

CHAPITRE 5

MODELE DU PROCESSUS DE REPARTITION

La mesure de la répartition sous une buse en mouvement est lourde à mettre en œuvre et difficilement praticable à grande échelle. Un modèle de répartition, tenant compte à la fois des caractéristiques des buses et des mouvements qu'elles subissent présente donc un grand intérêt pour comparer des pulvérisateurs agricoles. Un tel modèle est proposé dans ce chapitre.

5.1 Structure du modèle

Le modèle est basé sur l'hypothèse selon laquelle la répartition est une fonction du temps passé par la buse à chaque position successive. Dans le référentiel adopté, les axes x , y et z correspondent respectivement aux directions longitudinale (avancement), transversale et verticale comme présenté à la Figure 5.1.

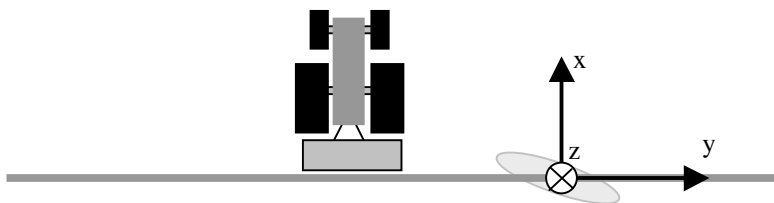


Figure 5.1. : Position des axes du modèle.

Dans l'approche classique, la répartition engendrée par une buse peut être calculée comme la somme des distributions de la buse au niveau de ses positions successives, à intervalles de temps constant. Une représentation

graphique illustrant la signification physique de cette hypothèse est présentée à la Figure 5.2. Les points représentés sur la trajectoire correspondent à des positions successives de la buse, les ellipses symbolisant les distributions des buses pour chacun de ces points. La taille des ellipses représentées dépend de la hauteur de pulvérisation et leur écartement est fonction de la vitesse de la buse entre deux positions successives. La répartition causée en chacune des positions successives correspond à la distribution de la buse à la hauteur à laquelle elle se trouve multipliée par l'intervalle de temps. Lorsque l'intervalle de temps est suffisamment réduit, cette hypothèse permet de considérer la répartition globale comme l'intégrale des contributions successives de la buse le long de sa trajectoire.

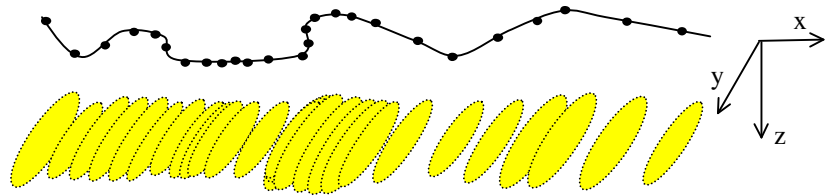


Figure 5.2. : Signification physique du modèle classique.

L'approche proposée ici ne se base pas, contrairement à l'approche classique de modélisation de la répartition, sur un intervalle de temps constant mais bien sur un intervalle de distance constant, comme l'illustrent les points situés sur la trajectoire de la Figure 5.3. Pour chaque intervalle de distance, la contribution à la répartition totale est calculée en multipliant la distribution à cette position par le temps passé dans cet intervalle, ce qui est symbolisé par les ellipses de teintes de couleur et de taille différentes.

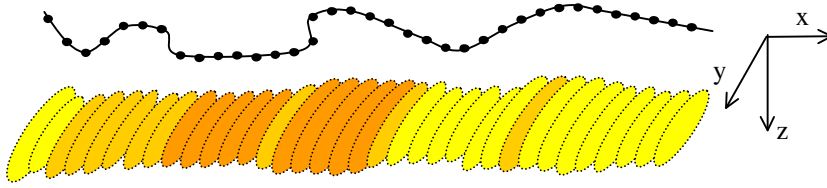


Figure 5.3. : Signification physique du modèle proposé.

Au passage aux limites, pour des intervalles de temps ou de distance infinitésimaux, selon le modèle, les deux approches sont équivalentes. La dernière présente toutefois un attrait particulier du point de vue du formalisme mathématique et de la mise en œuvre.

5.2 Modélisation du processus de répartition

5.2.1 La convolution

Comme décrit précédemment, la répartition engendrée par une buse à un instant est égale au produit du laps de temps passé à une position par la distribution de la buse. Ce problème s'apparente à un problème mathématique classique qui est la convolution de deux fonctions. Prenons l'exemple de deux fonctions quelconques à une dimension $h_1(t)$ et $h_2(t)$. Le produit de convolution $H(t)$ est défini comme suit (Equation 5.1)

$$H(t) = h_1 * h_2 = \int_{-\infty}^{\infty} h_1(t - \tau) * h_2(\tau) d\tau \quad (5.1)$$

avec t une variable;

avec τ une variable de balayage selon l'axe t .

Cette équation montre que la valeur du produit de convolution pour une valeur de t donnée est le résultat de l'intégrale des produits de la valeur des deux fonctions glissant l'une par rapport à l'autre au fur et à mesure de l'augmentation de la variable de balayage τ de $-\infty$ à $+\infty$ selon l'axe t . La Figure 5.4. présente un équivalent graphique de cette intégrale selon l'axe t . Elle met en évidence les différentes combinaisons de produits sommées pour calculer la valeur de la convolution en un point.

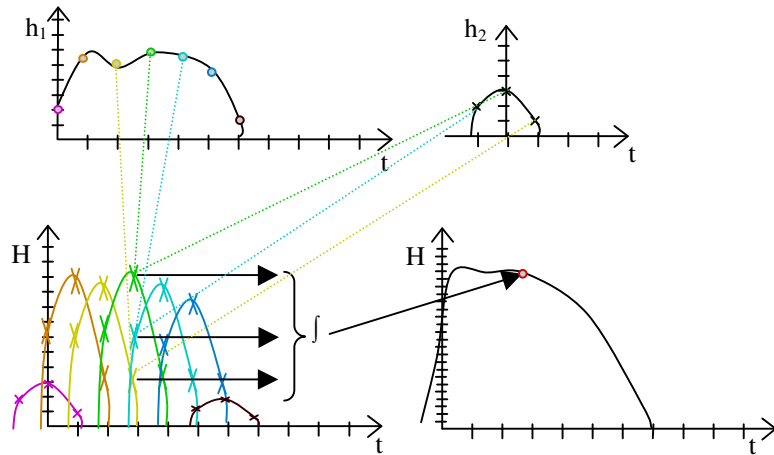


Figure 5.4. : Décomposition du processus de convolution de deux fonctions.

L'intégrale de convolution de l'Equation 5.1 décrit le comportement des systèmes linéaires invariants. Les systèmes linéaires permettent de modéliser le comportement de systèmes mécaniques ou hydrauliques, etc. Pour cette raison, ils sont couramment utilisés dans de nombreux domaines de l'ingénierie (automatique, analyse vibratoire,...) et les outils mathématiques associés sont très répandus.

Classiquement, la fonction $h_2(t)$ constitue la réponse impulsionnelle du système, $h_1(t)$ l'entrée et $H(t)$ la sortie tel que représenté par le schéma-bloc de la Figure 5.5.

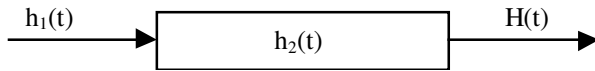


Figure 5.5. : Schéma-bloc des paramètres d'un système linéaire invariant.

5.2.2 Application de la convolution à la modélisation de la répartition

La Figure 5.4. peut également illustrer l'analogie entre l'opération de convolution et le processus de pulvérisation pour une hauteur constante. Si la fonction h_2 décrit la distribution d'une buse selon la direction d'avancement et la fonction h_1 le laps de temps passé aux positions successives, le produit de convolution H correspond à la somme des répartitions engendrées le long de la trajectoire. Le processus de répartition peut être schématisé par la Figure 5.6. sous la forme d'un schéma-bloc.

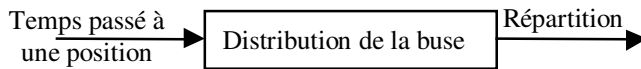


Figure 5.6. : Schéma-bloc du processus de répartition.

Selon nos hypothèses, la buse ne se déplace pas selon un axe mais dans un plan et la distribution de la buse a deux dimensions au lieu d'une. Le principe du schéma-bloc de la Figure 5.6 peut néanmoins être généralisé de la manière suivante :

Le laps de temps Δt durant lequel une buse est à la position (x,y) peut être exprimé par une fonction de (x,y) dont les unités sont un temps par unité de surface :

$$\Delta t = k(x, y) \quad (5.2)$$

La notion de laps de temps introduite ici pour une trajectoire bidimensionnelle est analogue à l'inverse de la vitesse pour une trajectoire unidimensionnelle.

Par ailleurs, sous l'hypothèse que la buse a une distribution constante de son débit-volume de bouillie dans l'espace, la distribution peut être caractérisée par une fonction de (x, y) dont les unités sont un volume par unité de temps et de surface :

$$D = D(x, y) \quad (5.3)$$

Sous cette forme, la fonction de distribution représente la réponse impulsionnelle du processus de répartition. La convolution à deux dimensions de l'entrée avec la réponse impulsionnelle selon l'axe x et l'axe y a pour résultat une fonction à deux dimensions $R(x, y)$ dont les unités sont un volume par unité de surface :

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} D(x, y) \cdot k(x - \xi, y - \psi) d\xi d\psi = R(x, y) \quad (5.4)$$

avec ξ : une variable de balayage spatial selon l'axe x ;
 ψ : une variable de balayage spatial selon l'axe y ;
 $D(x, y)$: une fonction décrivant la distribution du débit-volume de bouillie dans l'espace.

La fonction $R(x, y)$ ainsi calculée décrit la répartition générée par la buse dans le plan au cours de son mouvement.

On voit donc que la mise en œuvre du modèle implique de connaître la distribution dimensionnelle $D(x, y)$ qui décrit la réponse impulsionnelle du système d'une part et la fonction $k(x, y)$ d'autre part qui décrit l'entrée du modèle.

5.3 La distribution de la buse

La distribution de la buse correspond à la fonction de transfert (relation entre l'entrée et la sortie) du modèle de répartition. Celle-ci doit être estimée pour chaque type de buse, voire pour plusieurs buses d'un même type si elles présentent une variabilité importante. De plus, la distribution des buses est fonction de facteurs opératoires (pression, hauteur, angle de la buse pour les buses à fente, propriétés physico-chimiques de la bouillie,...), et de perturbations extérieures (vent, évaporation, ...). Pour modéliser correctement le processus, la distribution de la buse qui représente la réponse impulsionnelle du système doit être estimée pour les différentes valeurs que prennent les facteurs opératoires.

5.4 Evaluation du temps passé par la buse aux différentes positions

5.4.1 Aspects théoriques

Le temps (τ) auquel une buse est à la position (x,y) peut être exprimé par la fonction suivante :

$$\tau = g(x, y) \quad (5.5)$$

Cette fonction peut être estimée à partir de mesures de position, avec x le déplacement absolu de la buse selon la direction d'avancement et y le déplacement absolu de la buse selon la direction perpendiculaire à l'avancement. Il en résulte que la fonction dans le plan (x,y) décrivant le laps de temps δt passé dans un intervalle $\delta x \delta y$ peut être calculée par la dérivée partielle de l'équation 5.5. Cette fonction (Equation 5.6) constitue l'entrée du processus de répartition $k(x,y)$ de l'équation 5.4.

$$\frac{\partial^2 \tau}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 g(x, y)}{\partial y \partial x} = k(x, y) \quad (5.6)$$

Il faut remarquer qu'au sens mathématique strict, la trajectoire qui est une courbe dans le plan (x,y) n'est pas une fonction dérivable car elle est discontinue mais ce n'est pas un obstacle en calcul numérique.

5.4.2 Aspects pratiques

La trajectoire qu'il est nécessaire de mesurer comme entrée du modèle de répartition correspond à la position absolue selon les axes x et y . Les différentes méthodes de mesure du mouvement de la rampe de pulvérisation sortent du cadre du présent document mais de manière générale, la mesure de la trajectoire de la buse résulte d'un échantillonnage des signaux des capteurs mesurant le mouvement de la buse. Le calcul de la dérivée partielle (Equation 5.6) à partir du signal échantillonné de la trajectoire (Equation 5.5) correspond au calcul d'un histogramme du nombre d'échantillons de la variable τ à la position (x,y) . Comme les incréments δx et δy sont fixés par la résolution spatiale de $D(x,y)$ (50 mm dans notre cas), la fréquence d'échantillonnage détermine le nombre d'échantillons présents dans chaque intervalle. Pour assurer une estimation acceptable de la dérivée partielle, une fréquence de 1000 Hz a été choisie. Cette fréquence est très largement supérieure aux fréquences des mouvements de rampe significatifs. Dans le cas où le système de mesure des mouvements de rampe est de plus basse fréquence, un rééchantillonnage du signal à plus haute fréquence est parfaitement adapté car seules les composantes basses fréquences du signal ont un effet sur la répartition, les hautes fréquences ne servent qu'à assurer la continuité de la dérivée partielle numérique. La distance par rapport à la cible selon l'axe z modifie quant à elle la distribution de la buse $D(x,y)$ au même titre que d'autres facteurs opératoires comme le type de buse ou la pression de pulvérisation.

5.5 Conclusion

Un modèle mathématique du processus de répartition est proposé. Considérant des intervalles de distance constants sur la trajectoire de la buse, la

répartition totale est calculée en multipliant la distribution aux différentes positions par le temps nécessaire pour passer d'une position à la suivante. Moyennant l'hypothèse que le processus de pulvérisation est un système linéaire invariant, ceci s'exprime par le formalisme mathématique suivant : la répartition est obtenue par convolution du laps de temps passé en chaque position avec la distribution de la buse, celle-ci étant assimilée à une réponse impulsionnelle.

Ce modèle s'apparente à ceux qui sont classiquement utilisés pour prédire la répartition sous une buse en mouvement par son concept mais s'en distingue par son formalisme mathématique original qui permet une résolution numérique aisée. Dans ce travail, les calculs numériques sont réalisés par le logiciel Matlab (Mathworks Inc.).

La mise en œuvre de ce modèle suppose que l'on établisse la distribution de la buse considérée en tenant compte des facteurs opératoires et que l'on dispose de la mesure de la trajectoire de la buse pour calculer le laps de temps passé en chaque position. Les deux prochains chapitres traitent de deux méthodes d'estimation de la distribution de la buse et de la validation du modèle pour des trajectoires contrôlées. Par la suite, le chapitre 8 présente des applications du modèle sur base de trajectoires de buses mesurées sur le terrain.