{-5} \text{ kW/m}^2 \\ W_{2,1.38} &= 12,45 \text{ kW/m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{D'où en sommant, on a } W_1 \text{ TOTAL} &= 148,15 \text{ kW/m}^2 \\ W_2 \text{ TOTAL} &= 147,3 \text{ kW/m}^2 \end{aligned}$$

Et les émissivités correspondantes sont égales à

$$\begin{aligned} \xi_1 &= 0,147 / 1,277 = 11,54 \% \\ \xi_2 &= 0,143 / 1,277 = 11,60 \% \end{aligned}$$

On voit que les 2 méthodes donnent des résultats assez semblables (une différence de moins de 0,5 %). Aussi, comme mon but n'est pas de faire le calcul le plus exact possible mais de montrer les méthodes de calcul, je me limiterai maintenant à calculer par la seconde méthode.

On constate aussi que les schémas donnant l'émissivité totale en donnent une bonne approximation (on avait $\xi = 12 \%$)

II. Bandes du CO_2 .a. bande de $15 \mu\text{m}$.

Centre de la bande : $\eta_0 = 667 \text{ cm}^{-1}$ ou $\nu_0 = 2 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$

$$b = 1,3$$

$$n = 0,7$$

$$C1 = 19$$

$$C2 = 6,9 (T/T_0)^{0,5} = 32,16$$

$$C3 = 12,9 (T/T_0)^{0,5} = 60,13$$

$$P_2 = (10,12 + 1,3 \cdot 0,74)^{0,7} = 1,093$$

$$\beta = 0,247 < 1$$

$$1^{\text{er}} \text{ essai : } \bar{A} = C2 (XPe)^{1/2} - \beta C3 = 285,7 \text{ cm}^{-1}$$

$$\text{Or } \beta C3 = 14,8 < 285,7 \text{ cm}^{-1}$$

$$(2-\beta) C3 = 105,4 < 285,7 \text{ cm}^{-1}$$

Cette corrélation n'est donc pas bonne.

$$2^{\text{er}} \text{ essai : } \bar{A} = C3 \left(Q_m \frac{C_2^2 \times P_2}{4C_3^2} + 1 - \beta \right) = 215,6 \text{ cm}^{-1}$$

Cette valeur est valable.

$$\text{D'où : } \Delta \eta = 215,6 \text{ cm}^{-1} \text{ et } \Delta \nu = 0,646 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$$

$$\nu_1 = 1,677 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$$

$$\nu_2 = 2,323 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$$

b. bande de $10,4 \mu\text{m}$.

Centre de la bande : $\eta_0 = 960 \text{ cm}^{-1}$, ou $\nu_0 = 2,88 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$

$$b = 1,3$$

$$n = 0,8$$

$$C1 = 0,76 \psi_1(T), \text{ avec } \eta_1 = 1351 \text{ cm}^{-1} \text{ et}$$

$$\eta_2 = 2396 \text{ cm}^{-1}$$

$$\text{D'où } \psi_1(T) = [1-0,5][0,41-0,08][1-0,41]^{-1}[1-0,20]^{-1} \\ = 0,35$$

D'où $C1 = 0,26$

$$C2 = 1,6 (T/T_0)^{0,5} C1^{0,5} = 4,41$$

$$C3 = 12,4 (T/T_0)^{0,5} = 57,80$$

$$Pe = (10,12 + 1,3 \cdot 0,74)^{0,8} = 1,089$$

$$\beta = 0,352 < 1.$$

$$1^{\text{er}} \text{ essai : } \bar{A} = C2 (XPe)^{1/2} - \beta C3 = 21,86 \text{ cm}^{-1}$$

$$\text{Or } \beta C3 = 20,436 \text{ cm}^{-1} < 21,86 \text{ cm}^{-1}$$

$$(2 - \beta) C3 = 95,3 \text{ cm}^{-1} > 21,86 \text{ cm}^{-1}.$$

Cette corrélation est donc bonne et on a :

$$\Delta \eta = 21,86 \text{ cm}^{-1} \quad \text{ou } \Delta \nu = 0,066 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$$

$$\nu_1 = 2,847 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$$

$$\nu_2 = 2,913 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$$

c. bande $9,4 \mu\text{m}$.

$$\text{Centre de la bande : } \eta_0 = 1060 \text{ cm}^{-1} \quad \text{ou } \nu_0 = 3,18 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$$

Tous les paramètres sont les mêmes qu'en b, donc la largeur de bande est la même, et :

$$\Delta \eta = 21,86 \text{ cm}^{-1} \quad \text{ou } \Delta \nu = 0,066 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$$

$$\nu_1 = 3,147 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$$

$$\nu_2 = 3,213 \cdot 10^{13} \text{ Hz}.$$

d. bande de $4,3 \mu\text{m}$.

Centre de la bande : $\eta_0 = 2350 \text{ cm}^{-1}$, ou $\nu_0 = 7;05 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$.

$$b = 1,3$$

$$n = 0,8$$

$$P_e = 1,089$$

$$C_1 = 110$$

$$C_2 = 31 (T/T_0)^{0,5} = 144,5$$

$$C_3 = 11,5 (T/T_0)^{0,5} = 53,6$$

$$\beta = 0,965 < 1$$

$$\underline{1^{\text{er}} \text{ essai}}: \bar{A} = C_3 \left(\ln \frac{C_2^2 \times P_e}{4 C_3^2} + 2 - \beta \right) = 326,9 \text{ cm}^{-1}$$

$$\text{Or } (2 - \beta) C_3 = 55,5 < 326$$

Cette corrélation est donc bonne.

$$\text{On a : } \Delta \eta = 326,8 \text{ cm}^{-1} \text{ ou } \Delta \nu = 0,98 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$$

$$\nu_1 = 6,47 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$$

$$\nu_2 = 7,53 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$$

e. bande de $2,7 \mu\text{m}$.

Centre de la bande : $\eta_0 = 3715 \text{ cm}^{-1}$, ou $\nu_0 = 11,15 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$.

$$b = 1,3$$

$$n = 0,65$$

$$P_e = 1,095$$

$$C_1 = 4,0 \psi_2 (T) = 4,0 \times 1,95 = 7,80$$

$$C_2 = 8,6 \psi_3 (T) = 54,77$$

$$C_3 = 24 (T/T_0)^{0,5} = 111,88$$

$$\beta = 0,941 < 1$$

$$\underline{1^{\text{er}} \text{ essai}} : \bar{A} = C_3 \left(\ln \frac{C_2 \times P_e}{4 C_3^2} + 2 - \beta \right) = 303,9 \text{ cm}^{-1}$$

$$\text{Or, on a } C_3 (2 - \beta) = 118 \text{ cm}^{-1} < 303 \text{ cm}^{-1}$$

La corrélation est donc bonne.

$$\text{D'où } \Delta \eta = 303 \text{ cm}^{-1} \quad \text{et } \Delta \nu = 0,91 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$$

$$\text{et } \nu_1 = 10,70 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$$

$$\nu_2 = 11,60 \cdot 10^{13} \text{ Hz} .$$

3. Calcul de l'exergie.

On a calculé les bandes de H_2O et du CO_2 , bandes sur lesquelles il faut considérer le rayonnement comme noir. Seulement, dans la flamme, les 2 gaz sont présents en même temps si bien qu'il peut y avoir des effets de recouvrement.

On voit que c'est le cas ici pour les bandes de $2,7\mu m$. En effet, les 2 gaz ont une bande d'absorption dans cette zone spectrale, dont les dimensions sont :

$$\begin{aligned} H_2O : \nu_1 &= 10,63 \cdot 10^{13} \text{ Hz} & \nu_2 &= 11,87 \cdot 10^{13} \text{ Hz.} \\ CO_2 : \nu_1 &= 10,70 \cdot 10^{13} \text{ Hz} & \nu_2 &= 11,60 \cdot 10^{13} \text{ Hz.} \end{aligned}$$

On voit que la bande de la vapeur d'eau recouvre complètement celle du CO_2 . Aussi dans les calculs suivants, on ne devra plus tenir compte de la bande de $2,7 \mu m$ du CO_2 .

On peut maintenant calculer l'exergie de la flamme par les formules (3.28) et (3.23) : $E = E_o \cdot A_1$,

où A_1 est la surface rayonnante

$$\text{et } E_o = \frac{\pi T_o^4}{3} + \sum_{\text{bandes}} Q_{b,i} (\nu_{b,i} \Delta \nu) - T_o \sum_{\text{bandes}} S_{b,i} (\nu_{b,i} \Delta \nu)$$

On peut facilement calculer ces valeurs en s'aidant d'un tableau où on porte ces valeurs pour chaque bande devant être considérée (voir tableau 3.3).

Donc, en prenant $T_o = 588^\circ K$, on a

$$\begin{aligned} E_o &= \frac{1}{3} \cdot 4,98 \cdot 10^{-8} \cdot (588)^4 \cdot \frac{4,18}{3600} + 195,9 - \frac{4}{3} \cdot 588 \cdot 136,7 \cdot 10^{-3} \\ &= 91,0 \text{ KW/m}^2. \end{aligned}$$

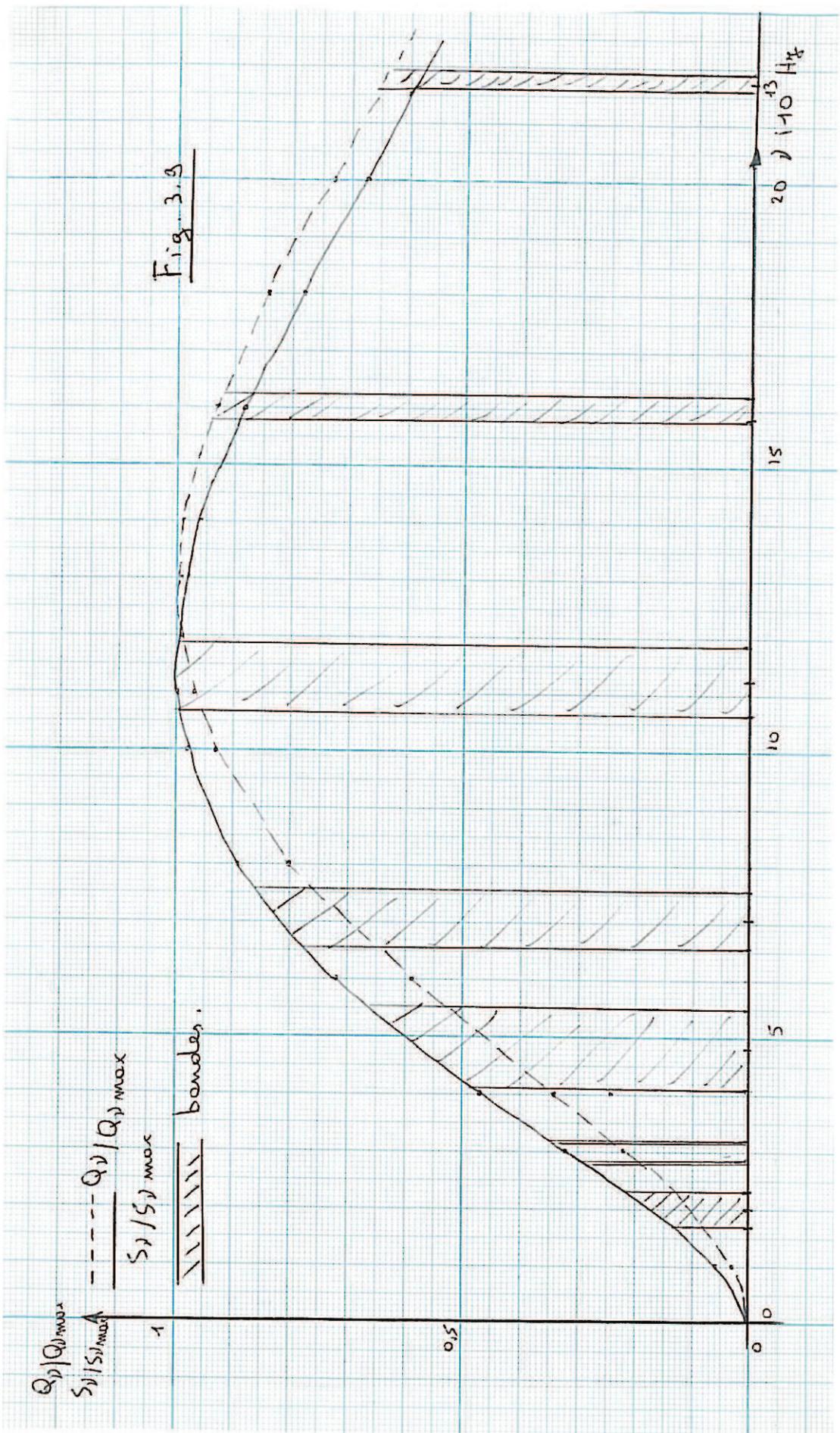
On peut avec ce tableau, voir aussi que l'énergie émise par la flamme est de $195,9 \text{ KW/m}^2$, d'où son émissivité est de

$$\frac{195,9}{1277} = 0,153, \text{ ce qui est proche de l'émissivité trouvée tantôt.}$$

Si l'énergie rayonnée est bien représentée par la formule "totale", par contre, il n'en est pas de même pour l'entropie. En effet, ici on a une entropie totale

Bandes (μm)	Centre de la bande de (10^{13} Hz)	Largeur de la bande ($\Delta\nu$) (10^{13} Hz)	$Q_p(\%)$ A_p (KW/mm^2)	$S_p(\%)$ A_p ($\text{KW}/\text{mm}^2 \cdot \text{K}$)
15 μm	2	0,646	4,3	$4,55 \cdot 10^{-3}$
10,4 μm	2,88	0,066	0,81	$0,76 \cdot 10^{-3}$
9,4 μm	3,18	0,066	0,96	$0,88 \cdot 10^{-3}$
6,3 μm	4,80	1,46	39,63	$32,04 \cdot 10^{-3}$
4,3 μm	7,05	0,98	42,47	$30,67 \cdot 10^{-3}$
2,7 μm	11,25	1,23	73,76	$47,02 \cdot 10^{-3}$
1,87 μm	16,05	0,377	21,47	$12,62 \cdot 10^{-3}$
1,35 μm	21,75	0,316	12,45	$8,253 \cdot 10^{-3}$
TOTAL			195,86	$136,8 \cdot 10^{-3}$

Tabl. 3.3



de $136,8 \text{ W/m}^2\text{K}$. Avec la formule (3.25), on aurait

$$\begin{aligned} S &= \frac{4}{3} \epsilon \sigma T^3 \\ &= \frac{4}{3} \cdot 0,15 \cdot 4,93 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{4,18}{3600} \cdot (12173)^4 \\ &= 117,5 \text{ W/m}^2\text{K}. \end{aligned}$$

On a donc une erreur importante, de l'ordre de 20 %

Cette erreur se répercute naturellement sur le calcul de l'exergie.

Maintenant le rapport de l'exergie émise vaut

$$\psi = \frac{91,0}{195,0} = 46,5 \% \text{ contre } 65 \% \text{ tantôt}$$

On voit que l'erreur sur l'entropie est encore multipliée lorsqu'on calcule l'exergie.

Cette "erreur" est due au fait que l'entropie spectrale évolue de façon différente de l'énergie avec la fréquence, si bien que certaines bandes peuvent se trouver dans une zone où l'énergie est petite, mais l'entropie grande.

L'exergie émise par la flamme est donc

$$E = A_0 \cdot E_0 = 125,1 \cdot 90 = 11,259 \text{ MW}.$$

Tantôt, on avait trouvé $E = 15,59 \text{ MW}$, ce qui fait une erreur relative de plus de 35 %.

On peut voir sur la figure 3.9 la cause de cette différence. J'y ai reporté l'énergie et l'entropie spectrales rapportées à leur valeur maximale, ainsi que l'emplacement des différentes bandes. On voit bien que pour la plupart des bandes, l'entropie spectrale est relativement plus grande que l'énergie. Si l'on suppose le corps gris, comme avec la première méthode, on voit que dans la première partie du spectre l'entropie est "plus grande" que l'énergie, mais c'est l'inverse dans la deuxième partie.

Maintenant, on voit que presque toutes les bandes se trouvent dans la première partie. Il est donc normal que l'on trouve une entropie totale plus grande que si le corps était gris, et par conséquent une exergie plus petite.

Ce fait est extrêmement important, car, même si le calcul que j'ai fait n'est pas très bon en absolu (à cause des grosses approximations que j'ai dû faire), il montre que l'exergie rayonnée par la flamme sera toujours plus petite que ce à quoi on s'attend. Il est donc extrêmement intéressant d'utiliser la méthode spectrale, car même si on est dans des conditions où la valeur réelle de l'exergie n'est pas très bien calculée, on a quand même une excellente approximation du rapport de l'exergie à l'énergie rayonnée, bien meilleure qu'en supposant le rayonnement gris.

Principaux symboles utilisés.

α	: coefficient d'absorption.
A	: surface.
$\bar{\Delta}$: largeur de bande.
atm.	: atmosphère.
b,n	: paramètres de pression.
C	: vitesse de la lumière.
C1,C2,C3	: paramètres de bande.
$^{\circ}\text{C}$: degrés centigrade.
C_p	: chaleur spécifique à pression constante.
ϵ	: pouvoir émissif.
E	: exergie.
Eo	: exergie par unité de surface.
ft	: pieds (=0,305m).
h	: constante de Planck.
h	: heure.
hz	: Hertz.
H	: enthalpie.
K	: constante de Boltzmann.
$^{\circ}\text{K}$: degrés Kelvin.
Kcal	: Kilocalories.
KW, MW	: Kilowatts, mégawatts.
Le	: longueur moyenne de rayonnement.
P	: Pression.
Pe	: pression équivalente.
q,Q	: quantité de chaleur.
$P_{i,p}$: pouvoir calorifique inférieur à pression constante.
$^{\circ}\text{R}$: degrés Rankine.
S	: entropie.
T	: température.
V	: volume.
W	: travail, quantité d'énergie.

α	: absorbtivité.
B	: paramètre de bande.
ϵ	: émissivité.
P	: masse volumique.
σ	: constante de Stefan.
μm	: microns ($= 10^{-6}\text{m}$).
ψ	: rapport d' l'exergie à l'énergie.
ν	: fréquence.
n_L	: nombre d'onde.
λ	: longueur d'onde.
ν_0	: centre d'une bande.
ν_1, ν_2	: limites d'une bande.
$\Delta\nu$: largeur d'une bande.

<u>Indices.</u>	i, j	: caractérise la raie i ou j .
	CO_2	: grandeur se rapportant au CO_2 .
	H_2O	: grandeur se rapportant à H_2O .
	ν	: grandeur spectrale.
	b	: grandeur relative à un corps noir.
	g	: grandeur relative à un gaz.
	o	: grandeur se trouvant dans les conditions de l'environnement.

CONCLUSIONS.

=====

Nous sommes enfin arrivé au but du travail.

En effet, dans le deuxième chapitre, on a trouvé des formules permettant de calculer l'exergie d'un rayonnement quelconque arrivant sur une surface, et ce en parfait accord avec la théorie générale de l'exergie développée au chapitre I. Ces formules sont simples et permettent donc un emploi assez aisé.

Quant à l'exergie rayonnée par les flammes, on a vu qu'il était difficile d'en obtenir des valeurs réellement bonnes. En effet, il faudrait pouvoir modéliser la flamme nettement mieux. Néanmoins, la voie est ouverte et les difficultés purement radiatives ont été, je crois, surmontées. La difficulté maintenant est d'appliquer les relations trouvées à des flammes de mieux en mieux modélisées, mais cette modélisation des flammes est un problème assez différent de celui que je voulais traiter.

On peut quand même faire une constatation importante : l'exergie d'une flamme n'est, en général, pas très grande par rapport à l'énergie rayonnée. On voit bien ce fait en comparant les résultats obtenus par les 2 méthodes que j'ai employées. L'exergie calculée par la méthode spectrale est nettement plus petite que celle calculée par la méthode globale, alors que pour l'énergie, on obtient pratiquement les mêmes valeurs. Or, si la méthode spectrale ne donne pas dans ce cas-ci de bonnes valeurs absolues de l'exergie, elle en donne de très bonne du rapport de l'exergie à l'énergie rayonnée, et le calcul de ce rapport montre que l'exergie d'une flamme est nettement plus petite que celle à quoi on s'attendait. Ce résultat est dû, on l'a vu, au fait que l'entropie du rayonnement émis par la flamme est plus grande que celle qu'elle émettrait si elle émettait un rayonnement gris. C'est, je crois, une des remarques les plus importantes que l'on peut faire sur les résultats de ce travail.

Table des matières.

INTRODUCTION.

<u>CHAPITRE I : l'exergie</u>	1.1
1.1. Modèle de l'atmosphère : l'environnement passif	1.2
1.2. Systèmes humains.	1.4
1.3. Principes généraux.	1.5
1.4. Cas du mur rigide et diathermique.	1.6
1.5. Cas du mur déformable.	1.7
1.6. Dissipation et irréversibilité.	1.8
1.7. L'état "mort" et l'exergie.	1.8
1.8. Applications	1.10
1.8.a Cycle de Carnot.	1.10
1.8.b Exergie d'un gaz parfait.	1.10
1.8.c Processus à volume ou pression constante.	1.12
Rappels des principaux symboles utilisés	1.13
Bibliographie	1.14

<u>CHAPITRE II : Exergie d'un rayonnement calorifique.</u>	2.1
2.1. Rappels sur le rayonnement.	2.1
2.2. Exergie d'une radiation "noire".	2.6
2.3. Exergie de l'émission.	2.9
2.4. Exergie d'une radiation arbitraire.	2.14
2.5. Applications	2.18
Appendice.	2.23
Liste des principaux symboles utilisés.	2.25
Bibliographie.	2.26

CHAPITRE III : Exergie rayonnées par les flammes.

3.A. Difficultés représentées par le calcul du rayonnement d'une flamme	3.2
3.A1. Calcul de l'émissivité.	3.2
3.A2. Calcul des autres paramètres	3.4
3.B. Résolution des difficultés	3.5

3.B1 Calcul de l'émissivité.	3.5
3.B1a Introduction	3.5
3.B1a* Emissivité totale	3.6
3.B1b* Intégration des émissivités spectrales	3.11
3.B2 Autres problèmes.	3.18
3.B2a température de la flamme	3.18
3.B2b Forme et dimension de la flamme	3.18
3.B3 Calcul de l'exergie d'une flamme	3.20
3.C. Exemple partique.	3.22
3.C1 Calcul de l'émissivité totale	3.25
3.C2 Calcul par bandes	3.27
3.C2.1 Bandes de H ₂ O	3.28
3.C2.2 Bandes de CO ₂	3.34
3.C3 Calcul de l'exergie.	3.38
Liste des principaux symboles utilisés	3.43
Bibliographie	3.45

CONCLUSIONS.

TABLE DES MATIERES.