

# COMPORTEMENT A GRANDE VITESSE DES ROULEMENTS A BILLES A GORGES PROFONDES CHARGES RADIALEMENT

Jean-François DEBONGNIE

Jean-Luc BOZET

Méthodes de Fabrication  
Eléments de Machines et Tribologie  
Université de Liège, C3, 21, rue E.Solvay, B-4000 Liège, Belgique

## I. INTRODUCTION

Les exemples d'utilisation des roulements dans le domaine des grandes vitesses de rotation sont de plus en plus nombreux. Outre les machines-outils, qui tournent de plus en plus vite, citons les turbines à gaz et les turbopompes des moteurs-fusées. Ces applications nouvelles sortent du cadre de la théorie classique et nécessitent donc, pour être menées à bien, des études particulières, tant sur le plan théorique que par voie expérimentale.

L'étude que nous présentons constitue une première étape d'un programme de recherche plus vaste axé sur le sujet.

En se limitant au cas du roulement rigide à billes sans jeu, on peut se contenter, dans une première approche, de considérer uniquement les effets centrifuges en négligeant toute interaction éventuelle des billes avec la cage. Une légère approximation supplémentaire permet de se ramener au cadre classique et de traiter aisément ce cas d'une manière analytique simple se prêtant à une discussion des résultats.

## II. TRAITEMENT APPROCHE DES DEFORMATIONS DE CONTACT

Sous l'effet d'une charge extérieure, les deux bagues se rapprochent l'une de l'autre de la distance (voir fig.1)

$$\delta = \delta_i + \delta_e \quad (1)$$

En remplaçant  $\delta_i$  et  $\delta_e$  par leur expression, il vient

$$\delta = k_i Q_i^{2/3} + k_e Q_e^{2/3} \quad (2)$$

les indices i et e repérant respectivement les contacts hertziens bille-bague intérieure et bille-bague extérieure.

$k_i$  et  $k_e$ , grandeurs caractéristiques de la rigidité du contact entre chaque bille et les

bagues, se calculent par la théorie de Hertz [1] en faisant intervenir uniquement des paramètres propres à la géométrie du roulement considéré. En toute généralité  $k_i$  et  $k_e$  diffèrent l'une de l'autre et sont, de plus, indépendantes de la charge appliquée au contact.

En exprimant l'équilibre d'une bille suivant la ligne OO' joignant le centre de la bille et le centre du roulement, il vient (voir fig.1)

$$Q_e = Q_i + F_c \quad (3)$$

où  $F_c$  représente la force centrifuge exercée par la bille.

Si l'on note  $\delta_c$  le déplacement radial de la bille sous l'effet de la seule force centrifuge,

$$\text{on a donc} \quad \delta_c = k_e F_c^{2/3} \quad (4)$$

$$\text{et} \quad \frac{\delta}{\delta_c} - 1 = \frac{k_i}{k_e} \left( \frac{Q_i}{F_c} \right)^{2/3} + \left( 1 + \frac{Q_i}{F_c} \right)^{2/3} - 1 \quad (\delta > \delta_c) \quad (5)$$

Pour  $\delta \leq \delta_c$ , on a  $Q_i = 0$  et  $Q_e = F_c$ .

$$\text{En posant } x = (\delta/\delta_c) - 1, \quad y = Q_i/F_c, \quad (6)$$

on se ramène à la relation sans dimension

$$x = (k_i/k_e) y^{2/3} + (1+y)^{2/3} - 1 \quad (7)$$

Il est possible de montrer [3] que sur 4 décades, cette expression admet l'inverse approché

$$y = Ax^n \quad (8)$$

$$\text{avec} \quad n = 3B/(2B+0.2671), \quad B = (k_i/k_e) + 0.537, \quad A = B^{-n} \quad (9)$$

Cette approximation permet de traiter le cas présent de la même manière que la théorie classique.

### III. DISTRIBUTION DES EFFORTS

Un déplacement radial  $\delta_r$  de la bague intérieure induit des déplacements relatifs des 2 bagues

$$\delta(\theta) = \delta_r \cos\theta, \quad (10)$$

valeur qui ne dépasse  $\delta_c$  que pour  $|\theta| \leq \theta_o$  (voir fig.2), avec

$$\cos\theta_o = \delta_c/\delta_r \quad (11)$$

Les charges locales sur la bague intérieure sont donc données par

$$Q_i/F_c = A [(\cos\theta/\cos\theta_o) - 1]^n, \quad (12)$$

ce qui implique

$$Q_{\max i}/F_c = A [(1/\cos\theta_o) - 1]^n \quad (13)$$

et, dans le cadre de l'approximation de Sjövall [4],

$$F_r / zF_c = A/\pi \int_0^{\theta_0} [(\cos\theta/\cos\theta_0) - 1]^n \cos\theta d\theta \quad , \quad (15)$$

où z est le nombre de billes.

La charge maximale sur la bague *extérieure*  $Q_{\max e}$  vérifie quant à elle

$$Q_{\max e} / F_c = 1 + Q_{\max i} / F_c \quad (16)$$

C'est elle qui est dimensionnante pour la capacité statique du roulement. La charge statique équivalente est en effet donnée par

$$P_o = 0.2334 zQ_{\max e} \quad (17)$$

#### IV. CHARGE DYNAMIQUE EQUIVALENTE

La charge dynamique équivalente se calcule, selon Lundberg et Palmgren par,

$$P^w = (P_i^w + \xi^w P_e^w) / (1 + \xi^w) \quad (18)$$

avec  $w = 10/3$ ,  $\xi$  étant le rapport des capacités de charge des 2 bagues ( voir [2] ou [3] pour son calcul ). Les charges relatives aux 2 bagues sont

$$P_i = 0.4068 z \left( \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} Q_i^3 d\theta \right)^{1/3} = zF_c J_i(A, n, \theta_0) \quad (19)$$

$$P_e = 0.3894 z \left( \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} Q_e^w d\theta \right)^{1/w} = zF_c J_e(A, n, \theta_0) \quad (20)$$

valeurs qui s'obtiennent sans peine par voie numérique. On peut en déduire les valeurs de  $P_i/F_r$ ,  $P_e/F_r$  et, finalement, de  $P/F_r$  par (18).

Le tableau ci-dessous donne à titre d'illustration les valeurs obtenues pour  $k_i=k_e$  et  $\xi = 0.5246$  .

$\frac{\delta_c}{\delta_r}$	$\theta_0$ (rad)	$zF_c / F_r$	$Q_{\text{éq } i} / F_c$	$P_i / F_r$	$Q_{\text{éq } e} / F_c$	$P_e / F_r$	$P / F_r$
0.1	1.471	0.387	6.409	1.008	7.388	1.113	1.020
0.2	1.369	1.234	2.051	1.029	2.849	1.369	1.077
0.3	1.266	2.731	0.952	1.058	1.737	1.847	1.210
0.4	1.159	5.339	0.504	1.095	1.324	2.752	1.544
0.5	1.047	10.08	0.279	1.145	1.148	4.506	2.346

#### V. METHODE DE CALCUL

Soit un palier à bague extérieure fixe et à bague intérieure tournant à la fréquence N sous une charge  $F_r$ . On calcule la force centrifuge d'une bille de masse m et parcourant un cercle de rayon  $D_a$  à la moitié de la fréquence N par

$$F_c = m (\pi N)^2 D_a / 2 \quad (21)$$

On a alors

$$\delta_c = (F_c / k_e)^{2/3} \quad (22)$$

Pour une charge radiale donnée  $F_r$ , il faut calculer  $zF_c / F_r$ , ce qui permet, à l'aide d'un tableau ou d'un diagramme correspondant, d'accéder à  $\delta_c / \delta_r$  et de là, aux valeurs de  $Q_{\max} / F_r$ ,  $P_o / F_r$ ,  $P / F_r$ .

## VI. CONCLUSIONS

Nos résultats, bien qu'approchés, mettent bien en évidence le très grand rôle des forces centrifuges à grande vitesse. En particulier, il peut très bien se faire que la bague *extérieure* soit la plus sollicitée, au contraire du comportement à basse vitesse (comparer  $P_e / F_r$  à  $P_i / F_r$ ).

On sera peut-être surpris de constater que la charge dynamique équivalente sur la bague intérieure,  $P_i$ , augmente aussi avec la force centrifuge. Cet effet paradoxal résulte de la restriction de la zone chargée, du fait de l'éloignement des billes qui équivaut à un jeu.

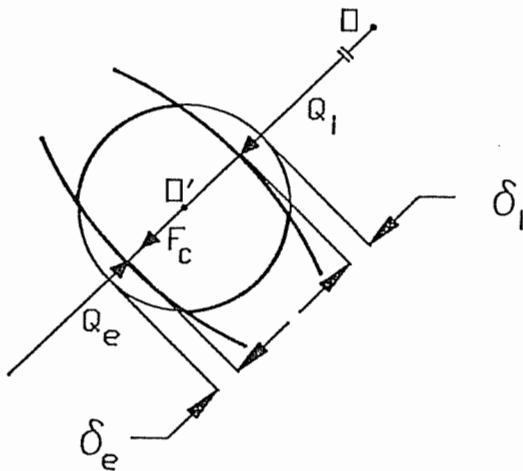


Figure 1. Equilibre et déformation d'une bille

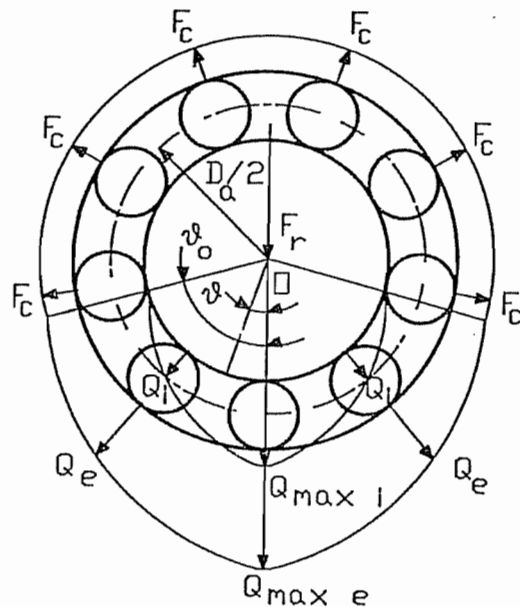


Figure 2. Diagramme de charge d'un roulement à billes avec efforts centrifuges

## REFERENCES

1. HERTZ H. ; "Gesammelte werke", Bd.I, pp 155-196, Leipzig (1881).
2. LUNDBERG G. & PALMGREN A. ; "Dynamic capacity of rolling bearings", Acta Polytechnica, Mech. Eng. Series, Vol.1, n°3, Stockholm (1947).
3. DEBONGNIE J.F. ; "Etude approchée des roulements rigides à billes chargés radialement dans le cas des grandes vitesses", Rapport D24, Université de Liège (juin 1992).
4. SJÖVALL H. ; "La répartition des efforts dans les roulements à billes et à rouleaux des charges radiales et axiales données", Tekn.Tidskrift, Mek. 1933, n°9.