



Approches multi-échelles et éléments finis Solid-Shell

Laurent Duchêne

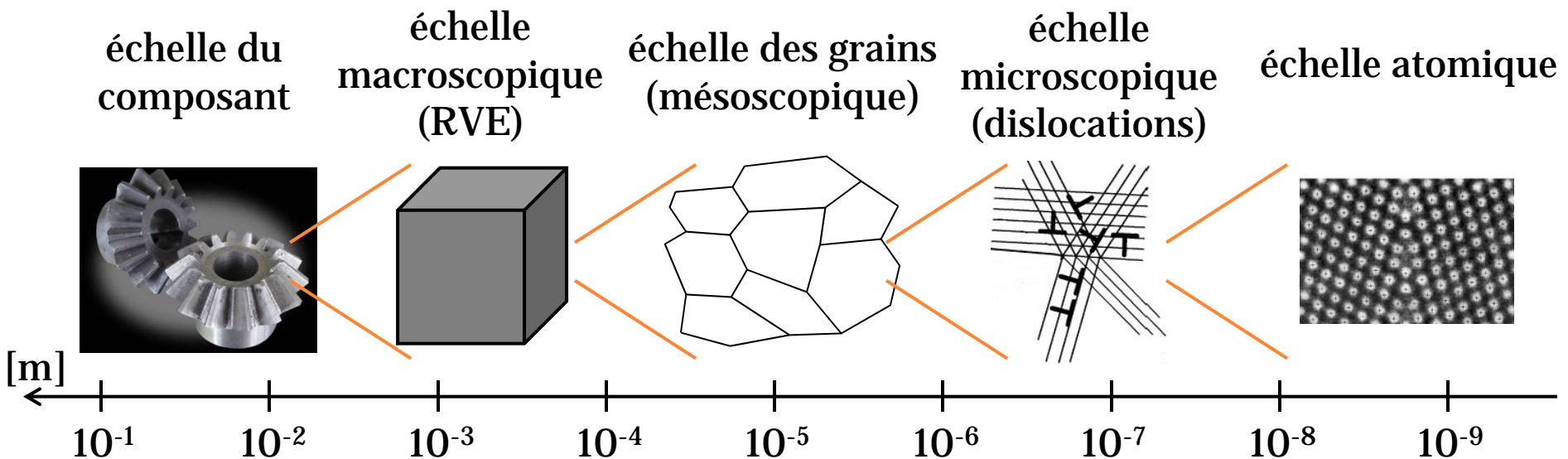
Leçon inaugurale

23 /01 /2012

Approches multi-échelles

But: Obtenir le comportement d'un matériau à une échelle souhaitée en partant du comportement (mieux connu...) à une (ou plusieurs) autre(s) échelle(s).

Échelles ?



Approches multi-échelles

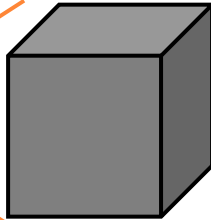


Échelles ?

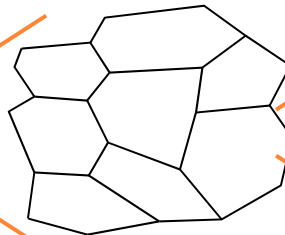
échelle du
composant



échelle
macroscopique
(RVE)



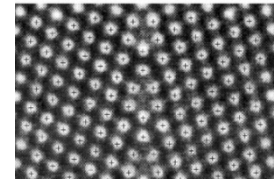
échelle des grains
(mésoscopique)



échelle
microscopique
(dislocations)



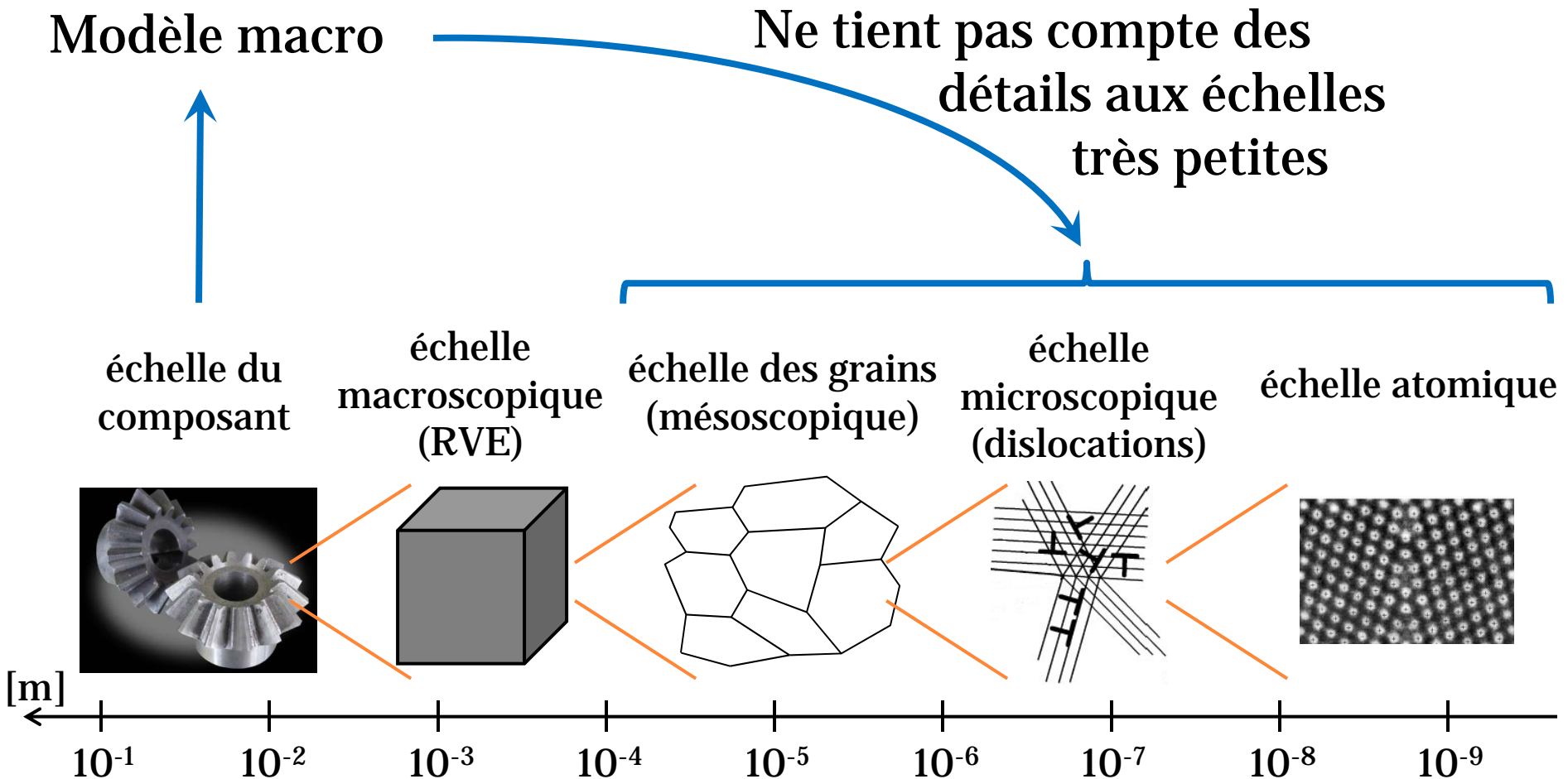
échelle atomique



[m]

10⁻¹ 10⁻² 10⁻³ 10⁻⁴ 10⁻⁵ 10⁻⁶ 10⁻⁷ 10⁻⁸ 10⁻⁹

Approches multi-échelles



Approches multi-échelles

Impossible de représenter
tout le composant

Modèle micro

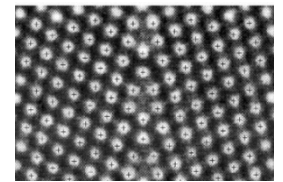
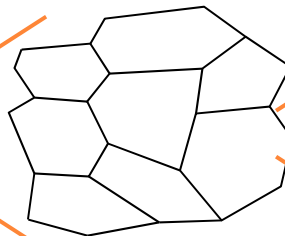
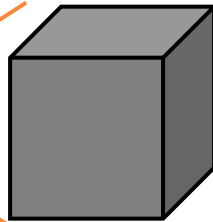
échelle du
composant

échelle
macroscopique
(RVE)

échelle des grains
(mésoscopique)

échelle
microscopique
(dislocations)

échelle atomique



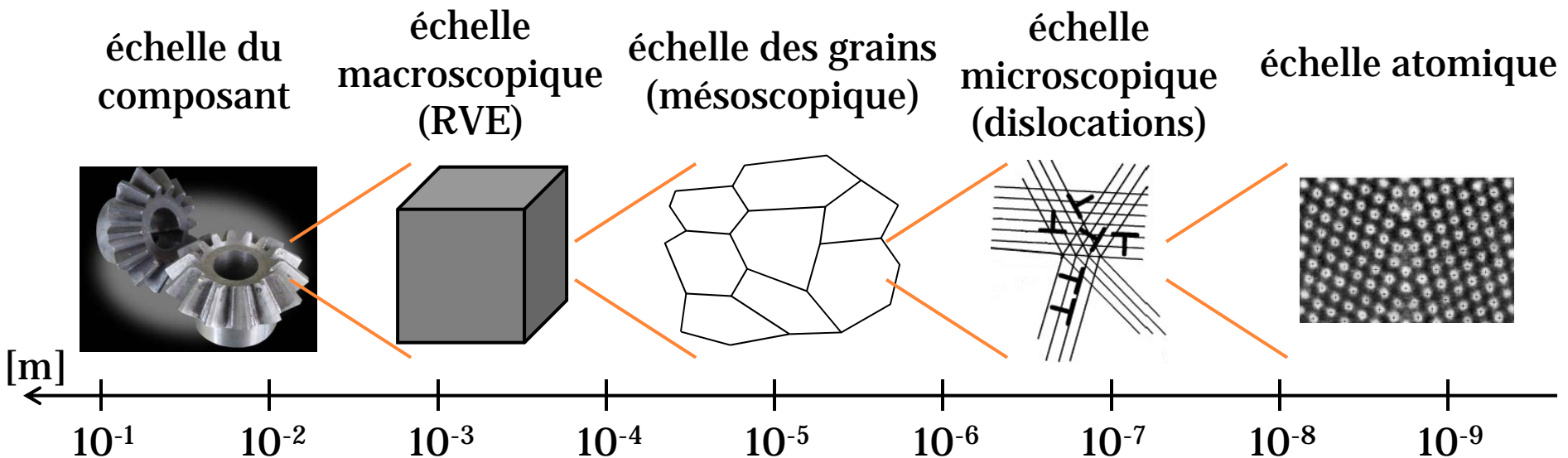
[m]

10⁻¹ 10⁻² 10⁻³ 10⁻⁴ 10⁻⁵ 10⁻⁶ 10⁻⁷ 10⁻⁸ 10⁻⁹

Approches multi-échelles

Intérêt: { Efficacité des approches macro
Précision des approches micro

⇒ Techniques de transition d'échelles



Techniques de transition d'échelles

Quelques exemples:

Idéalisation (simplification) de l'interaction entre les grains

→ Modèle de Taylor

Tous les grains subissent la même déformation (= déformation macro)

⇒ Compatibilité entre grains **OK**

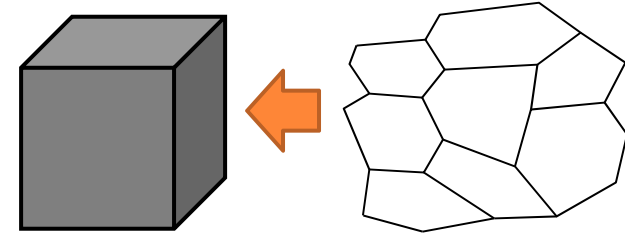
⇒ ~~Equilibre~~

→ Modèle de Sachs

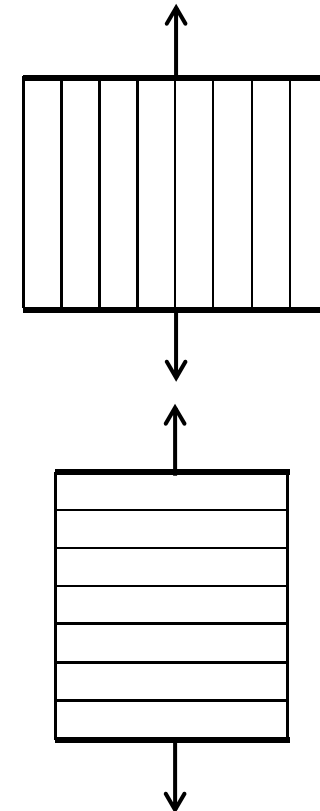
Tous les grains subissent la même contrainte (= contrainte macro)

⇒ ~~Compatibilité entre grains~~

⇒ Equilibre **OK**



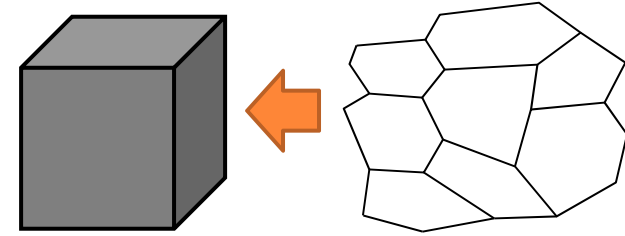
Représentation 1D



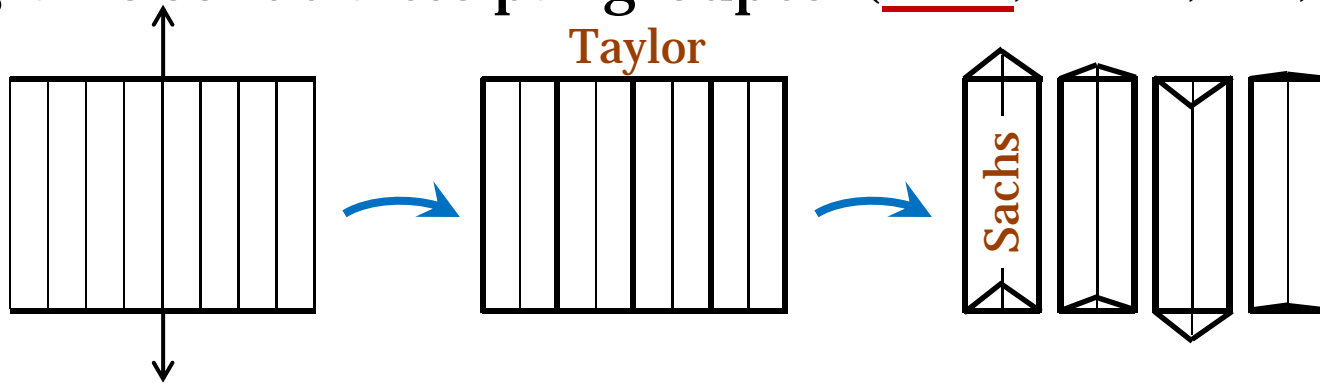
Techniques de transition d'échelles

Quelques exemples:

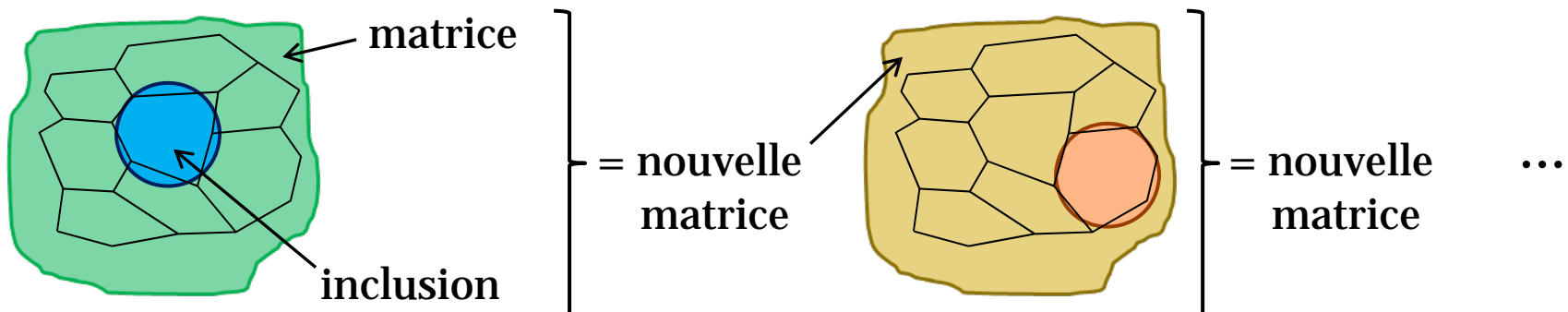
Intermédiaires entre Taylor et Sachs



→ Les grains sont traités par groupes (Lamel, Alamel, GIA, Multisite...)



→ Modèle auto-cohérent (self-consistent)

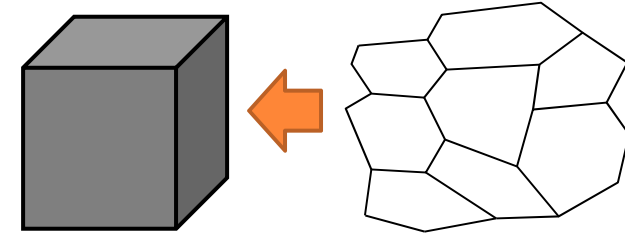
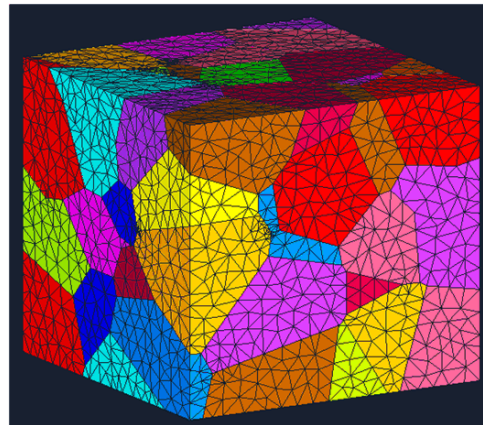


Techniques de transition d'échelles

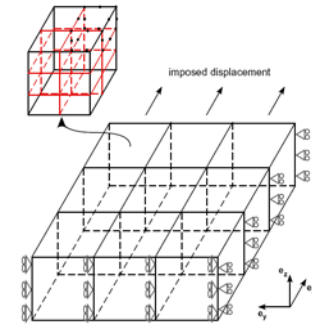
Quelques exemples:

→ CPFEM
(crystal plasticity finite
element method)

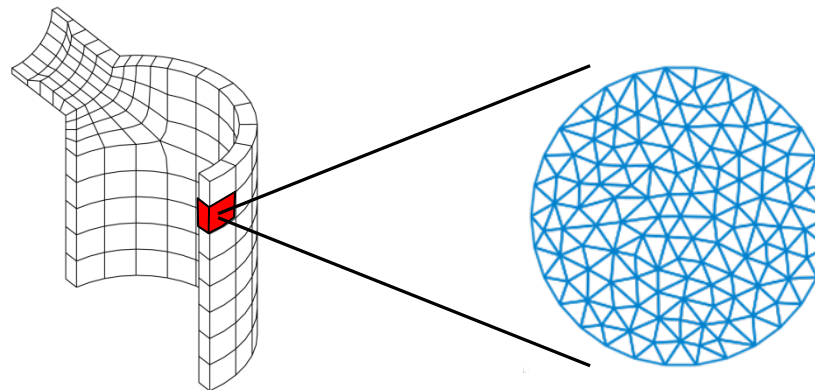
Utilisation des éléments finis
pour déterminer l'interaction
entre les grains



Meilleurs équilibre et
compatibilité entre grains



→ FEM²

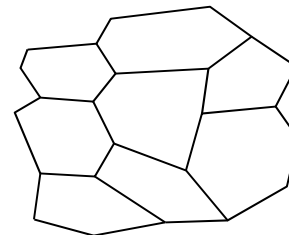
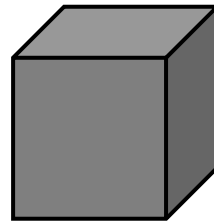


Techniques de transition d'échelles

Quelques exemples:

→ Transition d'échelles via des paramètres matériau

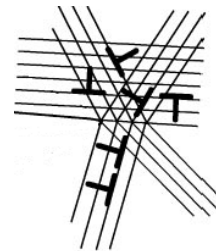
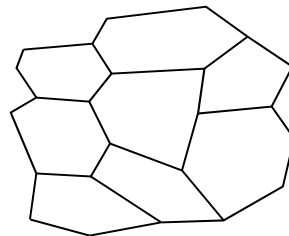
Loi analytique avec coefficients



Modèle de plasticité cristalline (Taylor, Lamel, CPFEM...)

→ Coefficients pour le matériau étudié

Modèle de plasticité cristalline avec prise en compte des interactions entre dislocations (via coefficients)



Modèle DDD (Discrete Dislocation Dynamic)

→ Coefficients d'interaction des dislocations

Approches multi-échelles

Progrès rapides depuis 1990

- Meilleures connaissances des mécanismes au(x) niveau(x) micro
 - ⇒ Modèles + réalistes
- Amélioration des performances informatiques
 - ⇒ Modèles + détaillés

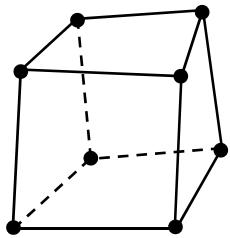
Choix du modèle

- En fonction de l'application étudiée
 - du matériau
 - de la précision souhaitée (niveau de détail des résultats)

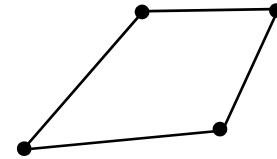
Eléments finis Solid-Shell

Qu'est-ce que c'est ?

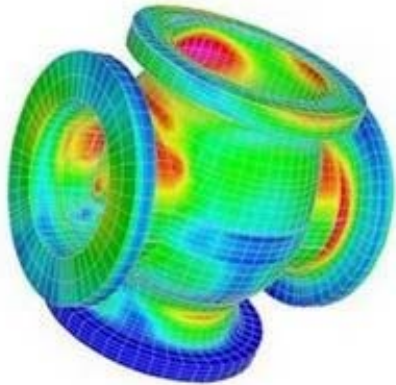
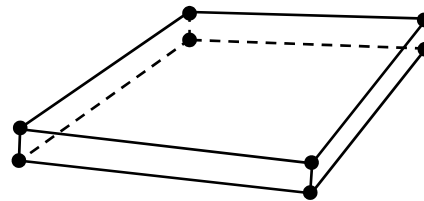
Elément solide
(brique à 8 nœuds)



Elément coque
(shell)



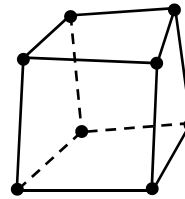
Elément Solid-Shell



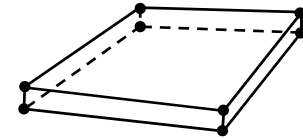
Éléments finis Solid-Shell

Formulation: Quelles sont les équations dans un Solid-Shell ?

Départ: élément solide à 8 nœuds



Problème: mauvais comportement quand épaisseur faible



- ↳ Locking (élément trop raide) pour certains modes de déformation
- ↳ Mauvais conditionnement de la matrice de raideur
(→ problème numérique lors de la résolution)

Remèdes: - EAS (Enhanced Assumed Strain)

- ANS (Assumed Natural Strain)

- Schéma d'intégration

Technique EAS

But: Enrichissement des modes de déformation de l'élément

Déformation en un point dans un élément ?

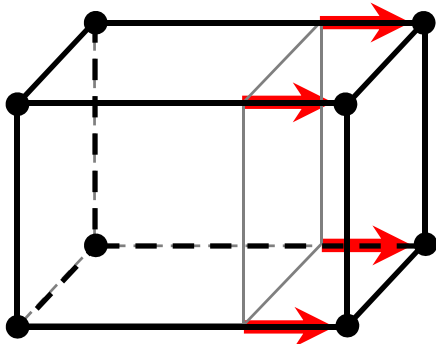
Sans EAS $\underline{\underline{\varepsilon}} = \nabla^s \underline{\underline{u}} = \underline{\underline{B}} \underline{\underline{U}}$

8 nœuds X 3 directions = 24 ddl

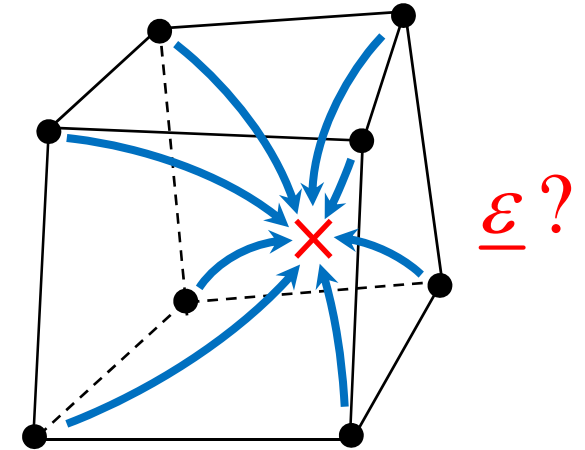
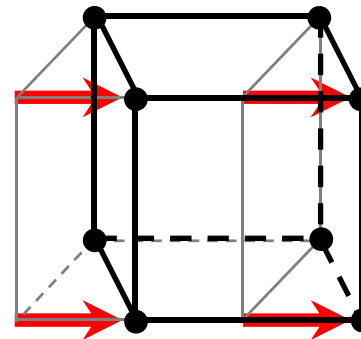
Contient 24 modes de déformation

Exemples:

Allongement uniforme



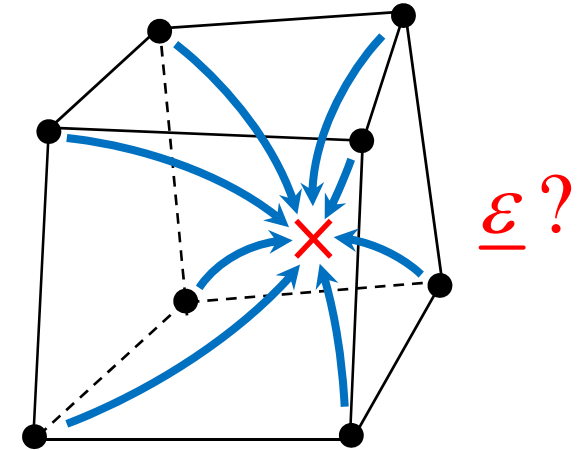
Cisaillement uniforme



Technique EAS

But: Enrichissement des modes de déformation de l'élément

Déformation en un point dans un élément ?



Sans EAS $\underline{\underline{\varepsilon}} = \nabla^s \underline{\underline{u}} = \underline{\underline{B}} \underline{\underline{U}}$

8 nœuds X 3 directions = 24 ddl
 Contient 24 modes de déformation

Avec EAS $\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{B}} \underline{\underline{U}} + \underline{\underline{G}} \underline{\underline{\alpha}}$

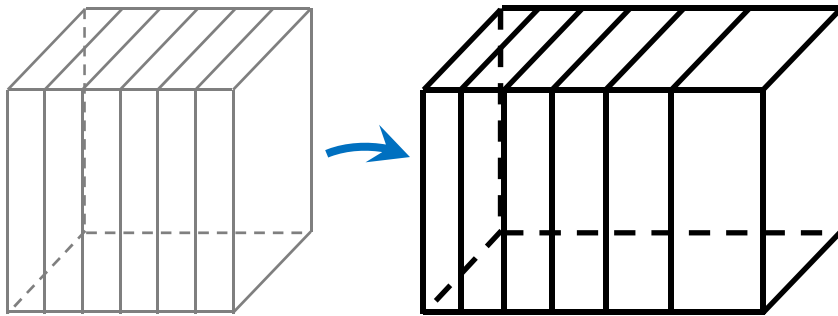
Modes de déformation additionnels
 ddl associés (1 à 30)

Technique EAS

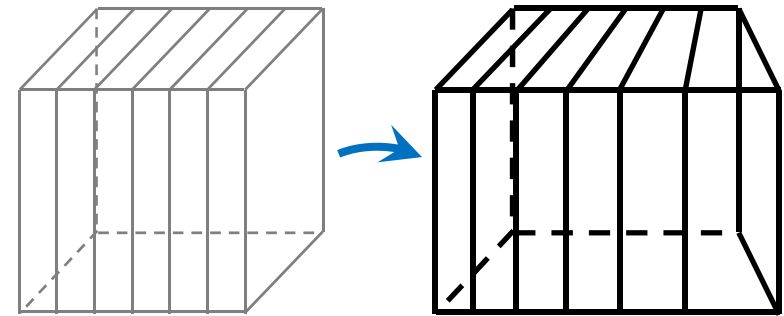
But: Enrichissement des modes de déformation de l'élément

Exemples:

Allongement non uniforme



Cisaillement non uniforme



Modes de déformation additionnels

ddl associés (1 à 30)

Avec EAS

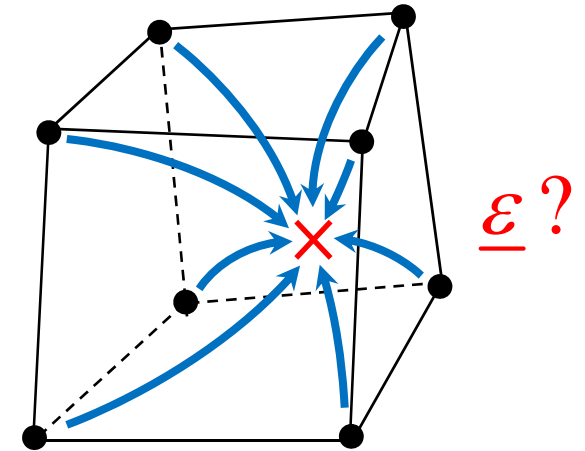
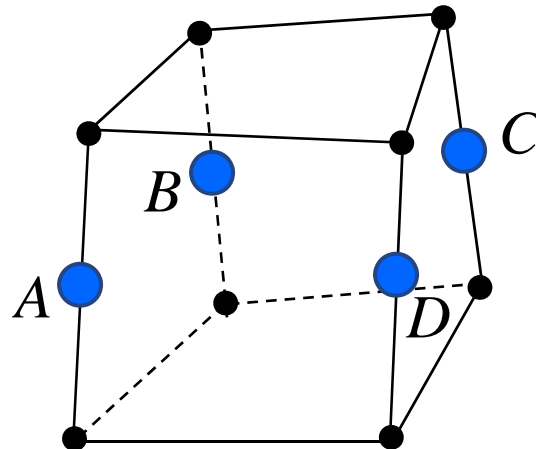
$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{B}} \underline{\underline{U}} + \underline{\underline{G}} \underline{\underline{\alpha}}$$

Technique ANS

But: Elimination de contributions nuisantes de déformation

Sans ANS $\underline{\varepsilon} = \nabla^s \underline{u} = \underline{\underline{B}} \underline{U}$

Avec ANS

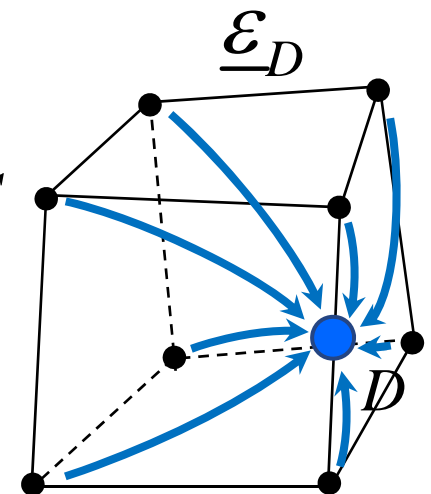
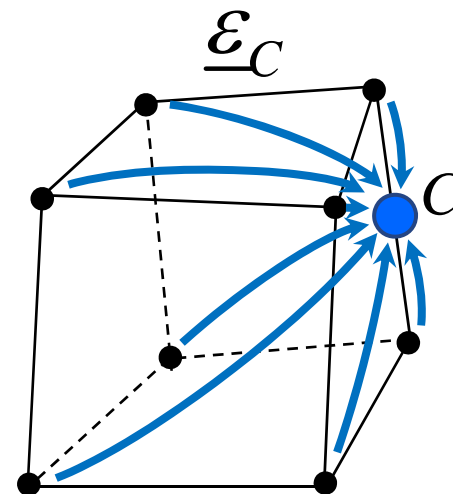
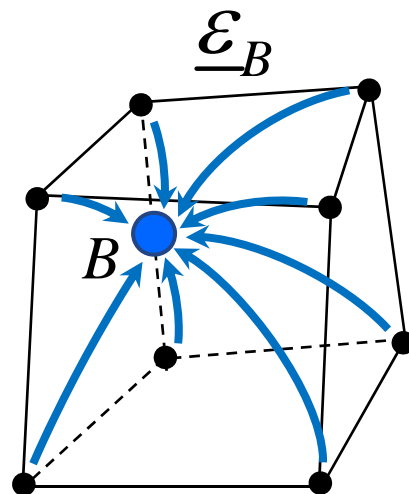
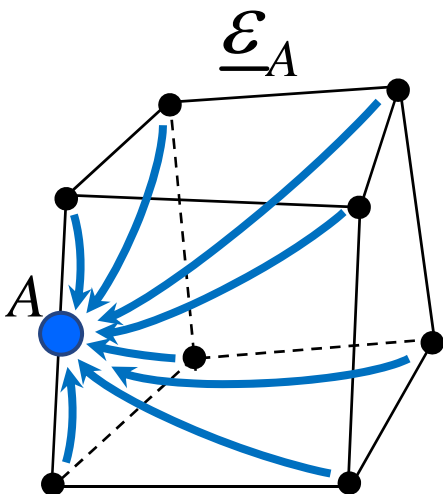
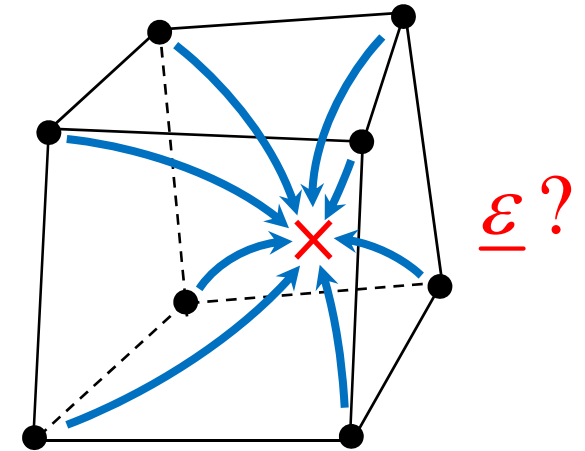


Technique ANS

But: Elimination de contributions nuisantes de déformation

Sans ANS $\underline{\varepsilon} = \nabla^s \underline{u} = \underline{\underline{B}} \underline{U}$

Avec ANS 1^{ère} étape



Technique ANS

But: Elimination de contributions nuisantes de déformation

Sans ANS $\underline{\varepsilon} = \nabla^s \underline{u} = \underline{\underline{B}} \underline{U}$

Avec ANS 2^{ème} étape

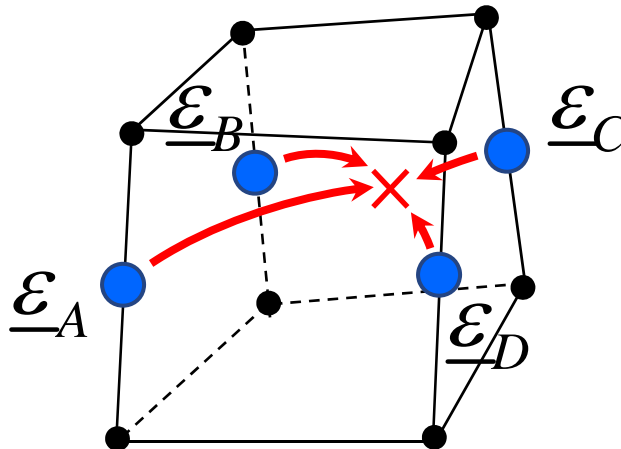
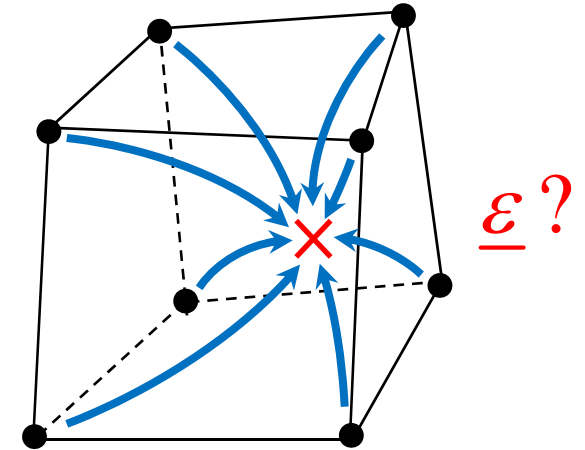


Schéma d'intégration

But: Adapter le schéma d'intégration au mode de déformation de l'élément

Schéma d'intégration ? = nombre et localisation des PI

$$\int_{Volume} \Phi(x, y, z) dv \approx \sum_{\text{éléments}} \int_{V_{\text{élément}}} \Phi(x, y, z) dv$$

$$\approx \sum_{\text{éléments}} \sum_{PI} \Phi(x_{PI}, y_{PI}, z_{PI}) W_{PI}$$

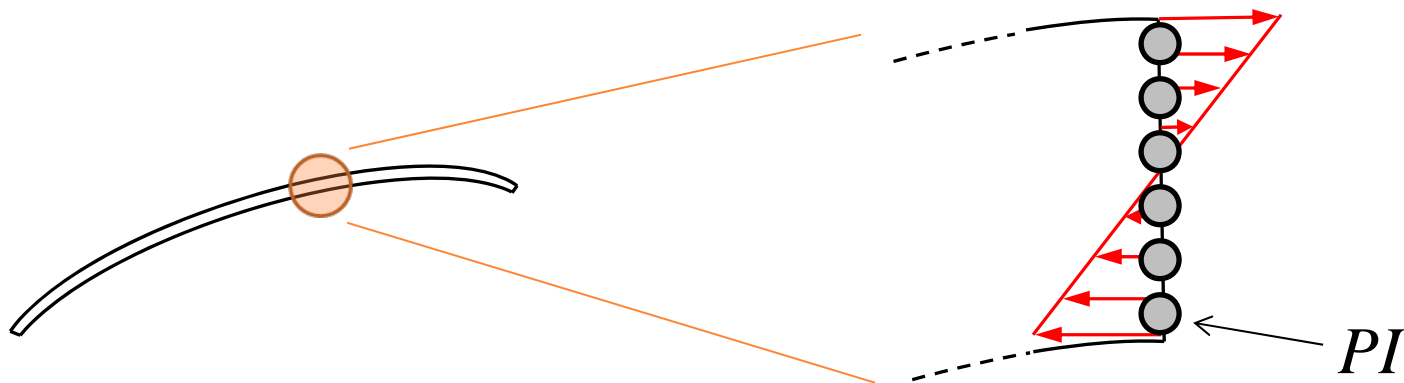
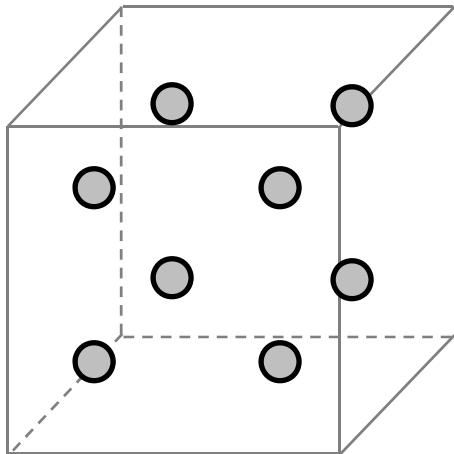


Schéma d'intégration

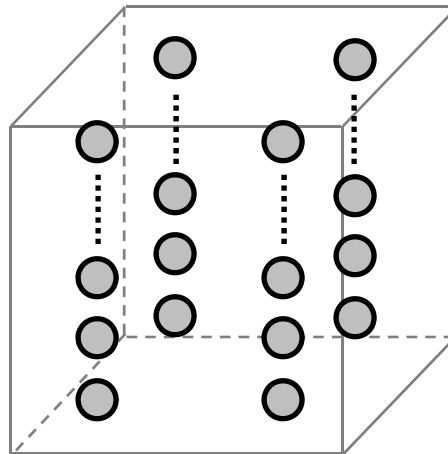
But: Adapter le schéma d'intégration au mode de déformation de l'élément

Intégration complète classique



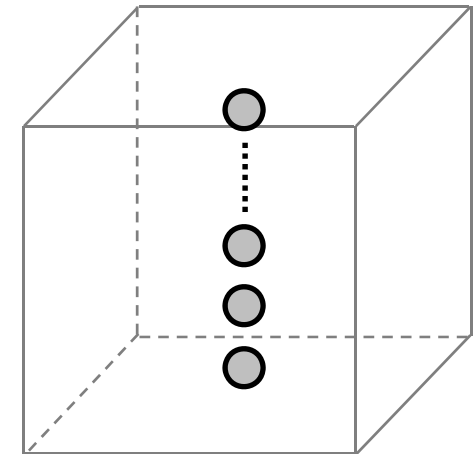
$2 \times 2 \times 2$ PI

Intégration complète dans le plan et n PI selon l'épaisseur



$2 \times 2 \times n$ PI

Intégration réduite dans le plan et n PI selon l'épaisseur



$1 \times 1 \times n$ PI

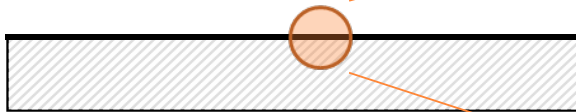
Eléments finis Solid-Shell

Quelques applications:

→ Mise en forme de tôles



→ Modélisation de revêtements fins

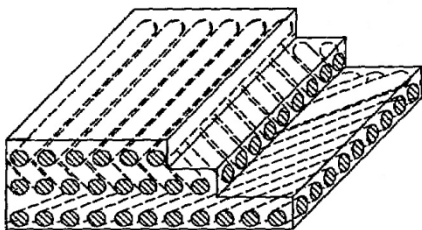


Aluminium (~50nm)

Polymère (~10 μ m)

Acier (~1mm)

→ Matériaux composites



Éléments finis Solid-Shell

Performances des éléments Solid-Shell:

Rapport de forme d'un élément = dimension max / dimension min

(avec résultat suffisamment précis !)

Éléments solides classiques: 10 maximum

Éléments Solid-Shell: 1000 et plus !

Quel élément Solid-Shell ?

Technique EAS: beaucoup de choix possibles
(1 à 30 modes)

Technique ANS: plusieurs choix possibles

Schéma d'intégration: plusieurs choix possibles

} ⇒ Très nombreuses
combinaisons possibles

⇒ Adapter la formulation de l'élément en fonction de l'application
(géométrie, mode de chargement, résultat souhaité, temps de calcul...)